

# 运动原子与光场依赖强度纠缠下最佳熵压缩态的制备和控制\*

刘小娟<sup>†</sup> 赵明卓 刘一曼 周并举 彭朝晖

(湖南科技大学物理学院, 湘潭 411201)

(2009 年 8 月 9 日收到; 2009 年 8 月 27 日收到修改稿)

运用量子信息熵理论, 研究了运动二能级原子与光场依赖强度纠缠下最佳熵压缩态的制备和控制; 比较了分别从基于信息熵不确定关系和海森堡不确定关系出发得出的结果; 分析了制备原子最佳熵压缩态的充要条件, 并进行了数值验证. 考察了场模结构参数对最佳熵压缩态的影响. 结果表明, 信息熵压缩是对原子压缩效应的高灵敏度; 控制原子与场的相互作用时间, 斩断原子和场的纠缠, 选择原子的相干性, 调节系统的相对位相可制备原子最佳熵压缩态; 控制场模结构参数, 可获得持续的原子最佳熵压缩态.

**关键词:** 依赖强度耦合, 场模结构参数, 最佳熵压缩态

**PACC:** 4250

## 1. 引 言

近年来, 由于量子信息处理和量子计算与其经典对应相比, 具有无比的优越性, 对其理论和实验的研究成为关注的焦点<sup>[1,2]</sup>. 然而, 量子比特与环境不可避免的相互作用引起的量子噪声, 导致编码量子态的退相干, 是量子信息处理和量子计算实验实现的主要障碍<sup>[3]</sup>. 而最近的研究表明<sup>[4]</sup>, 压缩光的产生是抑制量子噪声的有效方法. 另一方面, 过去十年来由于二能级原子的压缩在量子光学领域的潜在应用<sup>[5-7]</sup>, 引起人们的广泛关注. 压缩原子能够产生压缩光<sup>[4]</sup>, 压缩光在量子密集编码, 量子噪声的控制以及量子远程传态等量子通信领域<sup>[8-10]</sup>中具有重要应用, 使原子压缩效应的研究成为十分活跃的课题. 在这个研究领域中, 最佳原子压缩态对应于最小量子噪声的量子态<sup>[11]</sup>, 实现它的制备和控制是十分重要的任务. 传统原子压缩的研究是基于海森堡不确定关系<sup>[12]</sup>, 并认为标准偏差是量子涨落的标准极限. 然而在文献[13]表明在某些情况下海森堡不确定关系不能给出原子压缩的充分信息. 文献[14]应用量子熵理论研究了量子涨落并获得了位置-动量的熵不确定关系, 文献[13]中给出了二

能级原子的熵不确定关系并应用量子熵理论定义了二能级原子的熵压缩, 克服了海森堡不确定关系的局限性, 证明了信息熵压缩实现了对原子压缩效应的高灵敏度. 一些文献<sup>[15-17]</sup>研究了各类情况下的原子的信息熵压缩.

依赖强度耦合的 J-C 模型是 Buck 和 Sukumar 为反映光场与原子的相互作用对光场强度的依赖性而提出的理论模型<sup>[18]</sup>. 该模型不仅可以精确求解, 而且还展示了丰富的量子效应, 一些作者研究了忽略原子运动和场模结构的影响下, 该模型中原子反转的崩溃和回复<sup>[19]</sup>, 光场的熵演化<sup>[20]</sup>, 原子和光场的 disentangled-states 及其演化<sup>[21]</sup>等. 而该模型运动原子最佳熵压缩问题的研究至今未见涉及. 随着激光制冷和原子囚禁技术的发展, 冷原子和超冷原子的获得必须考虑原子的空间运动. 因此在研究原子-场相互作用动力学时, 应考虑原子沿腔轴的运动和不同场模结构的影响. 本文运用量子信息熵理论研究运动原子与光场依赖强度纠缠下最佳熵压缩态的制备和控制, 分析原子与场纠缠和原子最佳熵压缩态的关系, 并进行数值验证. 讨论场模结构对原子最佳熵压缩的影响, 制备原子最佳熵压缩态, 获得调控原子最佳熵持续压缩态的系统参数. 近期的研究表明<sup>[3,4]</sup>压缩原子在低噪声量子信息处

\* 国家自然科学基金(批准号: 10374025), 湖南省自然科学基金(批准号: 09JJ3012)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: lxjdx@163.com

理中具有重要应用. 我们的结果对量子信息处理和量子计算中量子噪声的控制的实验实现可能是重要的.

## 2. 模型及原子的约化密度矩阵

考虑一个依赖强度耦合单模光场与运动二能级原子单光子跃迁相互作用的量子系统. 旋波近似下系统的哈密顿量可表示为<sup>[21]</sup>

$$H = \omega_0 S_z + \omega a^+ a + gf(z) (S_+ a \sqrt{a^+ a} + \sqrt{a^+ a} a^+ S_-), \quad (\hbar = 1), \quad (1)$$

式中,  $a^+$ ,  $a$  是频率为  $\omega$  的场模的产生和湮没算符,  $S_z$  和  $S_{\pm}$  分别为原子的反转和跃迁算符,  $\omega_0$  为原子的跃迁频率,  $g$  为原子与场模的耦合常数.  $\sqrt{a^+ a}$  为耦合强度相关量,  $f(z)$  为腔场模的形状函数. 设原子运动沿  $z$  轴运动, 因此只需考虑模的形状函数对  $z$  的依赖关系. 原子运动可具体化为

$$f(z) \rightarrow f(vt) = \sin\left(\frac{p\pi vt}{L}\right), \quad (2)$$

式中  $v$  表示原子的运动速度,  $p$  表示长度为  $L$  的腔中场模的半波数.

为简单起见, 我们考虑共振情况 (即  $\omega = \omega_0$ ), (1) 式确定的哈密顿量可以重新写为

$$\begin{aligned} H &= H_0 + H_I, \\ H_0 &= \omega(S_z + a^+ a), \\ H_I &= g \sin\left(\frac{p\pi vt}{L}\right) (S_+ a \sqrt{a^+ a} + \sqrt{a^+ a} a^+ S_-). \end{aligned} \quad (3)$$

在相互作用绘景中, 可以证明

$$[H_0(t), H_I(t)] = 0. \quad (4)$$

时间演化 Dyson 算符  $U_I(t)$  可以写为

$$\begin{aligned} U_I &= \exp\left[-i \int_0^t H_I(t') dt'\right] \\ &= \exp[-i\theta(t)(S_+ a \sqrt{a^+ a} + \sqrt{a^+ a} a^+ S_-)]. \end{aligned} \quad (5)$$

不失一般性, 选择原子的速度  $v = gL/\pi$ , 可得

$$\begin{aligned} \theta(t) &= \int_0^t [f(vt') dt'] = \int \left[ \sin\left(\frac{p\pi vt'}{L}\right) \right] dt' \\ &= \frac{1}{pg} [1 - \cos(pgt)]. \end{aligned} \quad (6)$$

在二维原子基矢时间演化 Dyson 算符  $U_I(t)$  的矩阵表示可以写为

$$U_I(t) = \begin{bmatrix} \hat{u}_{22} & -i\hat{u}_{21} \\ -i\hat{u}_{12} & \hat{u}_{11} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned} \hat{u}_{22} &= \cos(\hat{A}g\theta(t)), \\ \hat{u}_{21} &= a \frac{\sin(\hat{B}g\theta(t))}{\hat{B}}, \\ \hat{u}_{11} &= \cos(\hat{B}g\theta(t)), \\ \hat{u}_{12} &= a \frac{\sin(\hat{A}g\theta(t))}{\hat{A}}, \\ \hat{A} &= (aa^+), \\ \hat{B} &= (a^+ a). \end{aligned} \quad (8)$$

考虑原子的初态为激发态  $|e\rangle$  和基态  $|g\rangle$  叠加的任意纯态

$$|\psi_a(0)\rangle = \cos(\vartheta/2) |e\rangle + \exp(i\varphi) \sin(\varphi/2) |g\rangle, \quad (9)$$

而设初始场为相干态

$$\begin{aligned} |\alpha\rangle &= \sum_{n=0}^{\infty} F_n |n\rangle, \\ F_n &= \exp(-\bar{n}) \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}, \end{aligned} \quad (10)$$

其中  $0 \leq \vartheta \leq \pi$  为原子的分布角,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$  是原子偶极位相.  $\alpha = \sqrt{\bar{n}} \exp(i\beta)$ ,  $\bar{n}$  是初始平均光子数,  $\beta$  是初始相干场的位相角. 原子与场全系统的初态可写为

$$\rho(0) = \rho_a(0) \otimes \rho_f(0), \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned} \rho_a(0) &= |\psi_a(0)\rangle \langle \psi_a(0)|, \\ \rho_f(0) &= |\alpha\rangle \langle \alpha|. \end{aligned} \quad (12)$$

分别为初始时间原子和场模的密度算符. 在任意时刻, 原子的约化密度算符可以写为

$$\begin{aligned} \rho_a(t) &= \text{Tr}_F \{ U_I(t) \rho(0) U_I^\dagger(t) \} \\ &= \begin{bmatrix} \langle D | D \rangle & \langle T | D \rangle \\ \langle D | T \rangle & \langle T | T \rangle \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} \langle D | D \rangle &= \sum_{n=0}^{\infty} \{ |F_n|^2 \cos(\vartheta/2)^2 \\ &\quad \times \cos((n+1)g\theta(t))^2 \\ &\quad + |F_{n+1}|^2 \sin(\vartheta/2)^2 \\ &\quad \times \sin((n+1)g\theta(t))^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} \frac{\bar{n}}{(n+1)} \sin(\vartheta) \sin(\varphi - \beta) \end{aligned}$$

$$\times \sin(2(n+1)g\theta(t))\}, \quad (14)$$

$$\langle T|T\rangle = 1 - \langle D|D\rangle, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \langle T|D\rangle &= \langle D|T\rangle^* = \frac{1}{2} \sin(\vartheta) \sum_{n=0}^{\infty} |F_n|^2 \\ &\times \left\{ \exp[i(\varphi)] \cos(ng\theta(t)) \right. \\ &\times \cos((n+1)g\theta(t)) \\ &+ \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{(n+1)}} \exp(i(\beta - \varphi)) \\ &\times \sin((ng\theta(t)) \cos((n+1)g\theta(t)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \text{iexp}(i\beta) \left( \sqrt{\frac{n}{n+1}} \cos(\vartheta/2)^2 \right. \\ &\times \cos((n+1)g\theta(t)) \\ &\times \sin(\sqrt{(n-1)(n)}g\theta(t)) \\ &- \left. \sqrt{\frac{n}{(n+1)}} \sin(\vartheta/2)^2 \cos(ng\theta(t)) \right. \\ &\times \left. \sin((n+1)g\theta(t)) \right\}, \quad (16) \end{aligned}$$

式中,  $\Phi = \beta - \varphi$  称为场与原子(系统)的相对位相.

$\rho_a(t)$  的本征值和本征态能够被表达成如下列形式<sup>[20]</sup>:

$$\lambda_a^\pm = \frac{1}{2} \pm \sqrt{(\langle D|D\rangle - \langle T|T\rangle)^2 + 4|\langle T|D\rangle|^2}, \quad (17)$$

$$|\phi_a^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\lambda_a^\pm \cosh(\delta)}} (\exp(1/2(i\alpha \mp \delta)) \pm \exp(1/2(-i\alpha \pm \delta))), \quad (18)$$

其中

$$\delta = \sinh^{-1} \left[ \frac{1}{2|\langle D|T\rangle|} (\langle D|D\rangle - \langle T|T\rangle) \right], \quad (19)$$

$$\alpha = \tanh^{-1} \left[ \frac{\text{Im}\langle D|T\rangle}{\text{Re}\langle D|T\rangle} \right]. \quad (20)$$

原子约化熵可表达为<sup>[22]</sup>

$$S_a = -\lambda_a^+ \log_2 \lambda_a^+ - \lambda_a^- \log_2 \lambda_a^-. \quad (21)$$

当  $S_a = 1$ , 说明原子与场处于最大纠缠,  $S_a = 0$ , 表明原子与场完全退纠缠.

### 3. 原子的信息熵压缩性质

由文献[13]可知, 二能级原子偶极矩分量  $S_a$  ( $\alpha = x, y, z$ ) 的信息熵为

$$H(S_\alpha) = - \sum_{i=1}^2 P_i(S_\alpha) \ln P_i(S_\alpha), \quad \alpha = x, y, z, \quad (22)$$

其中  $P_i(S_\alpha) = \langle \psi_{ai} | \rho | \psi_{ai} \rangle$ ,  $i = 1, 2$ , 是变量  $S_\alpha$  在用  $\rho$  描述的量子态中的概率分布. 利用由(14)–(16)式给定的原子约化密度矩阵元, 原子算符  $S_x, S_y$  和  $S_z$  的信息熵为

$$\begin{aligned} H(S_x) &= - \left[ \frac{1}{2} + \text{Re}\langle T|D\rangle \right] \ln \left[ \frac{1}{2} + \text{Re}\langle T|D\rangle \right] \\ &- \left[ \frac{1}{2} - \text{Re}\langle T|D\rangle \right] \ln \left[ \frac{1}{2} - \text{Re}\langle T|D\rangle \right], \\ H(S_y) &= - \left[ \frac{1}{2} + \text{Im}\langle T|D\rangle \right] \ln \left[ \frac{1}{2} + \text{Im}\langle T|D\rangle \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &- \left[ \frac{1}{2} - \text{Im}\langle T|D\rangle \right] \ln \left[ \frac{1}{2} - \text{Re}\langle T|D\rangle \right], \\ H(S_z) &= - \langle D|D\rangle \ln \langle D|D\rangle - \langle T|T\rangle \ln \langle T|T\rangle. \end{aligned} \quad (23)$$

原子变量  $S_x, S_y, S_z$  的信息熵满足信息熵不确定关系

$$\delta H(S_x) \delta H(S_y) \geq \frac{4}{\delta H(S_z)}, \quad (24)$$

式中  $\delta H(S_\alpha) = \exp[H(S_\alpha)]$ . 如果原子偶极矩分量  $S_\alpha$  ( $\alpha = x$  或  $y$ ) 的涨落满足以下不等式:

$$\begin{aligned} E(S_\alpha) &= \delta H(S_\alpha) - \frac{2}{\sqrt{|\delta H(S_z)|}} < 0, \\ (\alpha &\equiv x \text{ 或 } y) \end{aligned} \quad (25)$$

就称  $S(\alpha)$  分量的信息熵被压缩<sup>[13]</sup>.  $E(S_\alpha)$  ( $\alpha = x, y$ ) 称熵压缩因子.

由于  $H(S_\alpha)$  ( $\alpha = x, y, z$ ) 的取值范围是  $0 - \ln 2$ ,  $\delta H(S_\alpha)$  的取值范围是  $1 - 2$ . 所以  $E(S_\alpha)$  ( $\alpha = x, y$ ) 的最小值为

$$\begin{aligned} E_o(S_\alpha) &= (S_\alpha) = 1 - \sqrt{2} = -0.414 < 0, \\ (\alpha &\equiv x \text{ 或 } y), \end{aligned} \quad (26)$$

$E_o(S_\alpha)$  称为  $S_x$  或  $S_y$  算符的最佳熵压缩.

文献[13]已证明算符  $S_x$  和  $S_y$  的本征态

$$|\psi_{\alpha\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle \pm |g\rangle), \quad (27)$$

和

$$|\psi_{ay}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle + i|g\rangle), \quad (28)$$

正是原子在  $S_x$  和  $S_y$  分量上的最佳熵压缩态.

而基于海森堡不确定关系的标准偏差压缩定义为<sup>[13]</sup>:如果原子偶极矩分量  $S(\alpha)$  满足下式:

$$V(S_\alpha) = \Delta S(\alpha) - \sqrt{|\langle S_z \rangle|/2} < 0, \quad (\alpha \equiv x \text{ or } y), \quad (29)$$

其中  $\Delta S_\alpha = [\langle S_\alpha^2 \rangle - \langle S_\alpha \rangle^2]^{1/2}$ , 就说  $S(\alpha)$  分量出现了偏差压缩. 由(27)和(28)式确定的原子反转

$$\langle \psi_{\alpha\alpha} | S_z | \psi_{\alpha\alpha} \rangle = 0, \quad (\alpha = x, y), \quad (30)$$

所以  $|\psi_{\alpha\alpha}\rangle$  态不呈现原子的偏差压缩.

## 4. 原子的最佳熵压缩态制备与和控制

本小节在比较两种压缩效应的基础上讨论原子最佳熵压缩态的制备,数值验证和控制.

### 4.1. 两种压缩效应的比较

图1(a),(b)展示了在原子初始处于相干叠加

态( $\vartheta = \pi/2$ ),场初始处于相干态,平均光子数  $\bar{n} = 25$ ,系统的相对位相  $\Phi = 0$ ,场模结构参量  $p = 1$  的情况下,熵压缩因子随时间演化,图1(c),(d)为偏差压缩因子的时间演化情况.图2表明了这一情况下的原子反转 $\langle S_z \rangle$ 时间演化.

比较图1(a)和(c),(b)和(d)可知,熵压缩因子  $E(S_x), E(S_y)$  和偏差压缩因子  $V(S_x), V(S_y)$  有很大的差别.前者展示压缩效应而后者没有呈现压缩效应.存在这种差别的物理根源在于:在整个时间段内,原子反转 $\langle S_z \rangle \approx 0$ ,基于(29)式定义的海森堡不确定关系的标准偏差压缩仅包含了系统密度矩阵二阶统计矩的信息,是平庸的,所以  $V(S_x)$  和  $V(S_y)$  不出现压缩,不能提供压缩信息.而(25)式直接反映系统量子涨落的量子信息,包含了系统密度矩阵高阶统计矩的信息.故(29)式定义的  $E(S_x), E(S_y)$  熵压缩因子是非平庸的,它可以提供足够的压缩信息.这表明,量子信息熵压缩是原子压缩效应的精密量度.它克服了基于海堡不确定关系定义的标准偏差压缩的平庸性.这一结果与文献[13]一致.

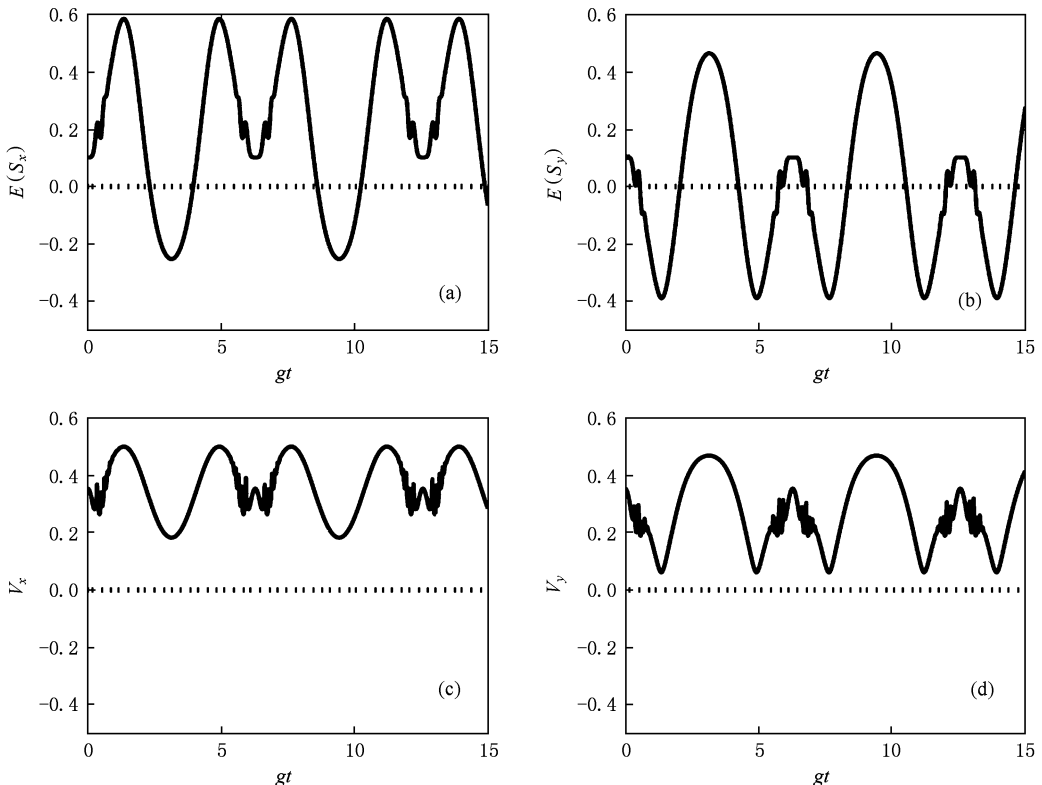


图1 压缩因子的时间演化(初始原子处于相干叠加态( $\vartheta = \pi/2$ ),场模结构参数 $p = 1$ ,场的平均光子数 $\bar{n} = 25$ ,相对位相 $\Phi = 0$ ) (a)熵压缩因子  $E(S_x)$ ; (b)熵压缩因子  $E(S_y)$ ; (c)偏差压缩因子  $V(S_x)$ ; (d)偏差压缩因子  $V(S_y)$

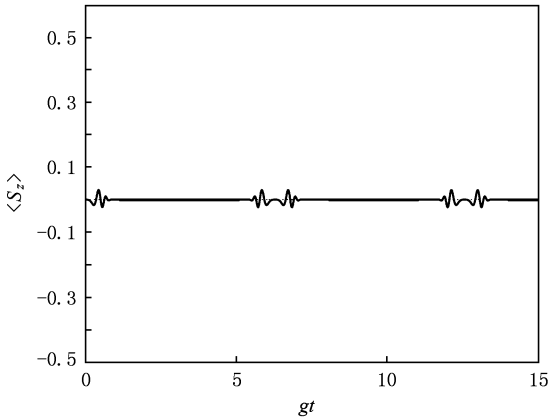


图2 原子反转化(原子初始场为相干叠加态( $\vartheta = \pi/2$ ), 相对位相  $\Phi = 0$ , 场模结构参数  $p = 1$ , 场的平均光子数  $\bar{n} = 25$ )

## 4.2. 最佳熵压缩态的制备与验证

### 4.2.1. 最佳熵压缩态的制备

根据复合纯态的 Schmidt 分解定理, 由(2)式描述的哈密顿量将导致任意时刻原子与场处于如下的纯态<sup>[23]</sup>:

$$|\psi_{af}(t)\rangle = \lambda_a^+ |\phi_a^+\rangle |\phi_f^+\rangle + \lambda_a^- |\phi_a^-\rangle |\phi_f^-\rangle, \quad (31)$$

其中,  $\lambda_a^\pm$  是原子子系统  $\rho_a(t)$  的本征值,  $|\phi_a^\pm\rangle$  是属于  $\lambda_a^\pm$  的本征根态, 分别由(17)和(18)式确定. 可以证明, 场约化密度矩阵  $\rho_f(t)$  的本征值  $\lambda_f^\pm = \lambda_a^\pm$ ,  $|\phi_f^\pm\rangle$  是属于  $\lambda_f^\pm$  的本征态. 上式除一些特殊情况外, 一般是纠缠态. 而原子由初始(9)式纯态演化成混合态:

$$\begin{aligned} \rho_a(t) = & \langle D|D\rangle |e\rangle\langle e| + \langle T|D\rangle |e\rangle\langle g| \\ & + \langle D|T\rangle |g\rangle\langle e| + \langle T|T\rangle |g\rangle\langle g|, \end{aligned} \quad (32)$$

式中  $\langle D|D\rangle$ ,  $\langle T|D\rangle$  和  $\langle T|T\rangle$  由(14)–(16)式确定.

因此, 斩断原子与相干场之间的纠缠, 使原子从混合态演化成纯态, 是制备原子最佳熵压缩态必要条件.

首先, 选取  $gt_m = 2m\pi$  ( $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) 和  $p = 1$ , 根据(7)式可得时间因子为

$$\begin{aligned} \theta(t) = & (1 - \cos(2m\pi)) \\ = & 0. \end{aligned} \quad (33)$$

代入本征值公式

$$\lambda_a^\pm = \frac{1}{2} \pm \sqrt{(\langle D|D\rangle - \langle T|T\rangle)^2 + 4|\langle T|D\rangle|^2}, \quad (34)$$

计算表明, 在  $t_m$  时刻, 无论  $\vartheta$  取何值,  $\lambda_a^\pm$  的取值为

$$\lambda_a^+ = 1, \quad \lambda_a^- = 0. \quad (35)$$

它们决定了在这些时刻系统态总处于如下纯态:

$$|\psi_{af}(t)\rangle = |\phi_a^+\rangle |\phi_f^+\rangle. \quad (36)$$

这正是原子与场完全退纠缠的直积态, 斩断了原子与场的纠缠. 换言之, 原子的相干性不影响系统纠缠的周期性, 即对于不同的原子初态在  $t_m$  时刻原子总处于纯态  $|\phi_a^+\rangle$ <sup>[22]</sup>,

$$\begin{aligned} |\phi_a^+\rangle = & \frac{1}{\sqrt{2\lambda_a^+ \cosh(\delta)}} (\exp(1/2(i\alpha + \delta)) |e\rangle \\ & + \exp(1/2(-i\alpha + \delta)) |g\rangle). \end{aligned} \quad (37)$$

其次, 选择系统初始参数, 将上式制备到算符  $S_x$  或  $S_y$  的本征态. 讨论两种情况.

**情况1** 选择原子初始处于相干叠加态  $\vartheta = \pi/2$ , 控制原子与场的相对位相  $\Phi = \pi/2$  ( $\beta = \pi/2, \varphi = 0$ ), 原子演化为纯态

$$\begin{aligned} |\phi_a^+\rangle = & \frac{1}{\sqrt{2}} (|e\rangle + |g\rangle) \\ = & |\psi_{ax}\rangle. \end{aligned} \quad (38)$$

这正是算符  $S_x$  的本征态. 但不是  $S_y$  的本征态. 至此, 我们制备了  $S_x$  方向的原子最佳压缩态. 若保持  $\vartheta = \pi/2$ , 改变  $\Phi = \pi/2$ , 原子演化成纯态

$$\begin{aligned} |\phi_a^+\rangle = & \frac{1}{\sqrt{2}} (|e\rangle + i|g\rangle) \\ = & |\psi_{ay}\rangle. \end{aligned} \quad (39)$$

这正对应于  $S_y$  分量的最佳压缩态, 而非  $S_x$  的压缩态.

**情况2** 选择原子初始处于激发态  $\vartheta = 0$ . 当  $\Phi = \pi/2$ , 原子对应的本征态为

$$|\phi_a^+\rangle \simeq |e\rangle, \quad (40)$$

而当  $\Phi = \pi/2$  时,

$$|\phi_a^+\rangle \simeq |g\rangle, \quad (41)$$

它们虽然是原子的纯态, 但不是泡利算符  $S_x$  和  $S_y$  的本征态, 故在  $gt_m = 2m\pi$  时刻算符  $S_x, S_y$  不会出现最佳熵压缩态.

### 4.2.2. 最佳熵压缩态的数值验证

首先我们数值验证情况1.

图3反映了  $\vartheta = \pi/2$ , 初始光场平均光子数  $\bar{n} = 25$ , 场模结构参量  $p = 1$  不同  $\Phi$  的情况下原子约化熵和熵压缩因子的时间演化曲线. 在图3(a)–(c)中,  $\Phi = \pi/2$ , 而图3(d)–(f)中,  $\Phi = -\pi/2$ .

比较图3(a)与(b)约化熵  $S_a$  和  $E(S_x)$  是周期

相同的函数. 显然, 在  $gt_m = 2m\pi$  ( $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) 时,  $S_a = 0$ , 这意味着这些时刻原子与环境完全退纠缠处于纯态, 而  $E(S_x)$  此刻却达最了小值  $-0.414$ , 即产生  $S_x$  分量的最佳熵压缩. 而  $S_y$  分量没有熵压缩, 见图 3(c).

同理, 再看 3(d) 与 (f), 约化熵  $S_a$  和  $E(S_y)$ , 是周期相同的函数. 显然, 在  $gt_m = 2m\pi$  ( $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) 时,  $S_a = 0$ , 而  $E(S_y)$  达最了小值  $-0.414$ , 即  $S_y$  产生最佳熵压缩. 而  $S_x$  分量没有熵压缩, 见图 3(e). 所以情况一得到验证.

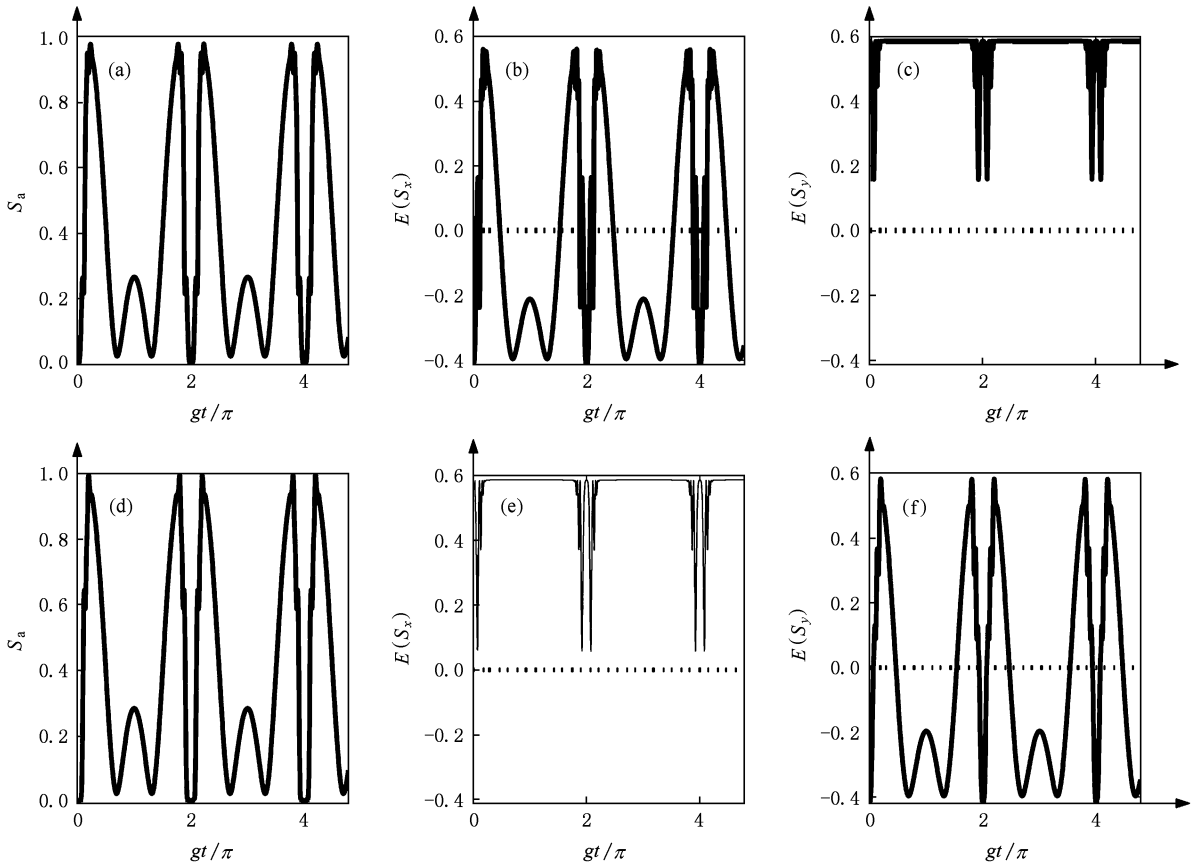


图3 原子约化熵和熵压缩因子的时间演化(初始原子处于相干叠加态 ( $\theta = \pi/2$ ), 场模结构参数  $p = 1$ , 场的平均光子数  $\bar{n} = 25$ ) (a)–(c) 相对位相  $\Phi = \pi/2$ : (a)  $S_a$ , (b)  $E(S_x)$ , (c)  $E(S_y)$ ; (d)–(f) 相对位相  $\Phi = -\pi/2$ : (d)  $S_a$ , (e)  $E(S_x)$ , (f)  $E(S_y)$ )

其次, 我们对情况 2 进行数值验证.

图 4 展示了  $\vartheta = 0$ , 其余参数不变情况下, 原子约化熵和熵压缩因子的时间演化曲线. 比较图 4(a), (d) 与图 3(a), (d),  $S_a$  演化曲线的一致, 验证了原子的相干性不影响系统纠缠的周期性, 与文献[20]的结果一致.

在  $gt_m = 2m\pi$  时,  $S_a = 0$ , 表明原子处于与场退纠缠的纯态. 当相对位相  $\Phi = \pi/2$  时,  $S_x$  分量呈现了一般熵压缩态, 现而  $S_y$  不呈现熵压缩, 见图 4(b) 和 (c); 当相对位相  $\Phi = -\pi/2$  时,  $S_y$  分量呈现出一一般熵压缩态, 现而  $S_x$  不呈现熵压缩, 见图 4(e) 和 (f). 至此, 验证了在情况 2 不能制备原子的最佳压缩态.

本小节研究结果表明, 控制原子与环境的相互

作用时间, 斩断原子与相干场之间的纠缠, 是制备原子  $S_x$  或  $S_y$  分量最佳熵压缩态的必要条件, 选择原子的相干性, 调节系统的相对位相, 可以制备原子  $S_x$  和  $S_y$  分部量的最佳熵压缩态. 利用其作为量子比特, 有利于量子计算的实验实现.

### 4.3. 原子持续最佳熵压缩的调控

图 5 展示了在  $\vartheta = \pi/2$ , 相对位相  $\Phi = \pi/2$ , 场模结构参数  $p$  不同的条件下,  $E(S_x)$  的时间演化. 从图可以看出随着  $p$  增大,  $E(S_x)$  的演化周期缩短, 最大值减小, 最终出现持续的最佳熵压缩的理想情况. 物理上, 这些特点都归结为原子运动和场模结构参数导致原子与场相互作用时间的改变. 事实

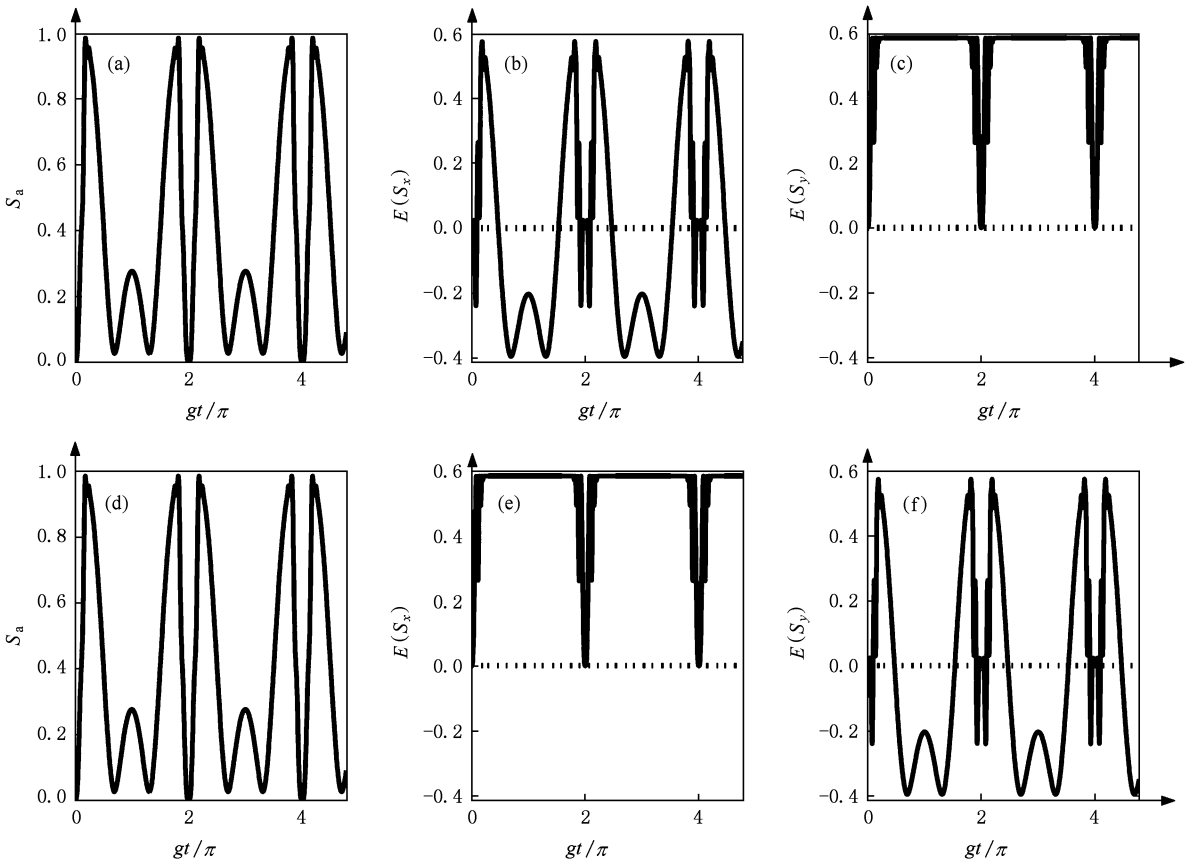


图4 原子约化熵和熵压缩因子的时间演化(初始原子处于激发态( $\vartheta = 0$ ),场模结构参数 $p = 1$ ,场的平均光子数 $\bar{n} = 25$ ) (a)—(c) 相对位相 $\Phi = \pi/2$ : (a) $S_a$ , (b) $E(S_x)$ , (c) $E(S_y)$ ; (d)—(f) 相对位相 $\Phi = -\pi/2$ : (d) $S_a$ , (e) $E(S_x)$ , (f) $E(S_y)$

上,原子的运动在系统的哈密顿量中体现在腔场模的形状函数上,通过适当地选取原子的运动速度(实验上可以做到),使得腔场模的形状函数只依赖于场模结构参数.与原子不运动时相比,考虑原子运动时,时间因子由 $gt$ 变为

$$\begin{aligned} \theta(t) &= \frac{1}{gp}(1 - \cos(pgt)) \\ &= \sum_0^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(pgt)^{2n}}{gp(2n)!} \end{aligned} \quad (42)$$

显然,时间因子 $\theta(t)$ 是 $(pgt)$ 的周期函数,角频率为 $p$ ,当 $p$ 增大时,出现无穷振荡.数值计算表明:当 $p \geq 150$ ,在任意时刻

$$\delta H(S_x) \cong 1, \delta H(S_z) \cong 2. \quad (43)$$

将上式代入(25)式可得

$$E(S_x) = E_o(S_x) = -0.414. \quad (44)$$

在这种情况下,原子持续的处于 $S_x$ 的本征态

$$| \phi_a^+ \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(| e \rangle + | g \rangle). \quad (45)$$

这就是 $S_x$ 分量出现持续的最佳熵压缩的物理原因.本节讨论表明,在系统其他参数一定的情况下,通过调控 $p$ ,能够控制熵压缩因子的周期和最大值.当 $p \geq 150$ ,可获得原子持续的最佳熵压缩态.这一结果对于实验实现低噪声量子通信是很有意义的.

## 5. 结 论

根据量子信息熵理论,研究了运动二能级原子与光场依赖强度纠缠下最佳熵压缩态的制备和控制.比较了分别从基于信息熵不确定关系和海森堡不确定关系出发得出的结果.分析了最佳熵压缩态制备的充要条件,并进行了数值验证.讨论了场模结构对佳熵压缩态控制.结果表明:1)量子信息熵压缩是原子压缩效应的精密量度.它克服了基于海森堡测不准关系定义的标准偏差压缩的平庸性.2)控制原子与环境的相互作用时间,斩断原子与相干场之间的纠缠,选择原子的相干性,调节系统的相对位相,可以制备原子 $S_x$ 和 $S_y$ 分量的最佳熵压缩

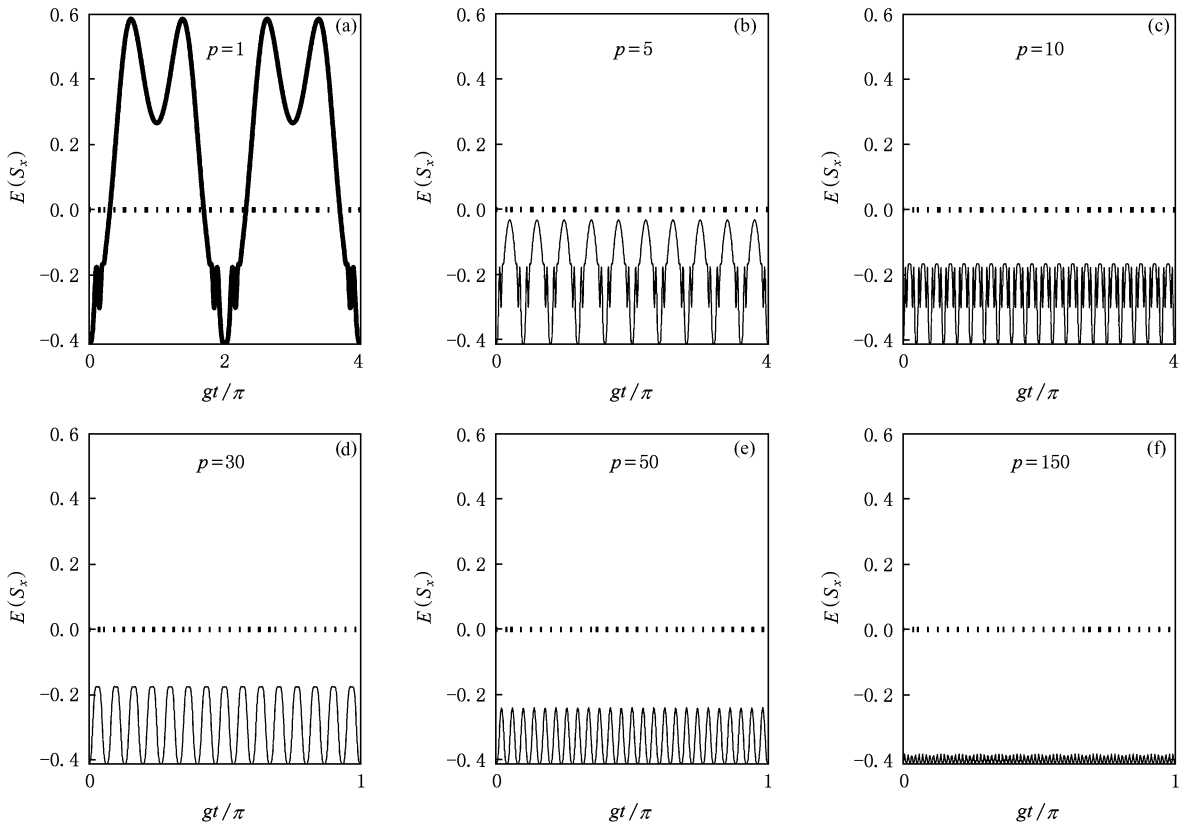


图5 熵压缩因子  $E(S_x)$  的时间演化(初始原子处于相干叠加态( $\theta = \pi/2$ ),场的平均光子数  $\bar{n} = 25$ ,相对位数  $\Phi = \pi/16$ ) (a)  $p = 1$ ; (b)  $p = 5$ ; (c)  $p = 10$ ; (d)  $p = 30$ ; (e)  $p = 50$ ; (f)  $p = 150$

态. 3)在一定系统的相对位相下,调控场模结构参数  $p$ ,可控制熵压缩因子的周期和最大值.当  $p \geq 150$ ,可获得原子持续的最佳熵压缩态.由于最佳压

缩原子在低噪声量子信息处理中具有重要应用,因此,我们的结论对于实验实现低噪声量子计算和量子信息处理是有价值的.

- [1] Wu Y, Yang X 2006 *Phys. Rev. D* **73** 067701
- [2] Wang J X, Yang Z Y, An Y Y 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6420 (in Chinese) [王菊霞、杨志勇、安毓英 2007 物理学报 **56** 6420]
- [3] Liang H Q, Liu J M 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3692 (in Chinese) [梁秋华、刘金明 2009 **58** 3692]
- [4] Jun M M, Zhi Y J, Ning L 2008 *Int. J. Theor. Phys.* **47** 1270
- [5] Wu Y 2000 *Phys. Rev. A* **61** 033803
- [6] Li C X, Fang M F 2003 *Chin. Phys.* **12** 294
- [7] Winneland D J, Bollinger J J 1994 *Phys. Rev. A* **50** 67
- [8] Muhammad A A, Ren M, Ma A Q, Liu S T 2008 *Chin. Phys. B* **17** 1777
- [9] Haine S A, Johnsson M T 2009 *Phys. Rev. A* **80** 023611
- [10] Wu Y, Yang X X 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 3086
- [11] Liu X J, Zhou Y J, Fang M F 2009 *Chin. Phys. B* **18** 2307
- [12] Furnsawa A, Sorensen J, Braunstein S L, Fuchs C A, Kimble H J, Polzik E S 1998 *Science* **28** 2706
- [13] Fang M F, Zhou P, Swain S 2000 *Chin. Phys. Lett.* **17** 885
- [14] Bialynicki B I, Mycielski J 1975 *Commun. Math. Phys.* **44** 129
- [15] Liu X J, Zhou B J, Fang M F, Zhou Q P 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 704 (in Chinese) [刘小娟、周并举、方卯发、周清平 2006 物理学报 **55** 704]
- [16] Liu X J, Fang M F 2004 *Commun. Theor. Phys.* **42** 103
- [17] Liu X J, Zhou B J, Liu M W, Li S C 2007 *Chin. Phys.* **16** 3685
- [18] Buck B, Sukumar C V 1981 *Phys. Lett. A* **81** 132
- [19] Zhou P, Hu Z L, Peng J S 1992 *J. Mod. Opt.* **39** 49
- [20] Fang M F 1995 *Acta Phys. Sin.* **44** 296 (in Chinese) [方卯发 1995 物理学报 **44** 49]
- [21] Huang Y X, Guo G C 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 296 (in Chinese) [黄燕霞、郭光灿 1999 物理学报 **48** 49]
- [22] Liu X J, Fang M F 2003 *Chin. Phys.* **12** 0971
- [23] Li C Z, Huang M, Chen P X, Liang L M *Quantum Communication and Quantum Computation* (Publishing House of National University of Defense Technology Press) (in Chinese) [李承祖、黄明球、陈平形、梁林梅编者 量子通信和量子计算 (国防科技大学出版社)]



# Preparation and control of optimal entropy squeezing states for the moving atom entanglement with the field under the intensity dependent coupling \*

Liu Xiao-Jian<sup>†</sup> Zhao Ming-Zhuo Liu Yi-Man Zhou Bing-Ju Peng Zhao-Hui

(*Department of Physic, Hunan University of Science and Technolog, Xiangtan 411201, China*)

(Received 9 August 2009; revised manuscript received 27 August 2009)

## Abstract

From a quantum information point of view, preparation and control of the atomic optimal entropy squeezing state (AOEST) are researched for the system of a moving two-level atom entanglement with the field under the intensity-dependent coupling. Its results with those of atomic squeezing based on the Hesiengbeg uncertainty relation is compared; sufficient and necessary conditions of preparation of the AOEST is analyzed and numerical verification of the AOEST is done. The influence of the field-mode structure parameter on the AOEST is examined. It is shown that information entropy squeezing is a remarkable precision measure for the atomic squeezing. The AOEST can be prepared by controlling the time of the atom interacting with the field, cutting the entanglement between the atom and field, choosing coherence of the atom and modulating relative phase of the systems. A lasting AOEST can be obtained by controlling the field-mode structure parameter.

**Keywords:** intensity-dependent coupling, field-mode structure parameter, atomic optimal entropy squeezing states

**PACC:** 4250

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10374025), the Hunan Province Natural Science Foundation, China (Grant No. 09JJ3012).

<sup>†</sup> E-mail: lxjdx@163.com