

嵌入到 Fabry-Perot 谐振腔的双晶约瑟夫森结阵列的阻抗匹配和相位锁定研究*

王 争^{1)†} 赵新杰¹⁾ 何 明¹⁾²⁾ 周铁戈¹⁾ 岳宏卫¹⁾ 阎少林¹⁾

1)(南开大学信息技术科学学院电子信息科学与技术系,天津 300071)

2)(Institute of Bio- and Nanosystems and CNI-Centre of Nanoelectric Systems for Information Technology, Forschungszentrum Jülich GmbH, D-52428 Jülich, Germany)

(2009 年 7 月 10 日收到;2009 年 9 月 9 日收到修改稿)

在 He 等人所做的嵌入到 Fabry-Perot 谐振腔中约瑟夫森结阵列的微波辐照研究基础上,提出了同时实现约瑟夫森结阵列阻抗匹配和相位锁定的方法,进行了相关的电磁仿真和数值计算. 双晶约瑟夫森结阵列被制作在 YSZ 双晶基片上,同时被嵌入到 Fabry-Perot 谐振腔内. 通过在基片上制作与结阵列集成的串联馈电半波偶极天线阵,并对其结构进行优化实现了结与天线的匹配,数值计算表明结的辐射效率达到 94%;利用天线阵辐射场的特征和对模型合理的设计,使 Fabry-Perot 谐振腔和基片同时谐振在合适的模式下,从而使结阵列与谐振器之间产生强烈的高频电磁耦合,相关的数值计算表明这种方法能有效实现结阵列的电压自锁定和相位互锁定. 文中的设计思想和计算结果对约瑟夫森结阵列用于微波信号源和电压标准等具有参考价值和指导意义.

关键词: 约瑟夫森结阵列, 阻抗匹配, 相位锁定, Fabry-Perot 谐振腔

PACC: 7450, 6120J

1. 引 言

在过去的几十年中,利用约瑟夫森结产生毫米和亚毫米波信号一直是各国研究小组的研究热点^[1-6],一是因为其频率和电压的线性关系,二是由于在通信、航空航天、天文探测等领域中高性能毫米波和亚毫米波波段的固体频率源的缺乏,而约瑟夫森结或阵列可以输出高达 THz 的电磁波,是一种十分诱人的亚毫米波信号源. 作为振荡器的约瑟夫森结是基于交流约瑟夫森效应:当给约瑟夫森结的偏置电流大于其临界电流 I_c 时,在约瑟夫森结内部便会产生一高频振荡信号,信号的频率 $f_J = V/\Phi_0 \approx V \times 483.6 \text{ GHz/mV}$,称为约瑟夫森频率,其中 $\Phi_0 = h/2e$ 是磁通量子. 由于单个约瑟夫森结输出功率极小,高次谐波比例较大,作为振荡器时具有极大局限性,人们的研究焦点均放在了结阵列上.

用约瑟夫森结阵列做 THz 信号源,需要解决以

下两个问题,一是结与外部负载的耦合,因为一般结的输出功率很小,为 nW 量级,如果与外部电路失配,将无法得到有实用价值的信号,而结的电阻为 1Ω 的量级,很难实现与负载的匹配;二是结阵列的相位锁定,因为只有当结阵列相位锁定(即结阵列中所有结都同时工作在同一频率和同一相位)的情况下,才能获得高功率和窄线宽的电磁辐射信号^[4,7]. 本文的研究主要针对这两点进行.

最近,我们将嵌入到 Fabry-Perot (FP) 谐振腔中并集成有超导线栅的串联双晶约瑟夫森结阵列进行了微波辐照试验,观察到了陡峭的夏皮罗台阶,同时结合电磁仿真分析了结阵列与电磁波的耦合机理^[8]. 研究表明,采用 SGP 结构 (Substrate-Grids-Plane mirror),如图 1(a) 所示,并使电场方向与线栅垂直可以极大的增强结阵列与微波之间的耦合. FP 谐振腔是一种开放式谐振腔,能在毫米波到亚毫米波的工作频段内并保持较高的品质因数^[9]. 此外,当其工作在 TEM_{00q} 基模状态时,腔内电

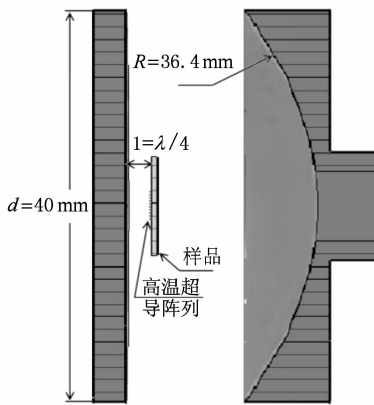
* 国家重点基础研究发展计划(973)项目(批准号:2006CB601006),国家高技术研究发展计划(863)(批准号:2006AA03Z213)和高等学校博士学科点专项科研基金(批准号:200800551009)资助的课题.

† E-mail: zhengw@mail.nankai.edu.cn & kingdomofwz@gmail.com

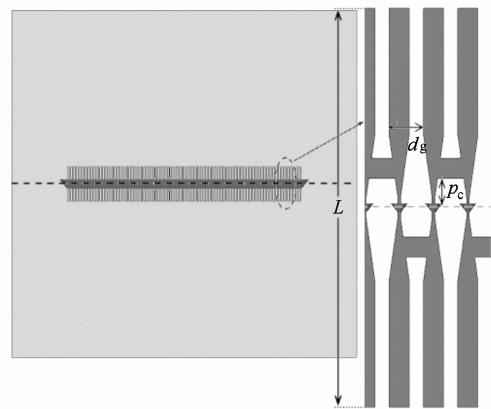
磁波分布为高斯分布,称为“高斯光束”,其中间部分的场分布完全等同于空间平面波. 本文在前期实验模型的基础上,提出了一种新的线栅结构,即串联馈电半波天线阵,改进了原有的实验模型,实现了结阵列的阻抗匹配和相位锁定,同时给出了电磁仿真和数值计算的结果,并进行了分析. CST microwave studio 是一款优秀的三维(3D)电磁仿真软件^[10],我们的电磁仿真将利用它进行.

2. 三维模型与设计

我们首先在 CST 中建立了实验的三维(3D)模型. 如图 1(a)所示,半球面的 Fabry-Perot 谐振器包括一个曲面镜和一个平面反射镜,两者的直径 d 均为 40 mm,曲面镜的曲率半径 R 为 36.4 mm. 样品为一 YSZ 双晶基片,其一面制备有集成了天线阵的约瑟夫森结阵列,将此面面对平面镜放置样品,并使其与平面镜平行,两者的间距为 l ,我们称这样的结构为 SGP 结构,前期实验已表明这种结构可以提高



(a)



(b)

图 1 (a) 三维仿真模型; (b) 样品的俯视图和天线阵的设计版图

此天线阵的最大优点在于其具有能与约瑟夫森结匹配的输入阻抗. 图 2 给出了天线阵在谐振时阵元的输入阻抗(电阻为 R_{in} , 电抗为 X_{in})随 d_g, p_c 的变化情况. 可以看到输入电阻处于 1Ω 的量级上,且随 d_g, p_c 规律变化,这样,我们可以通过调节 d_g, p_c 改变天线阵阵元的输入电阻,实现与约瑟夫森结的阻抗匹配,达到较高的辐射效率. 另一方面,为了实现结阵列的相位锁定,我们进一步研究了天线阵的特性. 图 3 以三维形式显示了天线阵在自由空间中工作时,辐射电场在与天线阵平行的平面上的分布情况,图中箭头的方向表示电场方向,颜色的

耦合效率和谐振腔内电磁场分布的均匀性^[8]. 图 1(b)给出了样品的俯视图和天线阵的设计版图. 方形灰色区域为基片,虚线表示晶界所处位置,黑色部分代表超导薄膜;晶界穿过的倒三角是一内阻为 0.3Ω 的电流源,用以模拟 77 K 时的双晶约瑟夫森结(我们实验中 77 K 时双晶约瑟夫森结的常态电阻通常为 0.3Ω)^[11]. 由薄膜制作的栅格长度 $L \approx \lambda/2$, λ 为工作波长,间距为 d_g ,在中间处收窄穿过晶界,形成双晶约瑟夫森结,在晶界两侧由间隔的短截薄膜将栅格连接,其位置参数 p_c 如图所示. 这样,每一个栅格即为一半波偶极天线,一系列的栅格和连接块则组成了串联馈电半波偶极天线阵,实验中可以利用此天线阵为串联的约瑟夫森结阵列提供偏置电流. 建模时,取 80 个栅格,也就有 80 个电流源,对应一阵元数为 80 的天线阵. 计算时,同时开启 80 个电流源激励整个模型,并使相邻两个电流源的相位相差 180° 以模拟实际中的串联馈电约瑟夫森结阵;仿真边界条件和未被物体占据的部分均设为真空,仿真频段为 $0.8-1.3f$, f 为工作频率.

深浅代表场强的强弱;可以看到在与天线阵重合的区域内,电场近似为一平面波,其方向平行于天线阵所在平面同时垂直于阵元. 图 4 显示了天线阵的功率方向图,其主瓣垂直于天线阵的平面,且没有产生旁瓣. 利用天线阵的这些特性和现有模型实现结阵的相位锁定是要解决的关键问题. 为此,我们将 YSZ 双晶基片看作一介质谐振器,同时考虑到图 3 所示的天线阵辐射场特征,选取 TE_{ln0} 模式为 YSZ 基片的工作模式,其中 n 为一奇数,这样在基片谐振时,可以使结阵列完全处于驻波波腹中,增强结阵列与基片谐振模式的耦合,达到相位锁定的目的;

此外,利用图 3、图 4 所示的天线阵特性,将天线阵放置于 $l = \lambda/4$ 处,通过调节 FP 谐振腔平面镜与曲面镜的间距,可以使 FP 谐振腔工作在 TEM_{00q} 谐振模式下,从而进一步增强结阵列与高频电磁信号的耦合.

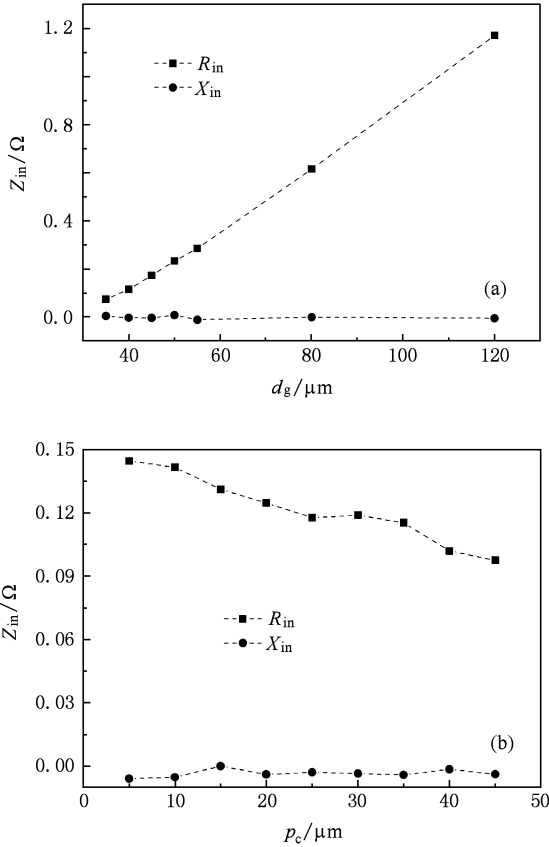


图 2 天线阵在谐振时阵元的输入阻抗 (电阻为 R_{in} , 电抗为 X_{in}) 随 d_g (a), p_c (b) 的变化情况

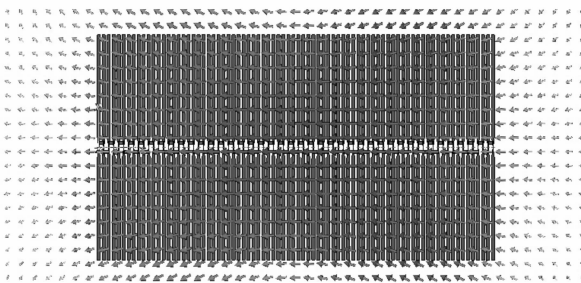


图 3 以三维形式显示天线阵在自由空间中工作时,辐射电场在与天线阵平行的平面上的分布情况 (箭头的方向表示电场方向,颜色的深浅代表场强的强弱)

本文选用尺寸为 $10\text{ mm} \times 10\text{ mm} \times 0.5\text{ mm}$ 的 YSZ 基片为研究对象,其相对介电常数 $\epsilon_r = 26$,以

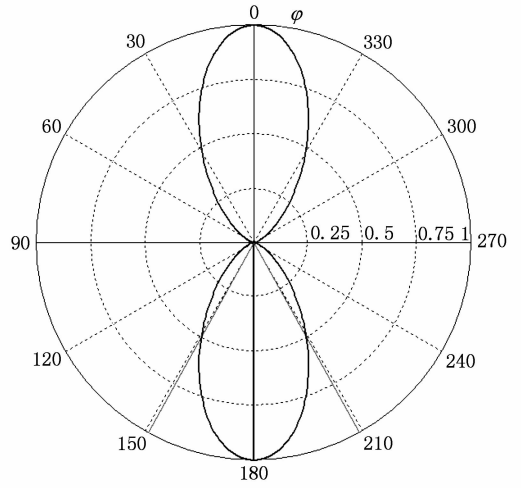


图 4 天线阵的功率方向图

TE_{198} 谐振模式为例进行仿真研究,通过计算的得到对应的谐振频率为 36.79 GHz ^[12,13],将其作为工作频率进行建模.图 5 显示了经过优化以后,模型在电流源激励下,FP 谐振腔 (a) 和基片 (b) 分别谐振在 TEM_{004} 和 TE_{198} 模式下电场的分布情况,谐振频率均为 36.79 GHz ;可以看到,在两个谐振器中,结阵列均处在驻波波腹内,这样结阵列可以通过高频电磁耦合机理实现相位锁定^[14].图 6 给出了经过参数优化以后电流源端口的 smith 圆图,其归一化电阻为结电阻 $0.3\ \Omega$,可以看到,在 36.79 GHz 处天线阵阵元的输入阻抗大约为 $0.18\ \Omega$,与电流源 (代表约瑟夫森结) 实现了较好的匹配.实际上,经过进一步的优化可以实现更好的阻抗匹配.

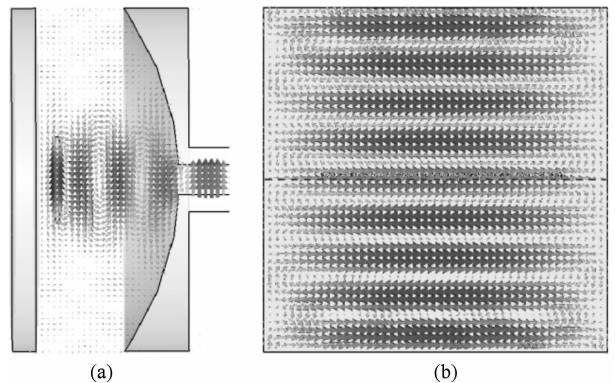


图 5 在电流源激励下,FP 谐振腔 (a) 和基片 (b) 分别谐振在 TEM_{00q} 和 TE_{198} 模式下电场的分布情况,谐振频率均为 36.79 GHz ,箭头的意义同图 3

为了深入研究约瑟夫森结阵列在此模型中的

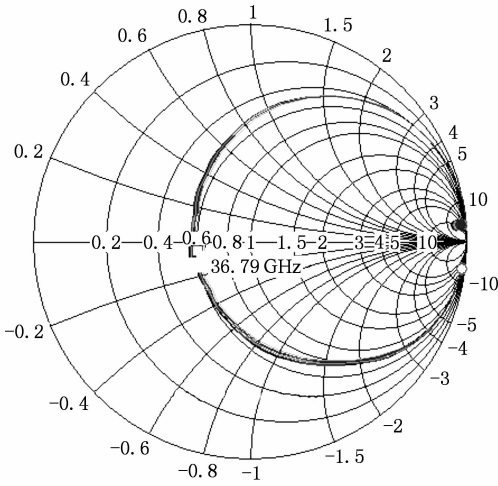


图6 电流源端口的 smith 圆图,归一化电阻为 0.3 Ω

动态特性,我们进行了相关数值计算和分析.

3. 数值计算与讨论

3.1. 辐射效率与电压自锁定

图 7 给出了用于计算单个约瑟夫森结辐射功率的等效电路, J 和 R_n 分别表示理想约瑟夫森结和常态电阻,组成 RSJ 模型用于模拟实际约瑟夫森结,其临界电流 I_c 、常态电阻 R_n 分别设为我们实验中的典型值 0.8 mA, 0.3 Ω^[11], 对应特征电压 $V_c = 0.24$ mV、特征频率 $f_c \approx 115.94$ GHz; R_L 为负载,其值等于 36.79 GHz 时天线阵阵元的输入阻抗 0.18 Ω,这样,传输到 R_L 上的功率即代表了由结辐射到空间中的功率^[15]. 结两端的电压由下式得到^[14]:

$$v(t) = V(1 + \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos m\omega_j t), \quad (1)$$

其中

$$V = (I_c/G) [(I/I_c)^2 - 1]^{1/2}, \quad (2)$$

$$G = (R_n + R_L)/R_n R_L, \quad (2)$$

$$a_m = 2 \{ I/I_c - [(I/I_c)^2 - 1]^{1/2} \}^m, \quad (3)$$

再利用

$$I/I_c = [(V/V_c)^2 + 1]^{1/2} \quad (4)$$

可得负载两端约瑟夫森频率 f_j (即 $m = 1$) 为 36.79 GHz 时的交流电压幅度 $V_f \approx 0.042$ mV, $P_L = V_f^2/2R_L \approx 4.9$ nW, 辐射效率 $\eta = P_L/P_m = 0.94$, 其中 P_m 为 $R_L = 0.3 \Omega$ 时(即阻抗完全匹配时)负载获得

的功率. 以上计算表明,串联馈电天线阵的使用和优化实现了阻抗匹配,提高了结的辐射效率,很好的解决了引言中提到的第一个问题.

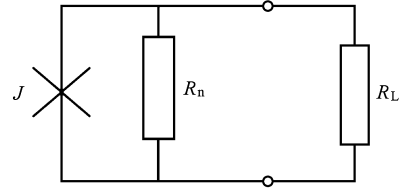


图7 用于计算单个约瑟夫森结辐射功率的等效电路

图 8 给出了三维模型的简化等效电路,串联约瑟夫森结阵列由一直流电流源偏置,右边的 RLC 串联谐振电路为 FP 谐振腔的等效电路^[16],其谐振频率 36.79 GHz, Q 值约为 2700, 与我们实验中测试值相当^[17]. 描述此电路的方程组如下:

$$v_i = \frac{\hbar}{2e} \frac{d\varphi_i}{dt}, \quad (i = 1, 2, \dots, N), \quad (5)$$

$$v_i G_i + I_{ci} \sin \varphi_i = I_{dc} + k \frac{dq}{dt};$$

$$G_i = (R_L + R_n)/R_n R_n, \quad (i = 1, 2, \dots, N), \quad (6)$$

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \sum_{i=1}^N v_i, \quad (i = 1, 2, \dots, N). \quad (7)$$

其中, φ_i 是结两边超导电子的相位差, q 是电容 C 上的电荷, \hbar 是约化普朗克常量, e 是基元电荷, v_i 为结两端的电压. (5) 式是约瑟夫森方程; (6) 式是约瑟夫森结在直流电流和感应交流电流驱动下的电动力学方程, 其中 dq/dt 表示谐振电路上产生的交流电流, k 为一常数, 表示结与谐振器之间的耦合强度, 称之为耦合系数, 利用三维电磁仿真结果给出一估计值 2.24×10^{-2} ; (7) 式为谐振电路在结阵列两端电压驱动下的电动力学方程. 使用四阶 Runge-Kutta 运算法则求解上述方程组, 记录结两端的电压 v , 并在运算的整个时域内求平均, 得到其直流成分

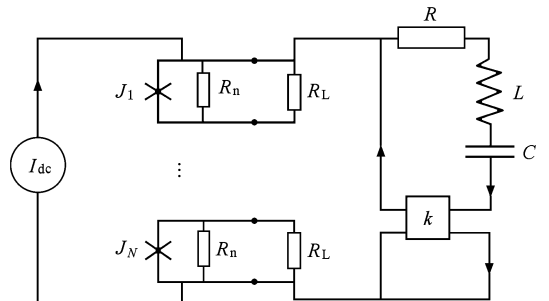


图8 三维模型的简化等效电路

$$V = \langle v \rangle = \frac{\hbar}{2e} \left\langle \frac{d\varphi}{dt} \right\rangle. \quad (8)$$

图 9 显示了 $N = 10, 15, 50$ 时, 利用图 8 所示等效电路得到的结阵列的直流 $I-V$ 特性曲线. 可见, 三条曲线分别在 $0.788 \text{ mV}, 1.204 \text{ mV}, 3.923 \text{ mV}$ 处出现了微波感应台阶, 对应的约瑟夫森频率均为 37 GHz , 与谐振电路的谐振频率相当, 这与 Tarasov 等人观察到的实验现象一致^[18]. 这意味在谐振电路的谐振频率处, 由于结阵列与谐振器之间强烈的电磁耦合, 使得结阵列产生了电压自锁定行为, 即在一定的电流偏置范围内, 结两端的电压保持不变; 这对约瑟夫森结阵列用作振荡器时, 减小偏置电流抖动和外部噪声对其的影响是相当有益的. 此外, 从图中可以看到, 随着结数量的减少, 感应台阶的幅度也随之减小, 这是由于结数量的减少使得其激发的交流信号减弱, 从而导致结阵列与谐振器之间的耦合减弱.

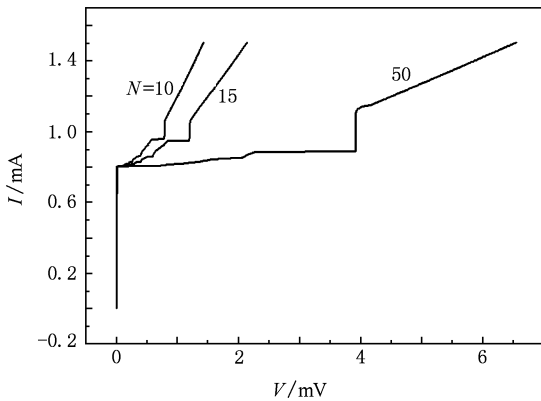


图 9 $N = 10, 15, 50$ 时, 利用图 8 所示等效电路得到的结阵列的直流 $I-V$ 特性曲线

3.2. 相位互锁定

相位锁定发生在所有约瑟夫森结进入到相同的工作频率时, 由于约瑟夫森结产生的信号频率与结两端的直流电压呈线性关系, 因此可以通过结阵列的直流 $I-V$ 曲线研究其相位锁定特性. 图 10 显示了我们所构建模型的等效电路. N 个约瑟夫森结被均分为两组, 分别给予偏置. 第一组 (section1) 用扫描电流偏置, 第二组 (section2) 用恒定电流偏置. 相应的方程组如下:

$$v_i = \frac{\hbar}{2e} \frac{d\varphi_i}{dt}, \quad (i = 1, 2, \dots, N), \quad (9)$$

$$\frac{v_i}{R_{nj}} + I_{cj} \sin\varphi_j = I_{dc2} + k \frac{dq}{dt},$$

$$(i = 1, 2, \dots, N/2), \quad (10)$$

$$\frac{v_j}{R_{nj}} + I_{cj} \sin\varphi_j = I_{dc2} + k \frac{dq}{dt}, \quad (j = N/2 + 1, N/2 + 2, \dots, N), \quad (11)$$

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \sum_{i=1}^{N/2} v_i + \sum_{j=N/2+1}^N v_j. \quad (12)$$

它们与方程(5)–(7)有相同的含义, 采用同样的求解方法, 可以得到结的动态特性.

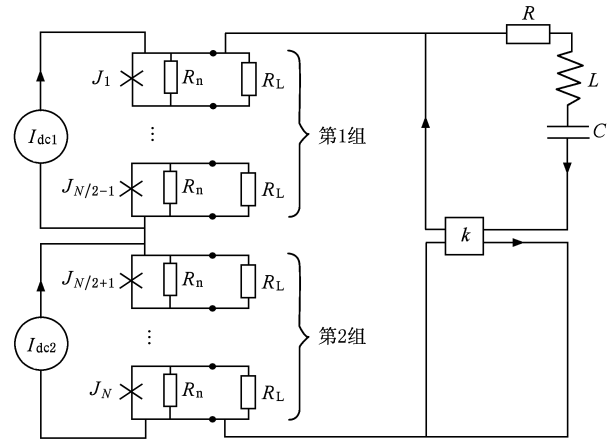


图 10 用于研究相位互锁定的等效电路

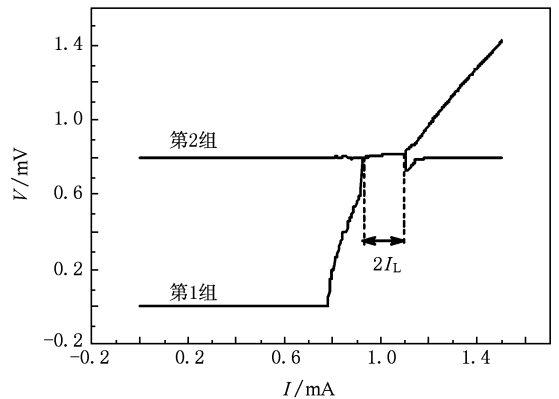


图 11 利用图 10 所示模型得到的两组结电压随偏置电流的变化

图 11 展示了利用以上模型得到的一典型 $I-V$ 曲线, 可见两组结在某一偏置电流范围内锁定到了一相同电压上, 时域电压波形显示两组结在此电流范围内具有相同的振荡频率和相位; 而相同的阵列在没有与 RLC 谐振电路耦合时并没有显示出这样的特性, 我们称这种行为为相位锁定, 锁定强度 I_L 的定义如图中箭头所示. 图 12 给出了 $N = 20, 60$ 和 200 时, 归一化锁定强度 I_L/I_c 对归一化锁定电压

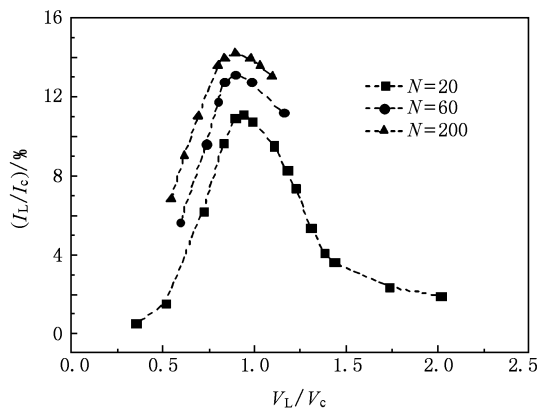


图 12 $N=20, 60$ 和 200 时, 归一化锁定强度 I_L/I_c 对归一化锁定电压 V_L/V_c 的依赖关系

V_L/V_c 的依赖关系, 其中 V_L 定义为锁定发生电压 V_{start} 与锁定终止电压 V_{end} 的均值, 即 $(V_{\text{start}} + V_{\text{end}})/2$. 可见, 锁定强度随着结数量的增加而增加, 但增幅趋于减小; 对于三个不同的 N 值, 存在一相同的最优锁定电压, 使得锁定强度达到最大, 最优锁定电压约为 $0.9V_c$. 以上计算结果对实验具有重要指导意义.

4. 结 论

针对约瑟夫森结阵列作为振荡器时所面临的两个困难, 在前期实验的基础上提出了实现阻抗匹配和相位锁定的方法, 并进行了仿真设计和数值计算. 通过将约瑟夫森结阵列与串联馈电半波偶极天线阵集成, 并对天线阵进行结构优化, 解决了约瑟夫森结与外部电路的阻抗匹配问题, 实现了结与天线较高的耦合效率, 数值计算表明结的辐射效率达到 94%; 考虑到天线阵的辐射场特征, 通过合理的设计使基片和 FP 谐振腔分别谐振在合适的模式下, 从而使得结阵列与谐振模式之间产生强烈的高频电磁耦合. 通过构建等效的数值模型进一步研究了结阵列的动态特性. 计算结果表明我们提出的方法能够有效的实现结阵列的电压自锁定和相位互锁定. 本文所提出的方法和计算结果对约瑟夫森结阵列用于微波信号产生器和电压标准等均具有参考价值 and 借鉴意义, 同时我们的实验验证正在进行当中.

[1] Robertazzi R P, Buhman R A 1989 *IEEE Trans. Magnetics* **25** 1384
 [2] Liu B, Wengler M J 1991 *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **1** 150
 [3] Booi P A A, Benz S P 1996 *Appl. Phys. Lett.* **68** 3799
 [4] Darula M, Doderer T, Beuven S 1999 *Supercond. Sci. Technol.* **12** R1
 [5] Li Xiao Wei 2007 *Chin. Phys.* **16** 3514
 [6] You Y X, Zhao Z G, Wang J, Liu M 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7252 (in Chinese) [尤育新、赵志刚、王进、刘楣 2008 物理学报 **57** 7252]
 [7] Grib A N, Seidel P, Scherbel J 2002 *Phys. Rev. B* **65** 094508-1
 [8] He M, Klushin A M, Klein N 2007 *Supercond. Sci. Technol.* **20** S413
 [9] William Culshaw 1961 *IRE Trans. Microwave Theory Tech.* **9** 135
 [10] CST Microwave Studio, Available at: <http://www.cst.com>
 [11] Wang Z, Yue H W, Zhou T G, Zhao X J, He M, Xie Q L, Fang L,

Yan S L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 540 (in Chinese) [王争、岳宏卫、周铁戈、赵新杰、何明、谢清连、方兰、阎少林 2009 物理学报 **58** 540]
 [12] Guillon P, Yves Garult 1977 *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **25** 916
 [13] Fiedzius S, Jelenski A 1971 *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **19** 778
 [14] Jain A K, Likharev K K, Lukens J E, Sauvageau J E 1984 *Phys. Rep.* **109** 309
 [15] Balanis C A 1997 *Antenna theory analysis and design 2nd edition* (New York: John Wiley & Sons, Inc) p73—77
 [16] Mongia R K, Arora R K 1993 *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **41** 1245
 [17] Klushin A M, Druzhnov D M, Klein N 2006 *J of Physics: Conference Series* **43** 1155
 [18] Tarasov M, Stepantsov E, Lindstrom T, Kalabukhov A, Ivanov Z, Claeson T 2002 *Physica C* **372-376** 355

Simulations of impedance matching and phase locking of Josephson junction arrays embedded in a Fabry-Perot resonator *

Wang Zheng^{1)†} Zhao Xin-Jie¹⁾ He Ming¹⁾²⁾ Zhou Tie-Ge¹⁾ Yue Hong-Wei¹⁾ Yan Shao-Lin¹⁾

1) (*Department of Electronics, Nankai University, Tianjin 300071, China*)

2) (*Institute of Bio- and Nanosystems and CNI-Centre of Nanoelectric Systems for Information Technology, Forschungszentrum Jülich GmbH, D-52428 Jülich, Germany*)

(Received 10 July 2009; revised manuscript received 9 September 2009)

Abstract

We proposed a method for implementing impedance matching and phase locking of Josephson junction arrays based on He's previous report on the coupling mechanism of a millimeter wave radiation to bicrystal Josephson junction arrays embedded in a Fabry-Perot resonator, and relevant electromagnetic simulations and numerical calculations were performed. A bicrystal Josephson junction array was fabricated on a YSZ bicrystal substrate, and embedded in a Fabry-Perot resonator. Impedance matching was implemented by integrating an optimized half-wavelength dipole array fed in series with the junction array, and numerical calculations showed that the radiation efficiency of a single junction reached 94%. Through making good use of the radiation characteristics of the antenna array and optimizing the model, the FP resonator and the substrate can be driven to resonate in proper modes respectively, which benefits the high frequency electromagnetic coupling between the junction array and the resonators. The numerical simulations proved that this method is effective for realizing self-voltage locking and mutual-phase locking of junction arrays. The method proposed in this paper and calculation results are valuable for guiding the applications of Josephson junction arrays in THz signal generators and voltage standards.

Keywords: Josephson junction array, impedance matching, phase locking, Fabry-Perot resonator

PACC: 7450, 6120J

* Project supported by the National Basic Research Program of China (Grant No. 2006CB601006), the National High Technology Research and Development Program for Advanced Materials of China (Grant No. 2006AA03Z213), and the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 200800551009).

† E-mail: zhengw@mail.nankai.edu.cn & kingdomofwz@gmail.com