

# 电磁场递推算法及微纳光学元件中的应用\*

李建龙<sup>1)2)†</sup> 朱世富<sup>2)</sup> 傅克祥<sup>1)</sup>

1) (四川大学物理科学与技术学院, 成都 610064)

2) (四川大学材料科学系, 成都 610064)

(2009 年 6 月 30 日收到; 2009 年 8 月 26 日收到修改稿)

提出一种电磁场递推算法来分析微纳光学元件体内电磁场的传输. 该方法基于 Maxwell 方程组和电磁场横向的边界条件给出了严格解. 以高斯光束在亚波长矩形浮雕光栅体内的传输为例, 分析了非均匀光束在微纳光学元件体内的传输.

**关键词:** 递推算法, 非均匀光束, 微纳光学元件

**PACC:** 4200, 2410H, 0365G

## 1. 引 言

微纳光学元件是制造小型光电子系统的关键元件, 它具有体积小、质量轻、造价低等优点, 并且能够实现普通光学元件难以实现的微小、阵列、集成、成像和波面转换等新功能. 几乎在所有的工程应用领域中, 无论是现代国防科学技术领域, 还是普通的工业领域, 例如光纤通信、信息处理、航空航天、生物医学、激光-机械加工和光计算技术, 微纳光学元件都显示出越来越重要的应用价值和广阔的应用前景<sup>[1-4]</sup>. 但到目前为止, 国内外尚无严格描述微纳光学体内光波场传输的物理模型, 人们过去主要用有限元、有限差分法及其变种等工程数值方法来对元件体内光波场的传输进行分析<sup>[5-8]</sup>, 但这些方法需要对研究对象进行足够多的网格划分, 计算量不仅很大, 而且计算精度受到限制, 不利于高精度分析微纳光学元件中激光束光波场的传输特性, 同时使用者需具有一定的专业技术, 限制了方法的推广和使用. 文章基于 Maxwell 方程组, 借助电磁场的模式理论<sup>[9-12]</sup>和求解本征值方程的方法, 提出反射和透射电磁场的递推算法 (RART 法), 并以亚波长矩形浮雕光栅为例, 说明其应用. 相比工程上的数值方法, 该方法物理概念清楚, 算法简洁, 且计算速度快.

## 2. 理论分析

### 2.1. 光栅亚微层中电磁场的基本模式场

将光束通过亚波长浮雕光栅 (见图 1) 的传输过程划分为四个区域: 入射区域 I, 浮雕调制区域 II、基底区域 III 和透射区域 IV, 其中入射区、基底区域和透射区域是均匀层, 光栅浮雕层是非均匀层. 现用足够多的水平分层来拟合光栅浮雕层 (见图 1), 由 Maxwell 方程组可导出每一分层区域的电位移矢量的  $x$  分量  $D_x$  和磁感应强度的  $x$  分量  $B_x$  各自独立满足的微分方程

$$\epsilon_N \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{\epsilon_N} \frac{\partial D_x}{\partial x} \right] + \frac{\partial^2 D_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 D_x}{\partial z^2} + k^2 D_x = 0, \quad (1a)$$

$$\mu_N \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{\mu_N} \frac{\partial B_x}{\partial x} \right] + \frac{\partial^2 B_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B_x}{\partial z^2} + k^2 B_x = 0, \quad (1b)$$

其中  $k = 2\pi/\lambda$ . 如图 1 所示, 电场强度  $\mathbf{E}$  和磁场强度  $\mathbf{H}$  的切向分量在分界面  $z = z_N$  处连续, 即

$$\begin{aligned} E_{xN} &= E_{xN+1}, & H_{yN} &= E_{yN+1}, \\ H_{xN} &= H_{xN+1}, & E_{yN} &= E_{yN+1}. \end{aligned} \quad (2)$$

把电磁场分解为 P 波 ( $D_x \neq 0, B_x = 0$ ) 和 S 波 ( $B_x \neq 0, D_x = 0$ ), 且将第  $N$  分层区域中的电磁场设

\* 微细加工国家重点实验室开放基金和中国博士后基金 (批准号: 2009450159) 资助的课题.

†E-mail: sculjl@163.com

定为基本模式场的叠加场,而每一分层内的基本模式场用傅里叶模来表示,即

$$\begin{aligned} (\mathbf{E}, \boldsymbol{\sigma}\mathbf{H})^l = & \exp[ik_0(\alpha_m x + \beta_n y)] \\ & \times (e_x, e_y, e_z, -h_x, h_y, h_z)_{m,n}^l \\ & \times \exp[ik_0\gamma(z - z^l)], \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $l$  代表层号,圆括号内的各个  $e, h$  分别代表电磁模式场振幅的各直角分量,  $z^l$  代表第  $l$  层上界面的坐标,  $m, n$  代表傅里叶模编号,

$$\begin{aligned} \alpha_m = \alpha_0 + \frac{\lambda_0}{T_x} m, \beta_n = \beta_0 + \frac{\lambda_0}{T_y} n, \\ m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm M, \dots \end{aligned} \quad (4)$$

$\gamma$  是待求参量,它对应于波矢量的  $z$  分量。(3) 式所示的电磁场解须满足麦克斯韦方程. 现用“逆规则”傅里叶<sup>[13]</sup>展开法对图 1 所示光栅介质的物质参数进行展开,介电常数  $\varepsilon(x, y)$  按不同方式作二维傅里叶展开及求逆时获得的三个不同的系数矩阵元素表示如下:

$$\begin{aligned} \left[ \frac{1}{\varepsilon} \right]_{mp}^{-1}(y) = & \left[ \frac{1}{T_x} \int_0^{T_x} \frac{1}{\varepsilon(x, y)} \exp\left[-i \frac{2\pi}{T_x}(m-p)x\right] dx \right]^{-1}, \\ \left[ \frac{1}{\varepsilon} \right]_{nq}^{-1}(x) = & \left[ \frac{1}{T_y} \int_0^{T_y} \frac{1}{\varepsilon(x, y)} \exp\left[-i \frac{2\pi}{T_y}(n-q)y\right] dy \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} [\varepsilon_A]_{mn,pq} = & \frac{1}{T_y} \int_0^{T_y} \left[ \frac{1}{\varepsilon} \right]_{mp}^{-1}(y) \exp\left[-i \frac{2\pi}{T_y}(n-q)y\right] dy, \\ [\varepsilon_B]_{mn,pq} = & \frac{1}{T_x} \int_0^{T_x} \left[ \frac{1}{\varepsilon} \right]_{nq}^{-1}(x) \exp\left[-i \frac{2\pi}{T_x}(m-p)x\right] dx, \end{aligned} \quad (6)$$

$$[\varepsilon_C]_{mn,pq} = \left[ \frac{1}{T_x T_y} \int_0^{T_x} \int_0^{T_y} \varepsilon(x, y) \exp\left[-i \frac{2\pi}{T_x}(m-p)x - i \frac{2\pi}{T_y}(n-q)y\right] dx dy \right]^{-1}, \quad (7)$$

其中  $[1/\varepsilon]_{mp}^{-1}(y)$  代表矩阵函数  $[1/\varepsilon]_{mp}(y)$  的逆矩阵函数,  $m, n, p, q = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm M, \dots$ .  $\mu_A, \mu_B, \mu_C$  的表达式与此类似.

在图 1 所示的各光栅微层中,注意到电磁场的边界条件及  $\mathbf{D}(x, y, z) = \varepsilon_0 \varepsilon(x, y) \mathbf{E}(x, y, z), \mathbf{B}(x, y, z) = \mu_0 \mu(x, y) \mathbf{H}(x, y, z)$ , 对自变量  $x$  而言,  $D_x, E_y, E_z; B_x, H_y, H_z$  是连续的, 而  $D_y, D_z, E_x; B_y, B_z, H_x, \varepsilon, \mu$  是不连续的, 对自变量  $y$  而言,  $D_y, E_x, E_z; B_y, H_x, H_z$  是连续的, 而  $D_x, D_z, E_y; B_x, B_z, H_y, \varepsilon, \mu$  是不连续的. 将(3)式代入麦克斯韦方程组, 且用“逆规则”傅里叶展开法展开, 再用矩阵表述, 得(为了简洁, (8)–(11)式中略去了表示层号的上标  $l$  和本征值  $\gamma$  下标  $mn$ )

$$\begin{aligned} \beta e_z - e_y \gamma = -\mu_A h_x, \beta h_z - h_y \gamma = -\varepsilon_A e_x, \\ e_x \gamma - \alpha e_z = +\mu_B h_y, -h_x \gamma - \alpha h_z = -\varepsilon_B e_y, \quad (8) \\ \alpha e_y - \beta e_x = +\mu_C h_z, \alpha h_y + \beta h_x = -\varepsilon_C e_z. \end{aligned}$$

经过复杂的数学运算,从(8)式可得

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \end{bmatrix} \gamma^2, \quad (9)$$

式中

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_B - \alpha \varepsilon_C \alpha & -\alpha \varepsilon_C \beta \\ -\beta \varepsilon_C \alpha & \mu_A - \beta \varepsilon_C \beta \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_A - \beta \mu_C \beta & \beta \mu_C \alpha \\ \alpha \mu_C \beta & \varepsilon_B - \alpha \mu_C \alpha \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (10)$$

直接解本征值方程(9)式, 可得本征值  $\gamma^2$  和电本征矢矩阵  $W_e$ , 且磁电本征矢矩阵之间的关系为

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} W_e = W_h \gamma, \quad (11)$$

本征值  $\gamma$  的值正负成对出现, 正值代表上行波, 负值代表下行波. 至此, 各非均匀层电磁场的本征矢和本征值已确定.

而在入射层( $l=1$ )、透射层( $l=L$ )和基底层( $l=L-1$ )中, 因为  $\varepsilon, \mu$  均是与  $x$  坐标无关的常数, 其基本模式场电场强度的每一个分量可直接设成

$$\exp\{ik_0[\alpha_m x + \beta_n y + \gamma_{mn}^l(z - z^l)]\}, \quad (12)$$

其中  $l$  仅代表入射层 1、透射层  $L$  和基底层  $L-1$ . 把

(12)式代入(1)式,得本征值为

$$\gamma_{mn}^1 = \pm \sqrt{1 - \alpha_m^2 - \beta_n^2}, \quad (13)$$

$$\gamma_{mn}^L = \pm \sqrt{\varepsilon^L \mu^L - \alpha_m^2 - \beta_n^2}, \quad (14)$$

$$\gamma_{mn}^{L-1} = \pm \sqrt{\varepsilon^{L-1} \mu^{L-1} - \alpha_m^2 - \beta_n^2}. \quad (15)$$

故均匀介质层电磁场的本征值已完全确定,而入射层的本征矢解析表达式可表示为

$$\begin{aligned} W_e^l &= \mathbf{A}(u, v) \mathbf{I}, \\ W_h^l &= \frac{\mathbf{F}(u, v)}{\gamma^l} \begin{bmatrix} \mu^l - \beta^2/\varepsilon^l & \alpha\beta/\mu^l \\ \alpha\beta/\mu^l & \varepsilon^l - \alpha^2/\mu^l \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (16)$$

式中  $\mathbf{I}$  为单位矩阵,  $\mathbf{A}(u, v)$ ,  $\mathbf{F}(u, v)$  分别可表为

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(u, v) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E} \exp[-ik_0(ux + vy \\ &\quad + \rho(u, v)z)] dudv, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(u, v) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{H} \exp[-ik_0(ux + vy \\ &\quad + \rho(u, v)z)] dudv, \end{aligned} \quad (18)$$

式中  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{H}$  分别表示入射光束的电场和磁场,  $\rho(u, v)$  可表示为

$$\rho(u, v) = \begin{cases} \sqrt{1 - u^2 - v^2}, & u^2 + v^2 \leq 1, \\ i \sqrt{u^2 + v^2 - 1}, & u^2 + v^2 \geq 1. \end{cases} \quad (19)$$

从而,我们已经严格得到了光栅各亚微层中电磁场的基本模式场。

## 2. 2. 电磁场递推算法

求得电磁模式场后,电磁场的通解是这些模式场的线性叠加. 第  $l$  层电磁场的横向分量用矩阵表示成

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} E_s^l \\ \sigma_0 H_s^l \end{bmatrix} &= \exp[ik_0(\alpha x + \beta_0 y)] \begin{bmatrix} W_e^l & W_e^l \\ W_h^l & -W_h^l \end{bmatrix} \\ &\quad \times \begin{bmatrix} \exp[+ik_0\gamma^l(z - z^l)] u_+^l \\ \exp[-ik_0\gamma^l(z - z^l)] d_+^l \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (20)$$

其中  $E_s^l = \begin{bmatrix} E_x^l \\ E_y^l \end{bmatrix}$ ,  $H_s^l = \begin{bmatrix} H_x^l \\ H_y^l \end{bmatrix}$  均为  $N$  维列矩阵,  $u_+^l, d_+^l$

分别代表上行波和下行波各模式场振幅系数构成的  $N$  维列矩阵.  $\exp[ik_0(\alpha x + \beta_0 y)]$ ,  $\mathbf{I}^l = k_0\gamma^l$ ,  $\exp[\pm i\Gamma^l(z - z^l)]$  为  $N$  维对角阵. 把(21)式代入(8)式所示的电磁场的切向分量在水平分界面上连续的条件,得

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} W_e^l & W_e^l \\ W_h^l & -W_h^l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_+^l \\ d_+^l \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} W_e^{l+1} & W_e^{l+1} \\ W_h^{l+1} & -W_h^{l+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \exp(-i\Gamma^{l+1}h^{l+1})u_+^{l+1} \\ \exp(+i\Gamma^{l+1}h^{l+1})d_+^{l+1} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (21)$$

其中  $h^{l+1} = z^{l+1} - z^l$  为第  $l+1$  层的厚度.

定义  $u_-^l$  为第  $l$  层下界面  $z^{l-1}$  处上行波的振幅系数阵,

$$u_-^l = \exp(i\Gamma^l h^l) u_+^l, \quad (22)$$

$R_+^l$  为第  $l$  层上界面  $z^l$  处的反射系数阵,

$$d_+^l = R_+^l u_+^l, \quad (23)$$

$T^l$  为第  $l$  层上界面  $z^l$  处的透射系数阵,

$$u_-^{l+1} = T^l u_+^l, \quad (24)$$

令

$$R_-^l = \exp(i\Gamma^l h^l) R_+^l \exp(i\Gamma^l h^l), \quad (25)$$

$R_-^l$  是第  $l$  层的上行波从下界面  $z^{l-1}$  处传递到上界面  $z^l$  处经反射再传递到下界面  $z^{l-1}$  处的反射系数阵,则有

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} W_e^l & W_e^l \\ W_h^l & -W_h^l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ R_+^l \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} W_e^{l+1} & W_e^{l+1} \\ W_h^{l+1} & -W_h^{l+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ R_-^{l+1} \end{bmatrix} T^l, \end{aligned} \quad (26a)$$

$$(I + R_+^l) = (W_e^l)^{-1} W_e^{l+1} (I + R_-^{l+1}) T^l,$$

$$(I - R_+^l) = (W_h^l)^{-1} W_h^{l+1} (I - R_-^{l+1}) T^l, \quad (26b)$$

则  $T^l, R_+^l$  为

$$\begin{aligned} T^l &= 2[F^l + G^l]^{-1}, \\ R_+^l &= F^l T^l - I, \\ F^l &= (W_e^l)^{-1} W_e^{l+1} (I + R_-^{l+1}), \\ G^l &= (W_h^l)^{-1} W_h^{l+1} (I - R_-^{l+1}), \end{aligned} \quad (27)$$

其中  $(W_e^l)^{-1} W_e^{l+1}$ ,  $(W_h^l)^{-1} W_h^{l+1}$  实际上代表从第  $l$  层的模式转换到第  $l+1$  层的模式的转换系数阵. 在最后一层  $L$  中无反射,  $R_-^L = 0$ , (27) 和 (25) 式构成了计算各层中的  $T^l$ ,  $R_+^l = 0$  的递推公式. 在第一层中  $u_+^1 = (u_x, u_y, 0, \dots, 0)^T$  是已知的, (26), (24) 和 (25) 式构成了计算各微层中的电磁场振幅系数阵的递推公式. 根据麦克斯韦方程组, 第  $l$  层电磁场的  $z$  分量可表示为

$$\begin{aligned} E_z^l &= \frac{i}{\varepsilon\omega} \left( \frac{\partial H_y^l}{\partial x} - \frac{\partial H_x^l}{\partial y} \right), \\ H_z^l &= \frac{-i}{\mu\omega} \left( \frac{\partial E_y^l}{\partial x} - \frac{\partial E_x^l}{\partial y} \right), \end{aligned} \quad (28)$$

则第  $l$  层中的电磁场可表为

$$E^l = E_x^l + E_y^l + E_z^l,$$

$$\mathbf{H}^l = \mathbf{H}_x^l + \mathbf{H}_y^l + \mathbf{H}_z^l \quad (29)$$

从上文可以看出,利用(24)~(27)式可递推算出光栅每一亚微层的电磁场.然后利用文献[14]中关于光栅体内光强的定义,即

$$\mathbf{S}_z = (\mathbf{E}^l(x, z) \times \mathbf{H}^l(x, z))_z \quad (30)$$

来计算光栅体内每一亚微层的光强.当光栅的每一分层厚度足够小时,我们即可利用(29)式来分析光波场在光栅体内的传输过程和(30)式分析光波场的光强在光栅体内传输的过程.

### 3. 典型例：高斯光束在矩形浮雕光栅体内的传输

现设一高斯光束如图1所示入射到一矩形浮雕介质光栅表面上,其中心入射角为 $30^\circ$ ,其波长 $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$ ,光束束腰宽度 $w_0 = 4\lambda$ ,浮雕光栅的周期 $T_x = T_y = 2.5\lambda$ ,介质折射率 $n = 1.50$ ,光栅的浮雕层厚度 $h_f = 2.00 \mu\text{m}$ ,基底层厚度 $h_j = 2.00 \text{mm}$ .

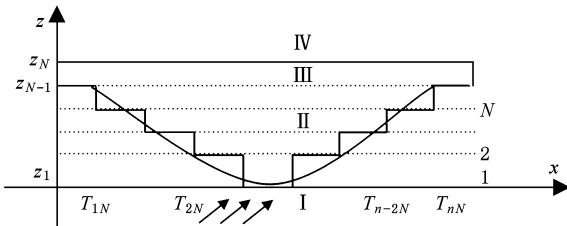


图1 浮雕光栅单元周期内亚微层剖分示意图

为验证本文方法的正确性,我们采用本文的方法计算了文献[15]中表1和表3的结果(见表1),EBCM(extended-boundary-condition method)代表扩展边界条件法的结果,RTRA代表本文的结果.

表1的情况1中, $\varepsilon_2 = 4\varepsilon_1, T = 2\lambda, h = 0.3\lambda, \theta = \cos^{-1}(\cos 60^\circ \sin 75^\circ), \varphi = \text{tg}^{-1}(\text{ctg} 75^\circ / \sin 60^\circ), \psi = \text{arctg}(\sin 60^\circ \cos 60^\circ / \cos 75^\circ)$ ;情况2中, $\varepsilon_2 = 4\varepsilon_1, T =$

表1 EBCM 和 RTRA 计算结果比较

结构参数	第1种情况		第2种情况	
	EBCM	RTRA	EBCM	RTRA
$A_R$				
-2级	0.03738	0.03801	0.00237	0.02368
-1级	0.03875	0.03892	0.02131	0.02136
0级	0.01032	0.01021	0.1297	0.1301
$A_T$				
0级	0.7217	0.7281	0.6094	0.6010
1级	0.5181	0.5162	0.1531	0.1528
2级	0.06381	0.06448	0.001975	0.002046
效率总和	1.000	1.000	1.000	1.000

$2\lambda, h = 0.1\lambda, \theta = 60^\circ, \varphi = 0^\circ, \psi = 45^\circ$ ,参数的说明见文献[15].

在表1中, $A_R$ 和 $A_T$ 分别光栅衍射级次的反射率和透射率.从表1的结果可以看出,在情况1中,由于P波和S波存在相互耦合,本文结果与精确解(EBCM方法)的相对误差约为0.9%.在情况2中,由于P波和S波不存在相互耦合,发现计算误差要小得多,对于0级衍射,相对误差约为0.1%.因而可以看出,本文方法是可靠的.

下列各图中 $I_N$ 表征归一化光强.从图2可以看出,迎对入射光波场的介质填充区域内靠近光栅表面处的光强相比其他区域中的光强要大得多,这将会导致该区域内材料光损伤的可能性要大些,所以利用光干涉法制作的矩形浮雕光栅介质填充部分是圆角矩形形状(而不是标准的矩形结构),这与文献[16]中的实验结果一致.从图3可以看出,随着透射深度的增加,光强的空间分布改变,最大光强朝光栅介质填充部分移动,出现了两个相对较大的光强区域,但随着透射深度的增加,光强在介电常数跃变的界面上相对集中.图4给出了光栅浮雕层与透射层相接触平面内光强的分布,从图可以看出,此时最大光强分布在光栅的介质填充区域内,但此区域中光强分布的空间梯度变化要远比前两者情形小得多.

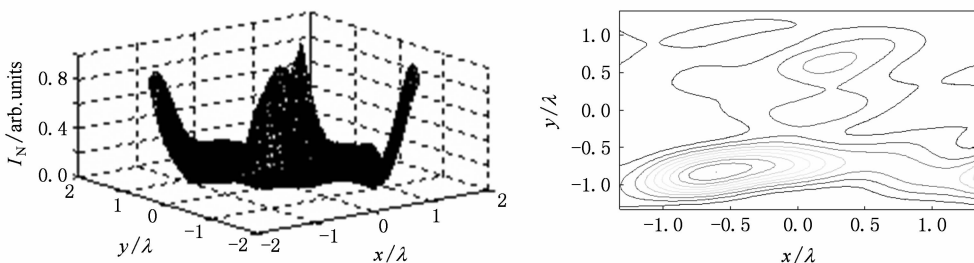


图2 浮雕层 $h_f/4$ 处光强的空间分布及等高线图

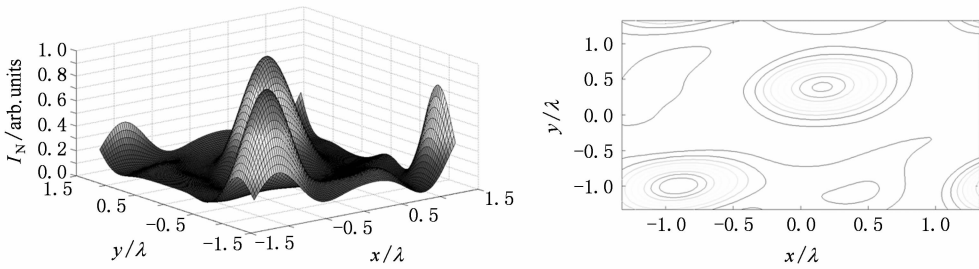
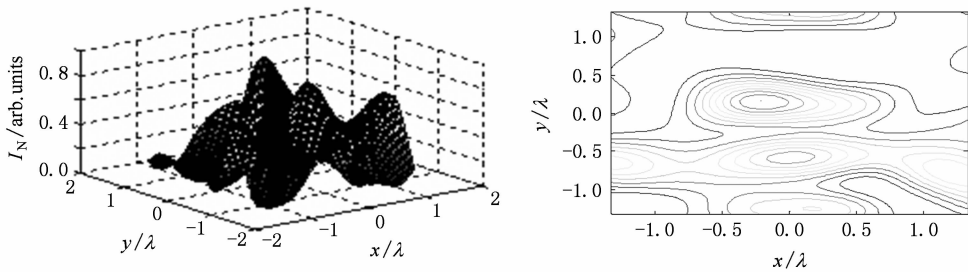
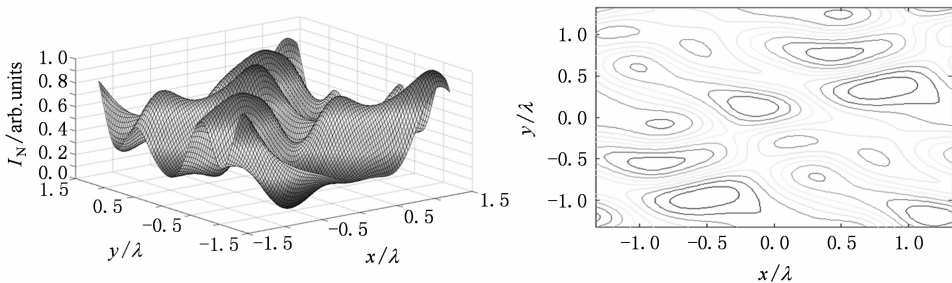
图3 浮雕层  $h_t/2$  处光强的空间分布及等高线图图4 浮雕层  $h_t$  处光强的空间分布及等高线图

图5给出了高斯光束的中心入射角为 $45^\circ$ 时,光栅浮雕层与透射层相接触平面内光强的空间分布,与图4比较可知,此时光强的空间分布相对要均匀,但最大光强仍处于光栅介质的跃变处和介质填充区域中.这说明了光束的中心入射角对微纳光学元件体内光强的空间分布有很大影响.

比较以上各图,我们发现光栅浮雕层各透射深度处的光强分布不均匀,随着透射深度的增加,光强的空间分布变化显著,浮雕层介质填充部分的光

强明显高于层中展空部分的光强,因而当高功率激光透过光栅时,浮雕层介质填充部分光损伤的可能性要大,但随着传输距离的增加,光强的最大值减小.这是因为在光波场在从光栅表面透过光栅的过程中,受光栅周期结构的调制,每一透射深度处的光场在不断变化,随着透射深度的增加,光波场受光栅周期结构调制的作用在积累,因而每一透射深度处光波场的空间分布各异,每一透射深度处光波场最大光强值的空间位置也在变化.

图5  $45^\circ$  入射角时,浮雕层  $h_t$  处光强的空间分布及等高线图

过去,人们常用有限元(FEM)、时域有限差分(FDTD)等工程数值方法来分析微纳光学元件体内光波场的空间分布,但这些工程数值算法需要对研究对象进行足够多的网格划分,且对微机的计算能力有一定的要求,限制了它们的计算精度和推广.

现用本文的方法,FEM和FDTD在同一台电脑上计算文献[15]中正弦表面光栅0,1,2级的衍射效率.

表2给出了RTRA,FEM和FDTD三种方法计算文献[13]的0,1,2三个衍射级次的计算结果和速度.从表2可以看出,RTRA法无论在计算精度,

还是计算速度, 相对有限元法和有限差分法都有提高.

表2 RTRA 与 FEM 和 FDTD 计算结果和速度的比较

	RTRA	FEM	FDTD
$A_T$			
0 级	0.7281	0.7064	0.7133
1 级	0.5612	0.5336	0.5423
2 级	0.06448	0.06221	0.06082
$t/\text{min}$	1.593	46.196	26.129

(表中  $t$  为计算时间)

## 4. 结 论

文章提出了反射透射电磁场递推算法 (RTRA 法) 来分析非均匀光束在微纳光学元件体内的传输, 并数值计算了高斯光束在矩形浮雕光栅体内的传输. 反射透射电磁场递推算法的物理概念清楚, 算法简洁, 其可用于研究任意斜入射光波场在任意

面型微纳光学元件体内传输的情形. 数值计算的结果显示浮雕层中各透射深度处的光强分布不均匀, 随着透射深度的增加, 光强的空间分布变化显著, 浮雕层介质填充部分的光强明显高于层中展空部分的光强等. 文章最后将 RTRA 法与 EBCM, FEM, 以及 FDTD 进行了比较, 比较结果表明, 相对于工程数值方法, RTRA 的准确度和速度有较大改善. 与文献中已有工作相比较, RTRA 的主要特点有: 1) 将非均匀幅入射光波场代替均匀平面波, 这更为合乎实际情况; 2) 不仅可分析光波场在微纳光学元件体内的传输过程, 也可用于分析微纳光学的透射效率和反射效率; 3) 相对于 FEM 和 FDTD, RTRA 法在计算精度和速度方面都有较大提高. 值得指出的是, 为说明主要物理问题和处理方法, 文中以高斯光束通过正交浮雕光栅为例, 但因所使用的基本方程 (例如赫姆霍兹方程, 边界条件等) 和所使用的基本方法 (角谱表示法, 本征方程法等) 是严格衍射理论, 有推广应用意义.

- [1] Herzig H P 1997 *Micro-optics elements, systems and applications* UK Taylor & Francis Ltd, Switzerland
- [2] Michael T G 2002 *Diffra. Opt. & Micro-Opt.* **75** 43
- [3] Bengtston J 2004 *Appl. Opt.* **33** 4993
- [4] Romero L A, Dickzig F M 2006 *J. Opt. Soc. Am. A* **13** 751
- [5] Deinega B A, Valuev S I 2009 *Opt. Lett.* **34** 860
- [6] Hyongsuk Y, Nand G 2008 *Opt. Lett.* **33** 2068
- [7] Vincetti L, Cucinotta A 2000 *J. Opt. Soc. Am. A* **17** 1124
- [8] Xie L, Lei Y Z 2006 *Aata. Phys. Sin.* **55** 4381 (in Chinese)  
[谢莉, 雷银照 2006 物理学报 **55** 4397]
- [9] Shi S Q, Liu J, Gu B Y 2007 *J. Opt. Soc. Am. A* **24** 512

- [10] Li J L, Lü B D 2008 *Aata. Phys. Sin.* **57** 3481 (in Chinese)  
[李建龙, 吕百达 2008 物理学报 **57** 3481]
- [11] Li J L, Lu B D 2007 *Aata. Phys. Sin.* **56** 5778 (in Chinese)  
[李建龙, 吕百达 2007 物理学报 **56** 5778]
- [12] Li J L, Lü B D 2008 *Aata. Phys. Sin.* **57** 1656 (in Chinese)  
[李建龙, 吕百达 2008 物理学报 **57** 1656]
- [13] Li L F 1996 *J. Opt. Soc. Am. A* **13** 1870
- [14] Jarem J M, Banerjee P P 1999 *J. Opt. Soc. Am. A* **16** 1097
- [15] Chuang S L, Kong J A 1982 *Rad. Sci.* **17** 545
- [16] Loewen E L, Popov E 1997 *Diffraction gratings and applications*, Marcel Dekker, INC

# A recursive algorithm for electromagnetic fields and its application in micro-nano optical elements<sup>\*</sup>

Li Jian-Long<sup>1)2)†</sup> Zhu Shi-Fu<sup>2)</sup> Fu Ke-Xiang<sup>1)</sup>

1) (*College of Physical Science and Technology, Sichuan University, Chengdu 610064, China*)

2) (*College of Materials Science, Sichuan University, Chengdu 610064, China*)

(Received 30 June 2009; revised manuscript received 26 August 2009)

## Abstract

A recursive algorithm for electromagnetic fields propagating in micro-nano optical elements is proposed in this paper. This method is based on Maxwell's equations and the continuity of tangential components of the electric and magnetic field vectors, and gives an exact complete solution. Taking the propagation of Gaussian beams in the sub-wavelength rectangle relief grating as an example; we analyze the propagation of beams with non-uniform amplitude in micro-nano optical elements in detail.

**Keywords:** recursive algorithm for electromagnetic fields, non-uniform amplitude beams, micro-nano optical elements

**PACC:** 4200, 2410H, 0365G

---

<sup>\*</sup> Project support by the Open Foundation of the State Key Laboratory of Optical Technologies for Micro-Fabrication & Micro-Engineering of Chinese Academy of Science and China Postdoctoral Science Foundation Funded Project (Grant No. 2009450159).

<sup>†</sup> E-mail: sculjl@163.com