

# 精确求解级联型三能级原子与单模相干态 光场场熵的演化特性\*

丛红璐 任学藻<sup>†</sup> 姜道来 廖 旭

(西南科技大学理学院, 绵阳 621010)

(2009 年 5 月 5 日收到; 2009 年 8 月 6 日收到修改稿)

本文利用全量子理论, 在非旋波近似下对单模相干态光场与级联型三能级原子相互作用过程中场熵随时间的演化进行了精确求解. 数值计算的结果表明: 随着初始时刻平均光子数  $\bar{n}$  以及光场与原子的耦合强度  $u, v$  的增大, 场熵的平均值先增大后减小, 因此纠缠度也同样先增大后减小; 随着失谐量  $\Delta$  的增大, 场熵的平均值逐渐减小, 因此纠缠度也逐渐减小.

**关键词:** 相干态正交化展开, 非旋波近似, 场熵

**PACC:** 4250

## 1. 引 言

在量子通信和量子计算中, 量子纠缠具有广泛的作用, 而如何找到一个好的办法来度量量子纠缠是十分重要的. 自从 Phoenix 和 Knight 等人将熵理论用于量子光学领域以来, 熵在解释光场与原子的关联程度、光场与原子相互作用时所呈现的量子效应方面都显示出了很强的优越性, 尤其人们发现可以利用熵来度量光场与原子之间的纠缠程度<sup>[1-3]</sup>, 从而更好地制备纠缠态来实现量子通信和量子计算, 所以对场熵的研究又成为近年来的热点<sup>[4-8]</sup>.

光场与原子的相互作用可以导致光场与原子间的量子纠缠, 光场与三能级系统的相互作用在量子信息领域的应用同样很广泛. 与传统的 Jaynes-Cummings 模型相比, 三能级原子与光场之间的相互作用能够显示出更为全面的量子效应, 它被人们视为认识和掌握量子光学的重要工具, 所以对光场与三能级原子系统相互作用过程中场熵的研究是十分有意义的<sup>[7,8]</sup>.

在处理光场与原子之间的相互作用时, 通常采用旋波近似的方法. 这种方法在弱耦合的情况下非常适用, 但耦合强度较大时这种方法与严格的精确解符合得不好<sup>[9-14]</sup>. 本文主要是在非旋波近似下, 利用

相干态正交化展开方法对全量子化的光场与级联型三能级原子相互作用过程中场熵的演化进行了精确求解. 讨论了平均光子数、耦合强度以及失谐量对场熵演化的影响.

## 2. 模型与求解

研究如图 1 所示的级联型三能级原子, 原子的

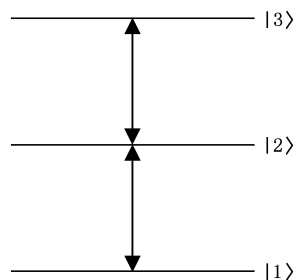


图 1 三能级级联型系统

三个能级从下到上分别用  $|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle$  表示, 其中能级  $|3\rangle$  与  $|1\rangle$  之间的跃迁是禁戒的. 描述光场与原子相互作用的哈密顿量在非旋波近似下可表示为<sup>[5]</sup>

$$H' = H_f + H_a + H_I, \quad (1)$$

$$H_f = \omega_0 a^\dagger a, \quad (2)$$

\* 四川省自然科学基金(批准号: 2006C028)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人. E-mail: rxz63@sohu.com

$$H_a = \omega_1 |1\rangle\langle 1| + \omega_2 |2\rangle\langle 2| + \omega_3 |3\rangle\langle 3|, \quad (3)$$

$$H_1 = u(a^+ + a)(|2\rangle\langle 3| + |3\rangle\langle 2|) + v(a^+ + a)(|2\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 2|), \quad (4)$$

式中  $H_a, H_a$  和  $H_1$ , 分别表示场、原子及其相互作用的哈密顿量,  $a^+, a$  为光场的产生算符和湮没算符,  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  为原子各个能级的能量(全文取  $\hbar = 1$ ),  $\omega_0$  为光子的频率,  $u, v$  为光场与原子的耦合强度. 为方便起见, 将其写成如下的矩阵形式:

$$H' = \begin{bmatrix} \omega_3 + \omega_0 a^+ a & u(a^+ + a) & 0 \\ u(a^+ + a) & \omega_2 + \omega_0 a^+ a & v(a^+ + a) \\ 0 & v(a^+ + a) & \omega_1 + \omega_0 a^+ a \end{bmatrix}. \quad (5)$$

令

$$u = g \sin \theta, \quad v = g \cos \theta. \quad (6)$$

为了使系统的哈密顿量对角化, 作  $SO(3)$  旋转变换, 引入幺正矩阵  $U$ ,

$$U = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} \\ U_{21} & U_{22} & U_{23} \\ U_{31} & U_{32} & U_{33} \end{bmatrix},$$

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} + \omega_0 a^+ a - g(a + a^+) & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} + \omega_0 a^+ a + g(a + a^+) & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} + \omega_0 a^+ a \end{bmatrix}, \quad (10)$$

其中

$$h_{11} = h_{22} = \frac{\omega_3}{2} \sin^2 \theta + \frac{\omega_2}{2} + \frac{\omega_1}{2} \cos^2 \theta, \quad (11)$$

$$h_{12} = h_{21} = \frac{\omega_3}{2} \sin^2 \theta - \frac{\omega_2}{2} + \frac{\omega_1}{2} \cos^2 \theta,$$

$$h_{13} = h_{23} = h_{31} = h_{32} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cos \theta \sin \theta (\omega_3 - \omega_1),$$

$$h_{33} = \omega_3 \cos^2 \theta + \omega_1 \sin^2 \theta. \quad (12)$$

运用相干态正交化展开方法<sup>[9-17]</sup>, 令系统的波函数为

$$|\psi\rangle = \begin{bmatrix} |\psi_-\rangle \\ |\psi_+\rangle \\ |\psi_0\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{n=0}^N c_n |n\rangle_A \\ \sum_{n=0}^N d_n |n\rangle_B \\ \sum_{n=0}^N f_n |n\rangle \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$U^{-1} = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{21} & U_{31} \\ U_{12} & U_{22} & U_{32} \\ U_{13} & U_{23} & U_{33} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

其中

$$U_{11} = U_{21} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \theta,$$

$$U_{12} = -U_{22} = -\frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$U_{13} = U_{23} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \theta,$$

$$U_{31} = -\cos \theta,$$

$$U_{32} = 0,$$

$$U_{33} = \sin \theta. \quad (8)$$

其旋转前的基矢  $|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle$  与旋转后的基矢  $|1'\rangle, |2'\rangle, |3'\rangle$  之间的变换关系为

$$\begin{bmatrix} |3'\rangle \\ |2'\rangle \\ |1'\rangle \end{bmatrix} = U \begin{bmatrix} |3\rangle \\ |2\rangle \\ |1\rangle \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} |3\rangle \\ |2\rangle \\ |1\rangle \end{bmatrix} = U^{-1} \begin{bmatrix} |3'\rangle \\ |2'\rangle \\ |1'\rangle \end{bmatrix}. \quad (9)$$

由  $H = UH'U^{-1}$  可以得到对角化的哈密顿量

其中  $|n\rangle_A, |n\rangle_B$  是平移 Fock 态,  $|n\rangle$  是 Fock 态, 因此由  $|n\rangle_A, |n\rangle_B$  和  $|n\rangle$  构成了三组新的完备归一基.  $|n\rangle_A, |n\rangle_B$  和  $|n\rangle$  的定义如下:

$$|n\rangle_A = \frac{1}{\sqrt{n!}} (A^+)^n |0\rangle_A,$$

$$|0\rangle_A = e^{\frac{g}{\omega_0} a^+ - \frac{g^2}{2\omega_0^2}} |0\rangle, \quad (14)$$

$$|n\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{n!}} (B^+)^n |0\rangle_B,$$

$$|0\rangle_B = e^{-\frac{g}{\omega_0} a^+ - \frac{g^2}{2\omega_0^2}} |0\rangle, \quad (15)$$

$$|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} (a^+)^n |0\rangle, \quad (16)$$

其中  $A, A^+$  和  $B, B^+$  是新的玻色算符,

$$A = a - \frac{g}{\omega_0}, \quad A^+ = a^+ - \frac{g}{\omega_0},$$

$$B = a + \frac{g}{\omega_0}, \quad B^+ = a^+ + \frac{g}{\omega_0}. \quad (17)$$

将(10)和(13)式代入薛定谔方程  $H|\psi\rangle = E|\psi\rangle$  后左乘  ${}_A\langle m|, {}_B\langle m|, \langle m|$  得

$$\left(h_{11} + \omega_0 m - \frac{g^2}{\omega_0}\right)c_m + h_{12} \sum_{n=0}^N d_{nA} \langle m|n\rangle_B + h_{13} \sum_{n=0}^N f_{nA} \langle m|n\rangle = E c_m, \quad (18)$$

$$h_{21} \sum_{n=0}^N c_{nB} \langle m|n\rangle_A + \left(h_{22} + \omega_0 m - \frac{g^2}{\omega_0}\right)d_m + h_{23} \sum_{n=0}^N f_{nB} \langle m|n\rangle = E d_m, \quad (19)$$

$$h_{31} \sum_{n=0}^N c_n \langle m|n\rangle_A + h_{32} \sum_{n=0}^N d_n \langle m|n\rangle_B + (h_{33} + \omega_0 m)f_m = E f_m. \quad (20)$$

令

$$D_{mn}(x) = e^{-\frac{x^2}{2}} \sum_{r=0}^{\min(m,n)} \frac{(-1)^r}{r!(m-r)!(n-r)!} \sqrt{m!n!} x^{m+n-2r}, \quad x = \frac{g}{\omega_0}, \quad (21)$$

有

$${}_A\langle m|n\rangle_B = (-1)^m D_{mn}\left(\frac{2g}{\omega_0}\right), \quad \langle m|n\rangle_B = (-1)^m D_{mn}\left(\frac{g}{\omega_0}\right), \quad (22)$$

$${}_A\langle m|n\rangle = \langle m|n\rangle_B, \quad {}_B\langle m|n\rangle_A = (-1)^{n-m} \langle m|n\rangle_B, \quad {}_B\langle m|n\rangle = (-1)^{n-m} \langle m|n\rangle_B, \quad \langle m|n\rangle_A = (-1)^{n-m} \langle m|n\rangle_B. \quad (23)$$

将(21), (22)和(23)式代入(18), (19)和(20)式, 通过求解这  $3N+3$  个本征方程, ( $m, n = 0, \dots, N$ ) 可以得到系统的本征波函数  $\{c_n^i\}, \{d_n^i\}$  和  $\{f_n^i\}$  和能谱  $\{E^i\}$ .

假设初始时刻原子处于最高能级  $|3\rangle$ , 而光场处于相干态, 则初始时刻态矢可以表示为

$$|\psi(0)\rangle = e^{\alpha a^\dagger - \frac{\alpha^2}{2}} |0\rangle |3\rangle = e^{\alpha a^\dagger - \frac{\alpha^2}{2}} |0\rangle (U_{11} |3'\rangle + U_{21} |2'\rangle + U_{31} |1'\rangle) + \sum_{i=0}^{3N} k_i \left[ \sum_{n=0}^N (c_n^i |n\rangle_A |3'\rangle + d_n^i |n\rangle_B |2'\rangle + f_n^i |n\rangle |1'\rangle) \right]. \quad (24)$$

$\bar{n} = \alpha^2$  为初始光场的平均光子数,  $k_i$  是与初始条件相关的待定系数. 由(24)式可以得到

$$U_{11} e^{\alpha a^\dagger - \frac{\alpha^2}{2}} |0\rangle = \sum_{i=0}^{3N} k_i \sum_{n=0}^N c_n^i |n\rangle_A, \quad (25)$$

$$U_{21} e^{\alpha a^\dagger - \frac{\alpha^2}{2}} |0\rangle = \sum_{i=0}^{3N} k_i \sum_{n=0}^N d_n^i |n\rangle_B, \quad (26)$$

$$U_{31} e^{\alpha a^\dagger - \frac{\alpha^2}{2}} |0\rangle = \sum_{i=0}^{3N} k_i \sum_{n=0}^N f_n^i |n\rangle. \quad (27)$$

将(25), (26)和(27)式分别左乘  ${}_A\langle m|, {}_B\langle m|, \langle m|$  得到

$$\sum_{i=0}^{3N} k_i c_m^i = U_{11} \frac{1}{\sqrt{m!}} e^{-\frac{(g-\alpha\omega_0)^2}{2\omega_0^2}} \left(\alpha - \frac{g}{\omega_0}\right)^m, \quad (28)$$

$$\sum_{i=0}^{3N} k_i d_m^i = U_{21} \frac{1}{\sqrt{m!}} e^{-\frac{(g+\alpha\omega_0)^2}{2\omega_0^2}} \left(\alpha + \frac{g}{\omega_0}\right)^m, \quad (29)$$

$$\sum_{i=0}^{3N} k_i f_m^i = U_{31} \frac{1}{\sqrt{m!}} e^{-\frac{\alpha^2}{2}} \alpha^m. \quad (30)$$

通过求解(28), (29)和(30)式组成的非齐次线性方程组, 便可以得到  $\{k_i\}, (i = 1, \dots, 3N+3)$ .

那么任意时刻的波函数为

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{i=0}^{3N} k_i e^{-iE_i t} \sum_{n=0}^N [c_n^i |n\rangle_A |3'\rangle + d_n^i |n\rangle_B |2'\rangle + f_n^i |n\rangle |1'\rangle]. \quad (31)$$

### 3. 场熵的计算和结果分析

量子系统的冯·诺依曼熵定义为<sup>[3]</sup>

$$S = -\text{Tr}(\rho \ln \rho), \quad (32)$$

式中  $\rho$  为量子系统的密度算符,

$$\rho = |\psi(t)\rangle \langle \psi(t)|. \quad (33)$$

量子腔场作为原子与腔场所组成的闭合系统的一个子系统, 是一个开放的系统, 因此场熵是随时间不断变化的. 根据文献[3]场熵被定义为如下的约化密度算符:

$$\rho_f(t) = \text{Tr}_a \{ |\psi(t)\rangle \langle \psi(t)| \} = \sum_{i,j=0}^{3N} k_j^* k_i e^{i(E_j - E_i)t} \left[ \sum_{n,m} (c_n^i c_m^{j*} |n\rangle_{AA} \times \langle m| + d_n^i d_m^{j*} |n\rangle_{BB} \langle m| + f_n^i f_m^{j*} |n\rangle \langle m|) \right]. \quad (34)$$

因而可得到  $t$  时刻的场熵为

$$S_f(t) = - \sum_{l=0} \langle l| \rho(t) |l\rangle \ln \langle l| \rho(t) |l\rangle = - \sum_{l=0} \left\{ \sum_{i,j=0}^{3N} k_j^* k_i e^{i(E_j - E_i)t} \left[ \sum_{n,m} (c_n^i c_m^{j*} \langle l|n\rangle_{AA} \times \langle m|l\rangle + d_n^i d_m^{j*} \langle l|n\rangle_{BB} \langle m|l\rangle) + f_n^i f_m^{j*} \right] \times \ln \left[ \sum_{i,j=0}^{3N} k_j^* k_i e^{i(E_j - E_i)t} \left[ \sum_{n,m} (c_n^i c_m^{j*} \langle l|n\rangle_{AA} \right. \right. \right. \right.$$

$$\times_A \langle m | l \rangle + d_n^i d_m^{j*} \langle l | n \rangle_{BB} \langle m | l \rangle + f_{il}^{j*} \Big\}, \quad (35)$$

其中

$$\begin{aligned} \langle l | n \rangle_A &= (-1)^n D_{nl} \left( \frac{g}{\omega_0} \right), \\ A \langle m | l \rangle &= (-1)^m D_{ml} \left( \frac{g}{\omega_0} \right), \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \langle l | n \rangle_B &= (-1)^{l-n} \langle l | n \rangle_A, \\ B \langle m | l \rangle &= (-1)^{l-m} A \langle m | l \rangle. \end{aligned} \quad (37)$$

将(36)式,(37)式,  $\{k_i\}$  和  $\{E^i\}$  代入(35)式, 就可以得到任意时刻的场熵.

## 4. 结果与讨论

图2给出了  $\omega_0 = 1 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_1 = 0 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_2 = 1 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_3 = 2 \text{ rad/s}$ ,  $\hbar = 1$ ,  $u = v = 0.1 \text{ rad/s}$  时场熵的演化与平均光子数  $\bar{n}$  的关系. 首先, 从图中可以看到场熵的演化具有明显的振荡特性, 这说明了光场与原子的关联是振荡的. 场熵大时关联强, 纠缠度大, 场熵小时关联弱, 纠缠度小. 其次, 从图2中可以看出, 随着  $\bar{n}$  的增加, 场熵的平均值存在一个极值, 即场熵随平均光子数  $\bar{n}$  的增加, 先增大后减小, 表明了光场与原子之间的关联程度也先增加后减小, 即纠缠度先增加后减小. 特别是在极大值处, 场与原子的纠缠最为强烈, 纠缠度最高.

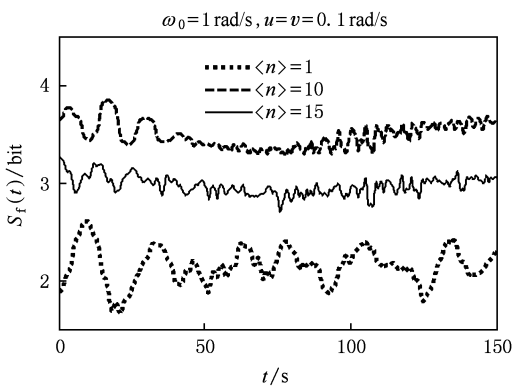


图2  $\omega_1 = 0 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_2 = 1 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_3 = 2 \text{ rad/s}$ ,  $\hbar = 1$ ,  $\bar{n}$  取不同值时场熵随时间的演化

与文献[5]相比, 本文是以2为底数, 因此演化曲线整体上移. 当平均光子数  $\bar{n} = 10$  时, 由于非旋波项的作用演化曲线会出现小锯齿装的振荡, 此为量子噪声的原因. 但用相干态正交化方法得到的演

化效果较文献[5]的量子噪声明显减小.

图3给出了  $\omega_0 = 1 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_1 = 0 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_2 = 1 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_3 = 2 \text{ rad/s}$ ,  $\bar{n} = 1$ ,  $\hbar = 1$  时场熵与耦合强度  $u$  和  $v$  的关系. 从图中可以看出, 首先, 场熵的演化具有明显的振荡性, 说明了光场与原子之间的关联是振荡的. 随着耦合强度的增大, 熵的演化周期逐渐减小. 其次, 随着耦合强度的增加, 场熵的平均值存在一个极值, 即场熵随耦合强度  $u, v$  的增加, 先增大后减小, 表明了光场与原子之间的关联程度也先增加后减小, 即纠缠度先增加后减小. 尤其在场熵的平均值最大值处, 场与原子的纠缠度最高.

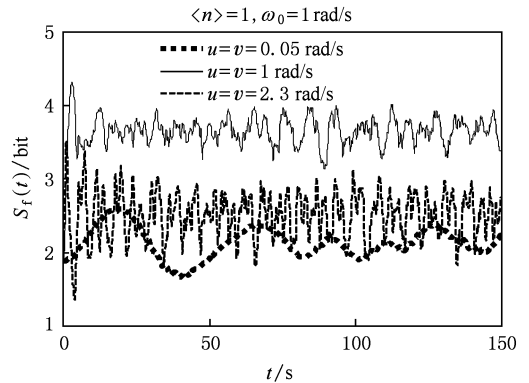


图3  $\omega_1 = 0 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_2 = 1 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_3 = 2 \text{ rad/s}$ ,  $\hbar = 1$ ,  $u, v$  取不同值时场熵随时间的演化

图4是在  $\omega_1 = 0 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_2 = 1 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_3 = 2 \text{ rad/s}$ ,  $u = v = 0.1 \text{ rad/s}$ ,  $\bar{n} = 1$ ,  $\hbar = 1$  时, 失谐量  $\Delta$  与场熵的关系. 从图中能够清楚的看到, 首先, 随着失谐量的增大, 场熵演化的振荡频率逐渐增大, 但振幅逐渐减小, Rabi 频率的周期性逐渐明显. 其次, 场熵的平均值随着失谐量的增大而逐渐减小, 说明

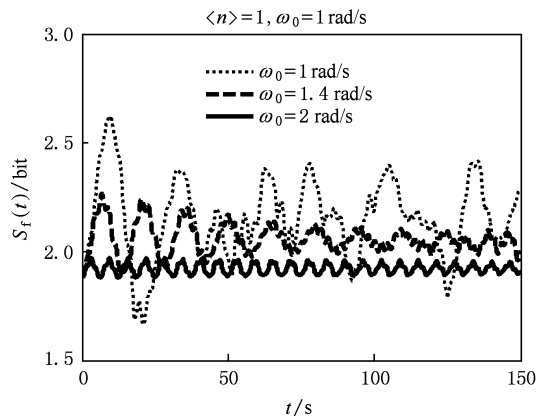


图4  $\omega_1 = 0 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_2 = 1 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_3 = 2 \text{ rad/s}$ ,  $\hbar = 1$ ,  $\omega_0$  取不同值时场熵随时间的演化

了光场与原子的关联程度逐渐减小, 即耦合逐渐减弱, 纠缠程度也随之减小, 所以只有在共振频率处才能产生最大的纠缠. 结果表明, 失谐量对场熵也具有明显的调制作用.

## 5. 结 论

本文在非旋波近似下, 利用相干态正交化展开方法精确求解了光场与级联型三能级原子间的场

熵的演化行为. 通过数值计算, 讨论了场熵与平均光子数  $\bar{n}$ , 耦合强度  $u, v$  以及失谐量  $\Delta$  之间的关系. 结果表明, 场熵的演化具有明显的振荡性, 随着平均光子数和耦合强度的增大, 场熵的平均值并不是一直增大的, 而是具有极值, 当达到极值后, 场熵随平均光子数和耦合强度的增大而减小, 表明光场与原子之间的纠缠先增加后减小. 另外场熵振荡的周期性随失谐量的增大逐渐明显, 但平均值却逐渐减小.

- 
- [1] Phoenix S J D, Knight P L 1988 *Ann. Phys.* **186** 381
- [2] Phoenix S J D, Knight P L 1991 *Phys. Rev. A* **44** 6023
- [3] Obada A S F, Ahmed M M A, Faramawy F K, Khalil E M 2004 *Chin. J. Phys.* **42** 80
- [4] Faisal A A E, Wahiddin M R B, Obada A S F 2008 *Opt. Commun.* **281** 2854
- [5] Liu S M 2003 *Chin. J. Quantum. Electron.* **20** 725 (in Chinese) [刘素梅 2003 量子电子学报 **20** 725]
- [6] Zou Y, Li Y P 2009 *Chin. Phys. B* **18** 2794
- [7] Zhang J F, Tan L, Liu L W, Ding C Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2205 (in Chinese) [张金芳、谭磊、刘利伟、丁彩英 2008 物理学报 **57** 2205]
- [8] Hu X P, Guo H 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 272 (in Chinese) [胡孝平、郭红 2009 物理学报 **58** 272]
- [9] Liu T, Feng M, Wang K L 2007 *Commun. Theor. Phys.* **47** 561
- [10] Zhang Z J, Wang K L, Qin G 2005 *Chin. Phys.* **14** 1317
- [11] T Liu, K L Wang, M Feng 2007 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **40** 1967
- [12] Fan Y X, Liu T, Feng M, Wang K L 2007 *Commun. Theor. Phys.* **47** 781
- [13] Liu T, Fan Y X, Huang S W, Wang K L, Wang Y 2007 *Commun. Theor. Phys.* **47** 791
- [14] Ren X Z, Jiang D L, Cong H L, Liao X 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5394 (in Chinese) [任学藻、姜道来、丛红璐、廖旭 2009 物理学报 **58** 5394]
- [15] Ren X Z, Liao X, Huang S W, Wang K L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2680 (in Chinese) [任学藻、廖旭、黄书文、汪克林 2009 物理学报 **58** 2680]
- [16] Ren X Z, Liao X, Liu T, Wang K L 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2865 (in Chinese) [任学藻、廖旭、刘涛、汪克林 2006 物理学报 **55** 2865]
- [17] Chen Q H, Zhang Y Y, Liu T, Wang K L 2008 *Phys. Rev. A* **78** 1050

# An exact solution of evolution of the field entropy in a system of three-level cascade type atom interacting with single-mode coherent field\*

Cong Hong-Lu Ren Xue-Zao<sup>†</sup> Jiang Dao-Lai Liao Xu

(School of Science, Southwest University of Science and Technology, Mianyang 621010, China)

(Received 5 May 2009; revised manuscript received 6 August 2009)

## Abstract

In this paper, the evolution of field entropy in the system of single-mode coherent light field interacting with a three-level cascade type atom is calculated exactly in the frame of complete quantum theory and without rotating wave approximation. The numerical results indicate that with the increases of the initial mean photon number  $\bar{n}$  and the atom-field coupling strengths  $u$  and  $v$  the mean value of the field entropy increases at first and then decreases. Therefore, the degrees of entanglement also increase at first and then decrease. The mean value of the entropy of the field decreases with the enlarging of the detuning  $\Delta$ , which leads to the decrease of the degrees of entanglement.

**Keywords:** coherent-state orthogonalization expansion, without rotating wave approximation, field entropy

**PACC:** 4250

---

\* Project supported by the Natural Science Foundation of Sichuan Province, China (Grant No. 2006C028).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: rxz63@sohu.com