

# 考虑非常数自旋扭矩时 LLS 方程的微扰解\*

高 鹏<sup>†</sup> 殷海荣 官玉彬 杨中海 魏彦玉

(电子科技大学物理电子学院, 成都 610054)

(2009 年 8 月 31 日收到; 2009 年 10 月 9 日收到修改稿)

不将自旋扭矩因子近似为一个常数, 利用 Melnikov 微扰方法推导了 LLS 方程解的表达式, 通过 VC 与 MATLAB 混和编程进行计算, 计算结果显示, 与将自旋扭矩因子视为常数的情况相比较, 自旋扭矩为磁化强度函数时的磁化强度运动轨道在离开未扰轨道初期仅在未扰轨道附近做微小振动, 在翻转时刻附近有较大振荡, 并且所预言的磁化强度翻转时刻相对提前.

**关键词:** 自旋扭矩, 磁化强度, LLS 方程, 微扰

**PACC:** 7590, 7225

## 1. 引 言

巨磁电阻效应<sup>[1]</sup> (GMR) 实现了电的磁性控制. 作为巨磁电阻效应的逆过程, 自旋角动量转移效应<sup>[2]</sup> 实现了磁的电性控制, 这一效应将会在磁记录和纳米尺度的微波源领域带来深刻的技术变革.

自旋角动量转移效应是指让自旋极化的直流电流贯穿具有固定磁化方向的磁性层, 由于 4s 巡游电子与 3d 定域电子之间的 s-d 交换相互作用, 自旋极化电流的自旋角动量矩会转移给磁性层中的定域电子, 从而可能致使磁性层的磁化方向发生翻转, 并产生微波频率的自旋波激发. 居里温度以下的巡游电子与定域电子之间的 s-d 交换相互作用长期以来被认为是很微弱并可以被忽略的, 但纳米磁性多层结构中强烈的自旋角动量转移及自旋波激发却被 Slonczewski 和 Berger 等所预言<sup>[3,4]</sup>, 并被实验所验证<sup>[2]</sup>.

自从从实验上观察到自旋波激发以来, 自旋角动量转移的磁化动力学理论得到了学者的重视和研究. 由于自旋角动量转移及自旋波激发物理过程的复杂性, 到目前为止还不存在被广泛认可的自旋角动量转移磁化动力学理论. 在工程上, 研究人员通常在 Laudau-Lifshitz-Gilbert (LLG) 方程中引进 Slonczewski 所给出的扭矩表达式组合成为 LLS 方程

以实施计算<sup>[5,6]</sup>. LLS 方程是非线性的, 由于退磁场和各向异性场分别与试样形状和晶体结构相关, 求解 LLS 方程一般需要使用数值解法. 但解析求解 LLS 方程可以直观地得到磁化方向翻转和自旋波激发的包括驱动电流和外加磁场的临界条件.

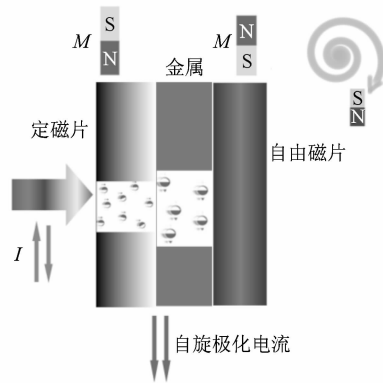


图 1 纳米磁性三层结构及自旋极化电流

如图 1 所示, 纳米磁性三层结构由左至右分别是磁化方向不发生变化的定磁片、常规金属和磁化方向可发生变化的自由磁片. Slonczewski 以定磁片的磁化方向为磁化参照方向, 给出的有关自旋极化电流的转矩为

$$\Gamma_{stt} = \beta \mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{e}_p), \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{M}$  是自由磁片中的磁化强度矢量,  $\mathbf{e}_p$  是定磁片磁化强度方向的单位矢量.

\* 电子科技大学青年基金(批准号:L08010401JX0736)和国家自然科学基金(批准号:60601005)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: gaopeng82@uestc.edu.cn

在解析处理 LLS 方程时,已有的文献将 Slonczewski 所给出的自旋扭矩的标量函数视为常系数<sup>[7,8]</sup>,但实质上它是与磁化强度相关的. 本文将在考虑标量函数是磁化强度的函数的情况下探讨 LLS 方程的解.

将上述转矩表达式代入到 LLG 中,并对饱和磁化强度进行归一化,得到 LLS 方程<sup>[9]</sup>

$$\frac{dm}{dt} = m \times \left[ -\gamma M_s h_{\text{eff}} + \alpha \frac{dm}{dt} + \frac{1}{M_s} \beta m \times e_p \right], \quad (2)$$

式中,  $\gamma$  为回旋磁比,  $h_{\text{eff}}$  为对饱和磁化强度归一化后的有效场,  $\alpha$  为 Gilbert 系数,  $m = M/M_s$ ,  $M_s$  为饱和磁化强度的大小. LLS 方程是本文研究的出发点.

## 2. 考虑非常数自旋扭矩时 LLS 方程解的微扰方法

Slonczewski 所给出的转矩表达中,  $\beta$  为

$$\beta = \frac{g_e \mu_B J_e b}{ed} = \xi \gamma J_e M_s b, \quad (3)$$

上式中,  $e$  为电子电量的绝对值,  $g_e$  为朗德因子,  $\mu_B$  为玻尔磁子,  $J_e$  为贯穿试样方向的电流密度的大小,  $d$  为试样宽度,  $b$  是由定磁片和自由磁片的磁化强度方向矢量所共同决定的标量函数,

$$b = \frac{1}{4} \left[ 1 + (1 + \delta)^3 \frac{(3 + m \cdot e_p)}{16\delta^{3/2}} \right]^{-1}, \quad (4)$$

式中,  $\delta$  为极化电流因子<sup>[10]</sup>.

考虑到以上简化记号, LLS 方程可以重新表示为

$$\frac{dm}{dt} = \alpha m \times \frac{dm}{dt} - \gamma M_s m \times \left( h_{\text{eff}} + \frac{\xi J_e}{\gamma M_s^2} b m \times e_p \right), \quad (5)$$

式中,  $\alpha$  为一小量.

图 2 给出了按(5)式中的形式归一化后的  $\beta$  与磁化方向的关系,各条线分别对应于当极化电流因子取 0.3—0.7 的情况. 从图中可以看到,归一化后  $\beta$  的值远比 1 小,因此,有关自旋扭矩这一项可以看成是一个微扰项. 并且,在电流密度为  $1.15 \times 10^9 \text{ A/cm}^2$  的情况下,自旋扭矩这一项的归一化值比 Gilbert 系数的相应归一化值要大 2—3 个数量级,因此这一项将会改变磁化进动的方向. 由图 2 还可以看到,当磁化方向取不同的值时,  $\beta$  的值将在 50%

的范围内变化,因此若将它当成一个常量,其所带来的误差是较大的.

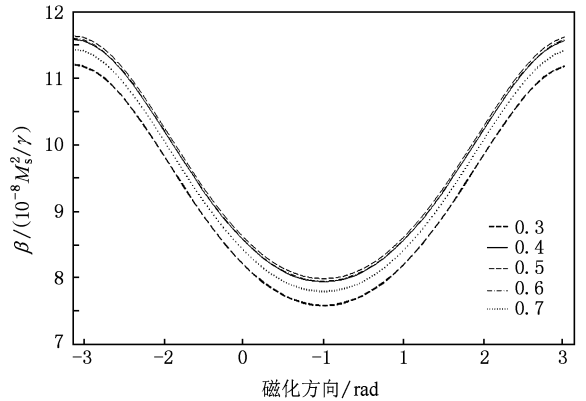


图 2 归一化  $\beta$  随磁化方向 (定磁片磁化强度与自由磁片磁化强度的矢量角) 的变化

将不包含 Gilbert 和自旋扭矩项的 LL 方程看成为未扰方程,并将时间对  $\gamma M_s$  归一化,即

$$f_0(m) = -m \times h_{\text{eff}}. \quad (6)$$

将其余项看成为微扰项,即

$$f_1(m) = \alpha m \times \frac{dm}{dt} - m \times \frac{\xi J_e}{\gamma M_s^2} b m \times e_p. \quad (7)$$

将(4)式表示为如下的形式:

$$b = \frac{1}{4} \left[ 1 + \frac{3}{16} \frac{(1 + \delta)^3}{\delta^{3/2}} \right]^{-1} \times \left[ 1 + \frac{m \cdot e_p}{3 + 16\delta^{3/2}/(1 + \delta)^3} \right]^{-1}, \quad (8)$$

式中,  $|m \cdot e_p| \leq 1$ , 而极化电流因子的取值通常大于 0.1 并且小于 1, 所以等式右边最后一项远小于 1, 由此有

$$b \approx \frac{1}{4} \left[ 1 + \frac{3}{16} \frac{(1 + \delta)^3}{\delta^{3/2}} \right]^{-1} \times \left[ 1 - \frac{m \cdot e_p}{3 + 16\delta^{3/2}/(1 + \delta)^3} \right] = \frac{1}{4(1 + 3/\eta)} \left[ 1 - \frac{m \cdot e_p}{3 + \eta} \right], \quad (9)$$

其中

$$\eta = 3 + 16\delta^{3/2}/(1 + \delta)^3. \quad (10)$$

将上式代入到(7)式中有

$$f_1(m) = \alpha m \times \frac{dm}{dt} - \frac{1}{4(1 + 3/\eta)} \frac{\xi J_e}{\gamma M_s^2} m \times m \times e_p + \frac{1}{4(1 + 3/\eta)(3 + \eta)} \frac{\xi J_e}{\gamma M_s^2} \times (m \cdot e_p) \cdot m \times m \times e_p. \quad (11)$$

若知道关于(6)式的未扰方程的解,再求解(7)式的 Melnikov 函数,便可以得到 LLS 方程的解及磁化运动轨迹<sup>[11]</sup>.

外加场恒定的情况下,对于椭圆的单轴各向异性试样,在均匀磁化假定下,有效场可以表示为

$$\mathbf{h}_{\text{eff}} = \mathbf{h}_a - D_x m_x \mathbf{e}_x - D_y m_y \mathbf{e}_y - D_z m_z \mathbf{e}_z. \quad (12)$$

在椭圆单轴向各向异性及均匀磁化假定下,吉布斯自由能为

$$g(\mathbf{m}) = (D_x m_x^2 + D_y m_y^2 + D_z m_z^2)/2 - \mathbf{h}_a \cdot \mathbf{m}. \quad (13)$$

结合到(11)式,吸收能函数可以表示为<sup>[6]</sup>

$$\begin{aligned} -P(\mathbf{m}) &= dg(\mathbf{m})/dt \\ &= -\alpha \left| \frac{d\mathbf{m}}{dt} \right|^2 + \xi \gamma J_e M_s \frac{1}{4(1+3/\eta)} \\ &\quad \times \left[ 1 - \frac{\mathbf{m} \cdot \mathbf{e}_p}{3+\eta} \right] (\mathbf{m} \times \mathbf{e}_p) \cdot \frac{d\mathbf{m}}{dt}. \end{aligned} \quad (14)$$

Melnikov 函数表示在一个周期时间段内,在轨迹的法线方向上,扰动轨迹离开未扰轨道的距离,被定义为

$$M(g_0) = \int_{T_{g_0}}^{T_0+T_{g_0}} \mathbf{m}_0 \cdot [f_0(\mathbf{m}_0) \times f_1(\mathbf{m}_0)] dt, \quad (15)$$

式中,凡加下标0的参量是根据未扰函数(6)的 LL 方程所确定的磁化强度解得到的, $T_0$  表示未扰方程的一个周期, $T_{g_0}$  表示由自由能  $g_0$  所确定的时刻.

将(6)和(7)式的表达式代入上式,可以看到 Melnikov 函数刚好可以表示为吸收能函数的积分<sup>[6]</sup>. 因此有

$$\begin{aligned} M(g_0) &= \int_{T_{g_0}}^{T_0+T_{g_0}} -\alpha \left| \frac{d\mathbf{m}_0}{dt} \right|^2 \\ &\quad + \int_0^t \xi \gamma J_e M_s \frac{1}{4(1+3/\eta)} \left[ 1 - \frac{\mathbf{m}_0 \cdot \mathbf{e}_p}{3+\eta} \right] \\ &\quad \times (\mathbf{m}_0 \times \mathbf{e}_p) \cdot \frac{d\mathbf{m}_0}{dt} dt. \end{aligned} \quad (16)$$

这样,LLS 方程的解可以表示为

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 + M(g_0) \mathbf{n}, \quad (17)$$

式中, $\mathbf{n}$  表示未扰轨迹法向的单位矢量.

### 3. 数值计算及结果

未扰方程的解可以表示为

$$m_x(t) = k_g \text{dn}(\Omega_L t, k_L), \quad (18)$$

$$m_y(t) = (k'_g/k') \text{sn}(\Omega_L t, k_L), \quad (19)$$

$$m_z(t) = -k'_g \text{cn}(\Omega_L t, k_L), \quad (20)$$

$$k_g = \sqrt{(D_z - 2g_0)/(D_z - D_x)}, \quad (21)$$

$$k = \sqrt{(D_z - D_y)/(D_z - D_x)}, \quad (22)$$

$$k'_g = \sqrt{1 - k_g^2}, \quad (23)$$

$$k' = \sqrt{1 - k^2}, \quad (24)$$

$$k_L = k k'_g / k_g k', \quad (25)$$

$$\Omega_L = k_g k' (D_z - D_x), \quad (26)$$

式中,sn, cn 和 dn 为关于模数  $k_L$  的雅可比椭圆函数.

未扰函数的周期为

$$T_0 = 4K(k_L)/\Omega_L, \quad (27)$$

式中, $K(k_L)$  为第一类完全椭圆积分.

将(18)至(27)式代入到(16)式中,再根据(17)式,即可确定 LLS 方程的磁化轨道.

使用 VC 与 MATLAB 混和编程技术,得到的 LLS 方程计算程序界面如图 3 所示. VC 提供友好的人机接口, MATLAB 实施函数计算和绘图.

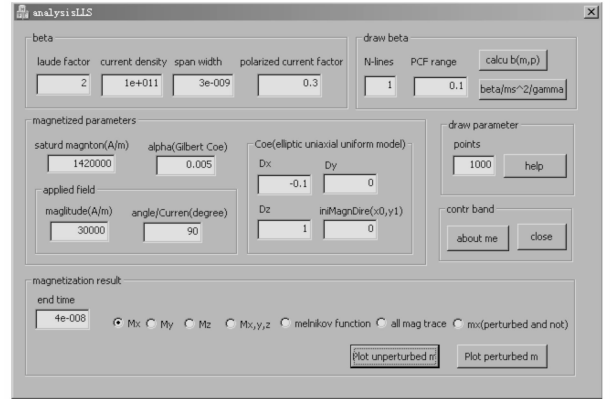


图 3 LLS 方程计算程序界面

设定磁片的磁化方向为  $x$  方向,取饱和磁场为  $3 \times 10^4$  A/m, Gillbert 系数为  $5 \times 10^{-3}$ ,  $D_x$  为  $-0.1$ ,  $D_z$  为  $1$ ,  $D_y$  为  $0$ , 并取试样正常金属宽度为  $3 \times 10^{-9}$ , 电流密度为  $1.3037 \times 10^{11}$  A/m<sup>2</sup>, 极化电流因子为  $0.3$ , 图 4 给出了  $x$  方向的相对磁化强度未扰轨道. 从图 4 可以看到,在不存在极化电流和阻尼的情况下,磁化强度将会在一定范转内振荡,但决不可能发生翻转. 图 5 给出了加入极化电流和 Gillbert 阻尼情况下  $x$  方向磁化强度的运动轨道,从图中可以看到,在将近  $30$  ns 的时候,磁化强度方向发生了翻转.

图 6 给出了文献[5]在将扭矩因子  $\beta$  视为常数

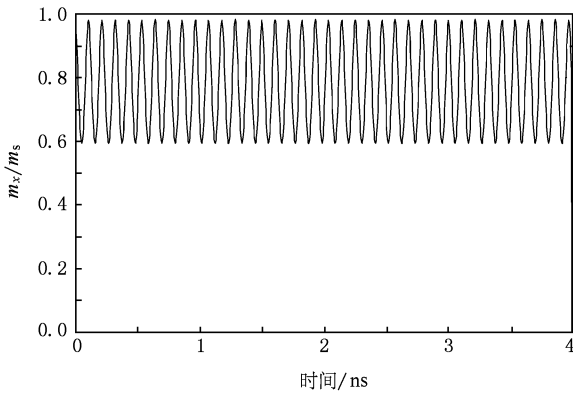


图 4  $m_x$  的未扰轨道

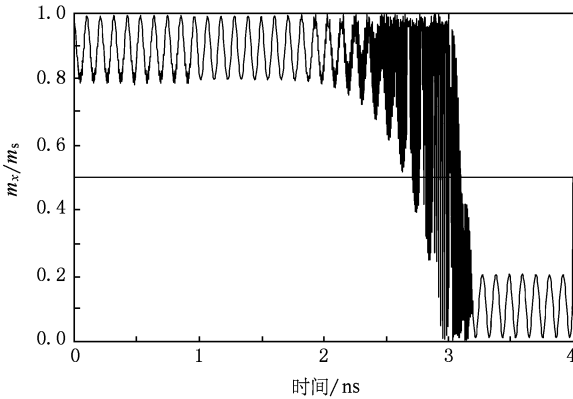


图 5  $m_x$  的扰动轨道

的情况下计算所得到的  $x$  方向的磁化强度运动轨道,图 6(c)与图 5 的计算参数相同. 比较两图可以看到,在将扭矩因子视为常数的情况下, $x$  方向的磁化强度在初始时刻会因子阻尼运动而减小,而若将

它视为磁化强度的函数,它仅在未扰轨道附近振动. 当接近翻转时刻时,扭矩因子为磁化强度函数的情况磁化强度会出现急速振荡,而常数扭矩情况磁化强度会迅速向另一个方向翻转. 两者所预言的翻转时刻存在较大差异,图 5 给出翻转时刻在 30 ns 附近,而图 6 的翻转时刻在 35 ns 附近.

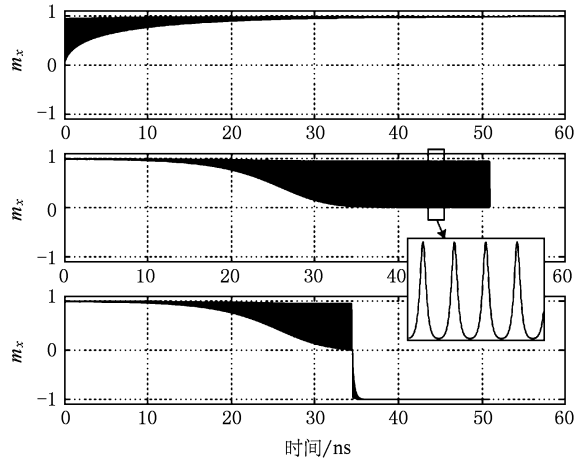


图 6 文献[5]的计算结果 (a) $\beta$ 为  $-2.9 \times 10^{-3}$ ; (b) $\beta$ 为  $-3.336 \times 10^{-3}$ ; (c) $\beta$ 为  $-3.339 \times 10^{-3}$

### 4. 结 论

在将自旋扭矩因子视为磁化强度函数的情况下,利用微扰方法解析探讨了 LLS 方程的解. 计算结果显示,与将自旋扭矩因子视为常数的情况相比较,磁化强度运动轨道存在较大差异,并且所预言的磁化强度翻转时刻相对较小.

[1] Wolf S A, Awschalom D D, Buhrman R A 2001 *Science* **294** 1488  
 [2] Kiselev S I, Sankey J C, Krivorotov I N, Emley N C 2003 *Nature (London)* **425** 380  
 [3] Slonczewski J, Magn J 1996 *Magn. Mater* **159** L1  
 [4] Berger L 1996 *Phys. Rev. B* **54** 9353  
 [5] Maxximiliano d'Aquino 2004 *Doctorate Thesis*. Nonlinear magnetization dynamics in thin-films and nanoparticles. December  
 [6] Yang Z Y 2007 *Spin Angular Momentum Transfer in Magnetic*

*Nonostructure* (Columbia: University of Missouri-Columbia)  
 [7] Bertotti G, Serpico C, Mayergoyz I D 2004 *Pyhs. Rev. B* **343** 325  
 [8] Bertotti G, Mayergoyz I D, Serpico C 2004 *Physica B* **343** 325  
 [9] Sun J Z 2000 *Phys. Rev. B* **62** 570  
 [10] Pufall M R, Rippard W H, Kaka S, Russek S E, Silva T J, Katine J, Carey M 2004 *Phys. Rev. B* **69** 214409  
 [11] Wang C K, Wang H S, Zhang Q G 1999 *Chin. Phys.* **8** 185

# Disturbing method for solving LLS equation when non-constant spin torque is considered\*

Gao Peng<sup>†</sup> Yin Hai-Rong Gong Yu-Bin Yang Zhong-Hai Wei Yan-Yu

(School of Physical Electronics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

(Received 31 August 2009; revised manuscript received 9 October 2009)

## Abstract

The LLS equation is analyzed by Melnikov disturbing method when non-constant spin torque is considered. Computing codes are programmed by combining VC and MATLAB. The results reveal that the magnetization trace vibrates round the non-disturbing trace at first, and then surges when close to the reversal point, and the time of reversal is shorter compared with the trace with constant spin torque.

**Keywords:** spin torque, magnetization, LLS equation, disturbing method

**PACC:** 7590, 7225

---

\* Project supported by the Youth Foundation of University of Electronic Science and Technology of China (Grant No. L08010401JX0736), and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60601005).

<sup>†</sup> E-mail: gaopeng82@uestc.edu.cn