

基于经验模态分解滤波的低频振荡 Prony 分析*

侯王宾[†] 刘天琪 李兴源

(四川大学电气信息学院, 成都 610065)

(2009 年 6 月 24 日收到; 2009 年 9 月 1 日收到修改稿)

传统 Prony 法在分析低频振荡时对输入信号要求较高, 存在着对噪声敏感的弱点. 因此提出一种经验模态分解滤波和改进 Prony 法相结合的低频振荡分析方法. 该方法先用经验模态分解对低频振荡信号进行自适应滤波, 再用改进 Prony 法对滤波后的信号进行分析. 其中, 改进 Prony 法有效阶数用归一化奇异值法确定. 将该方法分别用于分析试验信号和 IEEE 4 机系统振荡信号, 并与基于低通滤波器的 Prony 分析进行比较. 结果表明, 在较大噪声环境下, 该方法仍然能相对准确的辨识出低频振荡主导模式, 验证了其有效性.

关键词: 低频振荡, 经验模态分解, 改进 Prony 法, 归一化奇异值法

PACC: 7785

1. 引 言

随着互联电力系统的规模日益扩大和快速、高增益励磁系统的广泛应用, 系统互联引发的低频振荡问题已成为危及电网安全运行、制约电网传输能力的重要因素之一^[1]. 目前, 对低频振荡的分析方法主要有两大类, 即针对系统模型平衡点的特征根法以及沿着系统受扰轨迹的模式提取法^[2]. 特征根法通过建立数学模型进行分析, 方法比较成熟, 但困难在于系统准确、完整的参数难以获取. 因此, 直接利用系统受扰轨迹提取振荡特征参数就成为低频振荡分析的一种实用方法. Prony 法就是目前应用的较为成功的一种^[3].

Prony 法用一组指数函数的线性组合来拟合等间隔采样数据, 从而可以方便地估算出给定信号的频率、衰减、幅值、相位等信息^[4]. 但传统 Prony 法对输入信号的要求很高, 对数据噪声非常敏感, 尤其在大噪声下甚至根本不能辨识出正确的结果, 这将直接影响对主导振荡模式的识别^[5]. 因此, 有必要在使用 Prony 法之前先对信号进行数据预处理; 文献^[6]提出了用离散卡尔曼滤波进行预处理, 但卡尔曼滤波需要建立一个系统模型, 而实际输入信号多数为非平稳信号, 缺少对其真正特性的认识. 文

献^[7]提出用低通滤波器进行预处理, 但使用低通滤波器时, 除需要时频变换之外, 还需预先确定相应滤波器的截止频率和信号带宽, 这对仅从实际信号确定滤波器参数和所需系统模型相对困难. 文献^[8]用模糊滤波进行预处理, 但模糊推理规则的制定常基于启发式知识或人类专家的经验, 这类知识有时很难获得, 而且即使能够获得, 有时难以表示成合适形式. 文献^[9]用小波对信号进行预处理, 但小波变换在应用时存在着合理选择匹配小波基的困难. 而文献^[10—12]提出了一种用经验模态分解 (empirical mode decomposition, EMD) 滤波的方法, 该方法通过 EMD 过程将信号分解成为一系列固有模态分量 (intrinsic mode function, IMF), 通过对 IMF 处理后重构信号的方法实现滤波. EMD 过程没有固定的先验基底, 突破了传统方法将幅值不变的简谐信号定义为基底的局限, 避免了小波分析等选择小波基的困难, 使信号的分析更加灵活多变, 非常适于处理非线性、非平稳信号.

根据以上研究成果, 并结合低频振荡信号多是非线性、非平稳信号的特点, 本文提出了用 EMD 对信号进行自适应滤波, 然后再进行 Prony 分析的方法. 为了更好的提取主导振荡模式, Prony 拟合有效阶数的确定采用文献^[7]提出的基于能量级概念的

* 国家科技支撑计划项目 (批准号: 2008BAA13B01) 资助的课题.

[†] E-mail: houwangbin@163.com

归一化奇异值法. 仿真结果表明, 这种处理有效地降低了噪声等杂散信号对 Prony 辨识的影响, 提高了 Prony 法分析低频振荡的抗噪能力.

2. 基于 EMD 滤波的改进 Prony 法

2.1. EMD 的基本原理

EMD 是 1998 年 Huang 提出的一种全新的数据处理方法^[13]. EMD 过程将信号分解成为一系列 IMF, 而每一个 IMF 可以看作是信号的固有模态, 大都具有清晰的物理意义, 能够表达信号的局部特征^[11].

实信号 $x(t)$ 进行 EMD 的步骤为^[12-16]

1) 首先识别出信号的所有极大值点和极小值点, 分别拟合出信号的上、下包络线 $e_{\text{sup}}(t), e_{\text{low}}(t)$, 计算上下包络线的平均值, 即

$$m(t) = \frac{e_{\text{low}}(t) + e_{\text{sup}}(t)}{2}, \quad (1)$$

将 $x(t)$ 减去 $m(t)$ 得到

$$c(t) = x(t) - m(t). \quad (2)$$

2) 然后将 $c(t)$ 视为新的 $x(t)$, 重复上面的步骤, 直到根据判止准则筛选出原始信号的第一阶 IMF $c_1(t)$, 将 $x(t)$ 减去 $c_1(t)$ 得到

$$m_1(t) = x(t) - c_1(t), \quad (3)$$

将 $m_1(t)$ 看作新的 $x(t)$, 用同样的方法可以筛选出原始信号的其他 IMF. $x(t)$ 最终可以表示为

$$x(t) = \sum_1^N c_j(t) + r_N(t), \quad (4)$$

式中, $r_N(t)$ 成为残余项 (residue), 代表信号的平均趋势.

2.2. EMD 滤波

2.2.1. EMD 的滤波特性^[10-12]

EMD 首先分解出信号变化最快的 IMF $c_1(t)$, 然后依次分解出变化较慢的 IMF $c_2(t) \dots c_N(t)$. 根据信号分析的需要对 IMF 进行处理, 选择部分 IMF 而丢弃其他的 IMF 从而对信号进行重构, 相当于信号通过了一个滤波器组. 该滤波器组是自适应的, 与传统滤波器设定固定截止频率不同, 其通带截止频率是随着输入信号变化而变化的. 定义自适应滤波器截止 IMF 阶数 l, h 和时空滤波器组 (time-space filter banks, TFB), 表示如下:

$$\hat{x}(t) = \sum_1^h c_j(t), \quad (5)$$

式中, $\hat{x}(t)$ 为滤波器输出信号; $l, h \in [1, N]$. 一般情况下, $1 < l \leq h < N$ 时, TFB 为一带通滤波器; $l = 1, h < N$ 时, TFB 为高通滤波器; $l > 1, h = N$, TFB 为低通滤波器; 本文就是利用 EMD 的低通滤波特性, 即

$$\hat{x}(t) = \sum_1^N c_j(t). \quad (6)$$

2.2.2. IMF 阈值处理^[10]

若直接把某个尺度的 IMF 分量完全滤掉, 属于强制滤波, 有可能在去噪的同时也滤掉了一些有用成分, 影响后续信号分析的准确性. 所以, 参考小波阈值去噪法, 按照一定条件部分的滤除某些尺度的 IMF 分量, 使得在去除信号噪声的同时也保证了有用信号的完整性.

对前几个 IMF 分量做门限阈值处理后再重构信号. 软限幅函数为

$$\eta_t(y_i) = \begin{cases} 0, & |y_i| \leq t, \\ \text{sgn}(y_i) (|y_i| - t), & |y_i| \geq t, \end{cases} \quad (7)$$

其中 $\eta_t(y_i)$ 为经过阈值处理后的 IMF 系数, t 代表软限幅函数的阈值, $t = \sigma \sqrt{2 \log(M)}$, σ 是噪声的方差, M 是含噪信号的长度.

2.3. 基于 EMD 滤波的改进 Prony 法

本文提出的基于 EMD 滤波的改进 Prony 法分析信号的流程如图 1 所示.

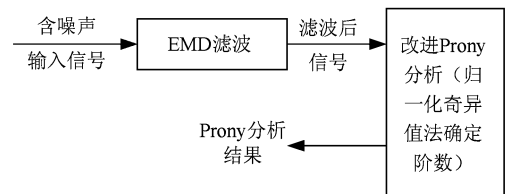


图 1 基于 EMD 滤波的改进 Prony 法分析流程图

图 1 中, EMD 滤波部分已在 2.2 节中予以表述, 下面介绍用归一化奇异法定阶的改进 Prony 法.

3. 改进 Prony 法

Prony 法的实质是用一组复指数项的线性组合来拟合等间隔采样数据, 即认为测量输入 $x(0), \dots, x(n-1)$ 的估计值可以表示为

$$\begin{aligned}\hat{x}(n) &= \sum_{m=1}^P b_m Z_m^n \\ &= \sum_{m=1}^P A_m e^{j\theta_m} e^{(a_m + j2\pi f_m)\Delta t},\end{aligned}\quad (8)$$

其中 A_m 为幅值, f_m 为频率, α_m 为衰减因子, θ_m 为初相, Δt 为时间间隔。

算法的主要步骤为^[3,4]

1) 构造样本函数矩阵

$$R = \begin{bmatrix} r(1,0) & r(1,1) & \cdots & r(1,p_e) \\ r(2,0) & r(2,1) & \cdots & r(2,p_e) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r(p_e,0) & r(p_e,1) & \cdots & r(p_e,p_e) \end{bmatrix}, \quad (9)$$

其中, $r(i,j) = \sum_{n=p_e}^{N-1} x(n-j)x^*(n-i)$ 。

2) 归一化奇异值法^[7]确定 R 阵的有效秩 P 。

对 R 阵进行奇异值分解: $R = U\Sigma V^H$, 对于阶数为 p_e 的理想信号, 存在如下的奇异值分布:

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \cdots \geq \sigma_p \geq \sigma_{p+1} = \cdots = \sigma_{p_e} = 0.$$

实际上由于噪声的存在, 奇异值矩阵 Σ 的后 $p_e - p$ 维零空间将被噪声子空间取代。

定义归一化奇异值为

$$\bar{\sigma}_{kk} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\sigma_{kk}}{\sigma_{11}}, \quad 1 \leq k \leq p_e. \quad (10)$$

奇异值按大至小排序后, 以最大奇异值 σ_{11} 作为归一化的分母, k 由 1 向样本矩阵维数 p_e 递增时, $\bar{\sigma}_{kk}$ 逐渐减小。此时选择一个接近于零的正数作阈值, 并把 $\bar{\sigma}_{kk}$ 大于此阈值的最大整数 k 取为矩阵的有效秩 P 。

与常用的归一化比值法相比, 用归一化奇异值法确定阶数, 物理概念清晰, 而且简单、直观、阈值的自适应性强^[7]。

3) 利用总体最小二乘法确定线性预测方程 (11) 的解 a_1, a_2, \cdots, a_p 。

$$R[1a_1 \cdots a_p]^T = [\varepsilon_p 0 \cdots 0]^T. \quad (11)$$

4) 求多项式 (12) 的根 z ,

$$1 + a_1 z^{-1} + \cdots + a_p z^{-p} = 0, \quad (12)$$

并根据

$$\hat{x}(n) = - \sum_{i=1}^P a_i \hat{x}(n-i) \quad (13)$$

递推出 $\hat{x}(n)$ 。

5) 计算参数 b ,

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ z_1 & z_2 & \cdots & z_p \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ z_1^{N-1} & z_2^{N-1} & \cdots & z_p^{N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}(1) \\ \hat{x}(2) \\ \vdots \\ \hat{x}(N-1) \end{bmatrix}. \quad (14)$$

6) 计算振幅、相位、频率和衰减,

$$A_i = |b_i|,$$

$$\theta_i = \arctan(\text{Im}(b_i)/\text{Re}(b_i)),$$

$$\alpha_i = \ln |z_i| / \Delta t,$$

$$f_i = \arctan(\text{Im}(z_i)/\text{Re}(z_i)) / 2\pi\Delta t. \quad (15)$$

4. 算例仿真

4.1. 试验信号仿真

给定试验信号为^[17]

$$\begin{aligned}y &= 10e^{-0.7t} \sin(2\pi \times 2.2t) \\ &+ 20e^{-0.3t} \sin(2\pi \times 0.7t) \\ &+ 15e^{-0.3t} \sin(2\pi \times 1.6t) + 10.\end{aligned}$$

该信号的频率在 0.1—2.5 Hz 之间, 符合低频振荡的频率范围, 且既有相同又有不同的衰减系数并含有直流分量, 可以较好的模拟低频振荡信号的主要特点, 故采用其作为试验信号。

为验证 EMD 在较大噪声环境下滤波的效果, 加入较大的噪声以降低信号的信噪比, 即在每个采样点加入均值为 0, 方差为 5 的高斯白噪声。EMD 滤波过程中, 取采样间隔 0.1 s, 采样时间段 0—10 s。然后用本文方法对加入噪声后信号进行处理, 得到原始信号、加入噪声后的信号以及通过 EMD 滤波后的信号对比如图 2 所示。

为说明本文方法的有效性, 将本文方法拟合结

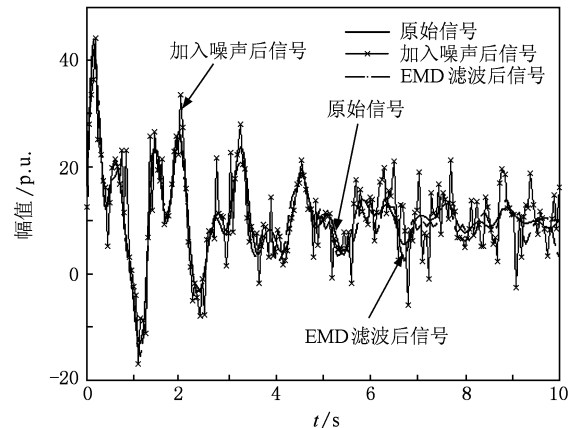


图2 原始信号、加入噪声后信号和 EMD 滤波后信号

果与基于 FIR 低通滤波器的原始 Prony 法的拟合结果进行比较(以下仿真对比均采用此法),两种方法 Prony 拟合波形对比如图 3 所示,最终辨识出的参数如表 1 所示(仅列出主导振荡模式)。

由仿真结果知,在较大噪声环境下,EMD 滤波后改进 Prony 拟合的信号与原始信号重合的比较一致,且最终辨识出的参数也有较为准确的辨识精度.这充分说明了该方法的有效性,尤其是在较大噪声环境下的有效性。

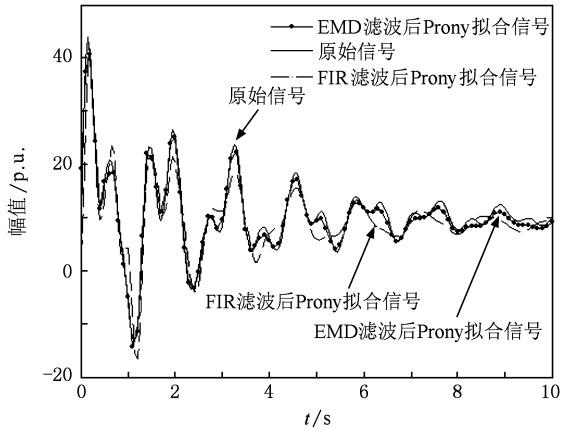


图 3 原始信号、EMD 和 FIR 滤波后 Prony 拟合信号

表 1 试验信号辨识结果

理想结果			原始 Prony 法辨识结果			本文方法辨识结果		
幅值 /p. u.	频率 /Hz	衰减 系数	幅值 /p. u.	频率 /Hz	衰减 系数	幅值 /p. u.	频率 /Hz	衰减 系数
10	2.2	-0.7	7.42	2.25	-0.36	9.6	2.21	-0.74
20	0.7	-0.3	19.49	0.71	-0.26	20.8	0.70	-0.31
15	1.6	-0.3	12.46	1.58	-0.18	16.3	1.59	-0.39

4.2. 两区域四机系统仿真

为了对低频振荡信号进行分析,采用 IEEE 两区域四机系统进行仿真,其主要参数见文献[18],四机系统结构如图 4 所示。

4.2.1 小扰动下的低频振荡主导模式辨识

系统参数设置为:系统正常运行时受到小扰动,区域 1 的发电机 G_1 ,在 1 s 时刻其励磁参考电压阶跃 5%。采集 2.5—15 s 内发电机 G_1 的输出有功功率 P_{e1} 的振荡曲线作为分析信号,采样间隔为 0.1 s。

由于仿真环境比较理想,采样信号受到的噪声干扰很小,为了模拟采样中存在的噪声,验证 EMD

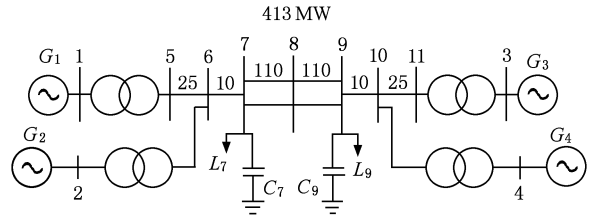


图 4 IEEE 四机系统

滤波的效果,在每个采样点加入均值为 0,方差为 0.05 的高斯白噪声.然后用本文方法处理加入噪声后的信号,得到原始信号、加入噪声后的信号以及通过 EMD 滤波后的信号对比如图 5 所示.进一步得到两种方法的 Prony 拟合波形对比如图 6 所示.从图中可见,EMD 滤波后改进 Prony 拟合的信号与原始信号重合的比较一致,最终所得到的辨识结果如表 2 所示(仅列出主导振荡模式)。

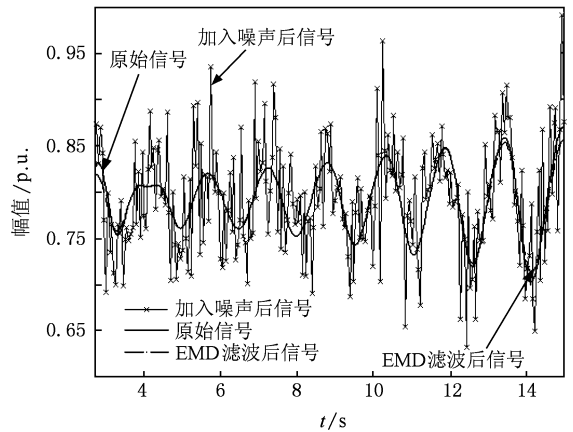


图 5 原始信号、加入噪声后信号和 EMD 滤波后信号

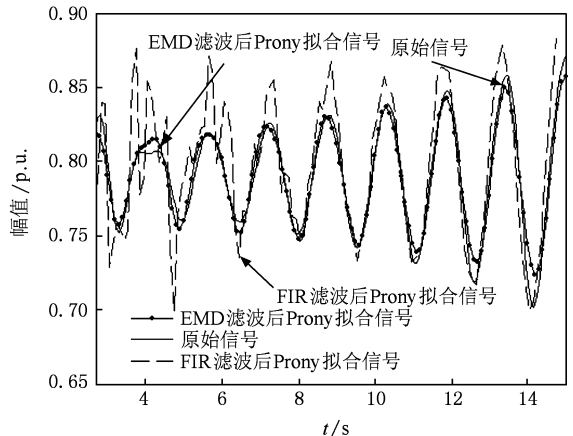


图 6 原始信号、EMD 和 FIR 滤波后 Prony 拟合信号

表2 小扰动下低频振荡模式辨识结果对比

原始 Prony 法辨识结果		本文方法辨识结果		特征值分析法辨识结果	
频率/Hz	阻尼比	频率/Hz	阻尼比	频率/Hz	阻尼比
1.15	0.26	1.10	0.071	1.12	0.08
—	—	0.65	-0.033	0.64	-0.026

由表2可知,本文的方法虽然辨识精度也受到噪声的一定影响,但最终的结果还是与特征值分析法基本一致的,比较准确的辨识出了两个主导振荡频率(1.12 Hz 和 0.64 Hz)及其阻尼比.而在较大噪声影响下,原始 Prony 法不仅参数辨识精度受到影响,而且还没有辨识出其中关键的区间振荡模式(0.64 Hz).这进一步说明了本文方法在较大噪声环境下的有效性.

4.2.2 大扰动下的低频振荡主导模式辨识

系统参数设置为:系统原来在正常运行,1 s 时刻在节点 8 处发生三相接地故障,1.2 s 时刻故障切除.采集区域 1 发电机 G_1 输出有功功率 P_{e1} 的振荡曲线作为分析信号,采样间隔 0.1 s.由于应用 Prony 法时不能直接从故障后立即进行采样,而应该在大扰动基本平息时才开始采样数据^[19],所以采集 6—15 s 的数据作为分析数据.

与 4.2.1 节类似,在每个采样点加入均值为 0,方差为 0.05 的高斯白噪声.然后用本文方法处理加入噪声后的信号,得到原始信号、加入噪声后的信号以及通过 EMD 滤波后的信号对比如图 7 所示.进一步得到两种方法 Prony 拟合波形对比如图 8 所示.从图中可见,EMD 滤波后改进 Prony 拟合的信号与原始信号重合的比较一致,最终所得到的辨识结果如表 3 所示(只列出主导振荡模式).

由于在大干扰下,原始信号振荡的幅值要比小干扰下的大,因此加入同样的噪声,大干扰时的信号信噪比要比小干扰时高.所以由表 3 可知,用原有的改进 Prony 法能够辨识出两个主导振荡频率,但阻尼比仍有较大差别.而用本文方法仍能够较为准确的辨识出振荡参数,这也再次验证了该方法的正确性.

表3 大干扰下低频振荡模式辨识结果对比

原始 Prony 法辨识结果		本文方法辨识结果		特征值分析法辨识结果	
频率/Hz	阻尼比	频率/Hz	阻尼比	频率/Hz	阻尼比
1.17	0.15	1.13	0.073	1.12	0.08
0.62	0.04	0.63	-0.018	0.64	-0.026

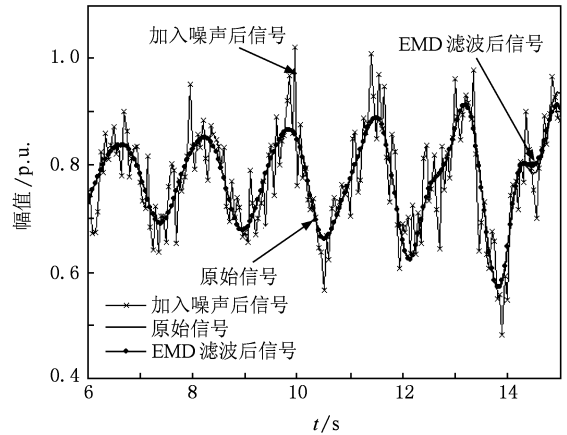


图7 原始信号、加入噪声后信号和 EMD 滤波后信号

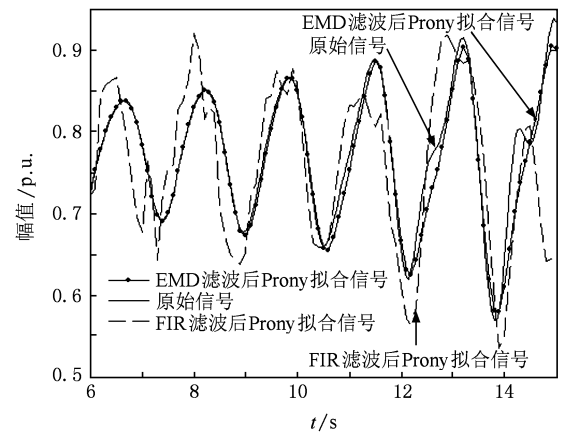


图8 原始信号、EMD 和 FIR 滤波后 Prony 拟合信号

5. 结 论

由于 Prony 法存在着对噪声敏感的弱点,噪声的存在会严重影响 Prony 法对低频振荡的辨识精度,所以提出一种基于 EMD 滤波的改进 Prony 法.该方法在处理含较大噪声低频振荡信号时,首先通过 EMD 滤波器进行自适应滤波,然后采用归一化奇异值法定阶的改进 Prony 法进行参数辨识.算例仿真结果表明,该方法能够在较大噪声环境下分析得到较为准确的低频振荡参数,有效提高了 Prony 方法分析低频振荡信号的抗噪能力.

- [1] Wang X F, Fang W L, Du Z C 2003 *Modern power system analysis* (1st ed) (Beijing: Science Press) p399—420 (in Chinese) [王锡凡、方万良、杜正春 2003 现代电力系统分析(第一版)(北京:科学出版社)第 399—420 页]
- [2] Xue Y S, Hao S P, Liu J Y, Dong Z, Ledwich G 2009 *Automation of Electric Power Systems* 33 1 (in Chinese) [薛禹胜、郝思鹏、刘俊勇、Dong Z、Ledwich G 2009 电力系统自动化 33 1]
- [3] Wang T Q, He R M, Xu D J, Wang X W 2001 *Electric Power* 34 38 (in Chinese) [王铁强、贺仁睦、徐东杰、王昕伟 2001 中国电力 34 38]
- [4] Zhang X D 2002 *Modern Signal Processing* (2nd ed) (Beijing: Tsinghua University Press) p119—125 (in Chinese) [张贤达 2002 现代信号处理(第二版)(北京:清华大学出版社)第 119—125 页]
- [5] Grund C E, Paserba J J, Hauner J F, Nilsson S 1993 *IEEE Trans on Power Systems* 8 964
- [6] Johnson M A, Zarafonitis I P, Call Igaris M 2000 *Proceedings of IEEE Power Engineering Society Summer Meeting Seattle, WA, USA, Piscataway, NJ, USA Jul 16 - 20, 2000* p1918
- [7] Xiong J J, Xing W R, Wan Q L 2008 *Journal of Southeast University (Sci&Tech)*. 38 64 (in Chinese) [熊俊杰、邢卫荣、万秋兰 2008 东南大学学报(自然科学版) 38 64]
- [8] Li D H, Cao Y J 2007 *Automation of Electric Power Systems* 31 14 (in Chinese) [李大虎、曹一家 2007 电力系统自动化 31 14]
- [9] Liu S, Zhao S Q, Yu Z M, Ma Y F 2007 *Electric Power Automation Equipment* 27 64 (in Chinese) [刘森、赵书强、于赞梅、马燕峰 2007 电力自动化设备 27 64]
- [10] Zhao W W, Zeng X W 2008 *Electronic Science and Technology* 21 30 (in Chinese) [赵雯雯、曾兴雯 2008 电子科技 21 30]
- [11] Sun Y Z, Huang W, Yu B 2007 *Journal of University of Electronic Science and Technology of China*. 36 24 (in Chinese) [孙艳争、黄炜、余波 2007 电子科技大学学报 36 24]
- [12] Li Q 2008 *Master. Dissertation* (Wuhan: Central China Normal University) (in Chinese) [李卿 2008 硕士学位论文(武汉:华中师范大学)]
- [13] Huang N E 1998 *Proc. R. Soc. Lond* 45 903
- [14] Yang Y F, Wu Y F, Ren X M, Qin W Y, Zhi X Z, Qiu Y 2008 *Acta Phys. Sin.* 58 3742 (in Chinese) [杨永锋、吴亚锋、任兴民、秦卫阳、支希哲、裘焱 2008 物理学报 58 3742]
- [15] Gong Z Q, Zhou M W, Gao X Q, Dong W J 2005 *Acta Phys. Sin.* 54 3947 (in Chinese) [龚志强、邹明玮、高新全、董文杰 2005 物理学报 54 3947]
- [16] Yang Y F, Ren X M, Qin W Y, Wu Y F, Zhi X Z 2008 *Acta Phys. Sin.* 57 6139 (in Chinese) [杨永锋、任兴民、秦卫阳、吴亚锋、支希哲 2008 物理学报 57 6139]
- [17] Xiong J J, Wan Q L, Zheng S J, Xu X 2007 *Jiangxi Electric Power* 31 16 (in Chinese) [熊俊杰、万秋兰、郑蜀江、徐贤 2007 江西电力 31 16]
- [18] Kundur P 1994 *Power system stability and control* (1st ed) (New York: McGraw - Hill Inc)
- [19] Xu Z 2004 *Dynamic behavior analysis of AC-DC power system* (1st ed) (Beijing: Machinery Industry Press) p153—155 (in Chinese) [徐政 2004 交直流电力系统动态行为分析(第一版)(北京:机械工业出版社)第 153—155 页]

Prony analysis of low frequency oscillations based on empirical mode decomposition filtering^{*}

Hou Wang-Bin[†] Liu Tian-Qi Li Xing-Yuan

(*School of Electrical Engineering and Information, Sichuan University, Chengdu 610065, China*)

(Received 24 June 2009; revised manuscript received 1 September 2009)

Abstract

Since traditional Prony analysis of low frequency oscillations has strict requirements to the input signal and is sensitive to the noise of data, this paper proposes a empirical mode decomposition filtering and Prony analysis combined method for low frequency analysis. In this method, empirical mode decomposition is used to adaptively filter the noise of the input signals before improved Prony analysis is carried out. The order of improved Prony analysis is determined by the normalized singular value method. This method is applied to analyze the test signal and the IEEE 4 – machine system oscillation signals, and compared with the Prony analysis based on low pass filter. The simulation shows the effectiveness of this method which indicates that the result of the analysis is good even in highly noisy environment.

Keywords: low frequency oscillation, empirical mode decomposition, improved Prony method, normalized singular value method

PACC: 7785

^{*} Project supported by the National Key Technology Research and Development Program of the Ministry of Science and Technology of China (Grant No. 2008BAA13B01).

[†] E-mail: houwangbin@163.com