

# 新型静态偏振风成像干涉仪理论探测 误差的分析与计算\*

刘 宁 张淳民<sup>†</sup> 王金婵 穆廷魁

(西安交通大学理学院,非平衡物质结构与量子调控教育部重点实验室,西安 710049)

(2009 年 8 月 6 日收到;2009 年 12 月 3 日收到修改稿)

简述了新型静态偏振风成像干涉仪的原理,推导出一般情况下系统的 Jones 矩阵.在此基础上计算了系统中各偏振器件重要参数在非理想情况下对风速和温度探测结果的影响.利用计算机模拟对探测误差进行了分析,并按照系统精度要求从理论上提出了各重要参数的误差容限.该研究为新型静态偏振风成像干涉仪的研制、定标及后期数据处理提供了理论依据.

**关键词:** 静态偏振风成像干涉仪, Jones 矩阵, 方位角误差, 相位延迟量误差

**PACC:** 9410D, 9410S, 4225J

## 1. 引 言

高层大气风场被动探测的基本原理是利用干涉成像光谱技术和电磁波的多普勒效应,以高层(80—300 km)大气中的气辉或极光作为探测源,在大光程差的条件下探测干涉条纹的调制度和谱线的频移,从中反演出高层大气的温度、速度等信息.被动式大气风场探测以其装置简单、分辨率高、探测精度高、受天气影响小等优点已成为国内外近年来研究的一个热点<sup>[1-14]</sup>.

目前国内外高层大气风场被动式探测仪器的研究多集中在动镜扫描探测模式上<sup>[15-18]</sup>,此模式具有代表性的有 1991 年美国航空航天局发射的上层大气研究卫星上搭载的由加拿大与法国联合研制的风成像干涉仪(WINDII)<sup>[19]</sup>,以及加拿大计划于 2010 年发射升空的同温层风场干涉仪<sup>[20]</sup>.相对而言,对于偏振 Michelson 干涉仪的研究却很少.1995 年, Bird 等<sup>[21]</sup>提出并研制了第一台用于测量大气热层风的偏振大气 Michelson 干涉仪(PAMI),它通过旋转偏振片来依次获得四个不同相位的干涉图.本

课题组在 PAMI 的基础上提出了一种新型静态偏振风成像干涉仪<sup>[22]</sup>,用四面角锥棱镜与偏振阵列的组合来代替旋转偏振片,可以同时得到四个不同相位的干涉图,无任何运动部件,更加适用于星载探测.随着航空航天技术的发展,新型静态偏振风成像探测系统有望作为一种重要的探测方式为大气科学、环境保护和航空航天等领域服务.

1986 年, Kothiyal 和 Delisle<sup>[23]</sup>采用 Jones 矩阵的方法对相移干涉仪系统的误差进行了研究,但仅对波片的非理想情况进行了论证.本文对上述 Jones 矩阵方法进行了扩展,推导出适用于普遍情况的系统矩阵表达式,在此基础上对系统中各个偏振器件重要参数在非理想情况下对探测结果的影响进行了分析和计算,并利用计算机模拟给出了各种误差分布曲线.该研究对于新型静态偏振风成像干涉仪的研制、定标及后期数据处理具有重要的理论意义.

## 2. 系统原理

如图 1 所示,新型静态偏振风成像干涉仪系统主要由起偏器  $P_1$ 、偏振分束器(PBS)、宽场玻璃、三

\* 国家自然科学基金重点项目(批准号:40537031)、国家高技术研究发展计划(批准号:2006AA12Z152)、国防基础科学研究计划(批准号:A1420080187)、国家自然科学基金(批准号:40875013, 40375010, 60278019)和陕西省科技攻关计划(批准号:2001K06-G12, 2005K04-G18)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: zcm@mail.xjtu.edu.cn

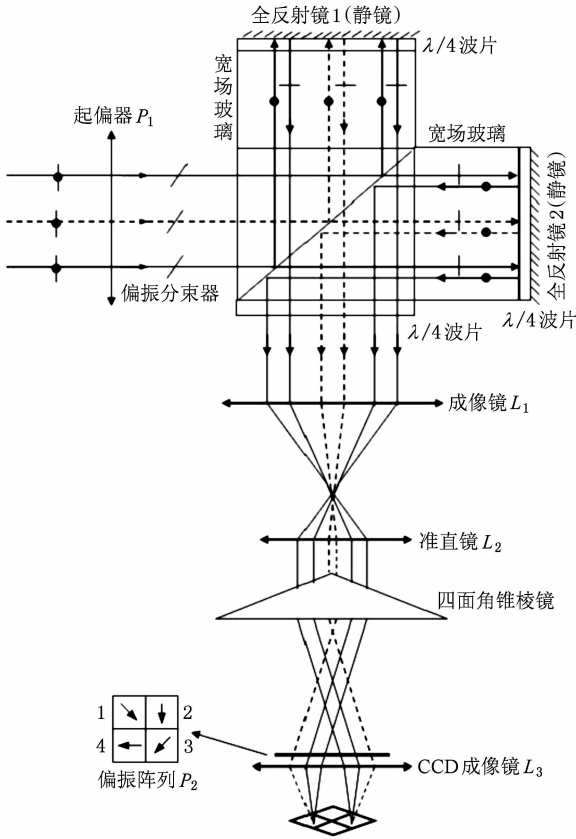


图1 新型静态偏振风成像干涉仪系统原理示意图

个  $\lambda/4$  波片、两个全反射镜、偏振阵列  $P_2$ 、面阵电荷耦合器件 (CCD) 以及相应的成像系统构成。光线入射到起偏器  $P_1$  后, 成为一束与  $x$  轴正方向夹角为  $3\pi/4$  的线偏振光 (如图 2 所示), 该线偏振光在 PBS 的分束膜上被分解为两个振动方向互相垂直的  $s$  分量 (振动方向垂直纸面) 和  $p$  分量 (振动方向平行纸面)。然后两分量分别反射和透射进入臂 I 和臂 II, 由于两臂的末端分别为  $\lambda/4$  波片 QWP1 和 QWP2, 且其方位角 (规定为快轴方向与  $x$  轴的夹角) 均为  $3\pi/4$ , 因此臂 I 的  $s$  光在返回时将变为  $p$  光, 臂 II 的  $p$  光在返回时将变为  $s$  光。从 PBS 射出的  $p$  光和  $s$  光经过第三个  $\lambda/4$  波片 QWP3 后均变为圆偏振光 (分别为左旋和右旋圆偏振光)。两圆偏振光可合为线偏振光, 并通过四面角锥棱镜分为等强度的四束光。经过成像系统后, 四束光分别通过偏振阵列上偏振方向不同的四个偏振单元 (四个偏振单元的偏振方向相对 QWP3 快轴的角度  $\psi_i$  分别为  $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  和  $135^\circ$ )。最终, 在探测器上得到四个不同相位的干涉强度  $I_1, I_2, I_3$  和  $I_4$  [22],

$$I_i = \frac{I_0}{2} \left[ 1 + V \cos \left( 2\psi_i - \frac{2\pi\Delta}{\lambda} \right) \right]$$

$$(i = 1, 2, 3, 4). \quad (1)$$

根据四强度法 [15], 目标的风速  $v$  和温度  $T$  可分别表示为

$$v = \frac{c}{2\pi\Delta\sigma_0} \left[ \arctan \left( \frac{I_4 - I_2}{I_3 - I_1} \right) - 2\pi\Delta\sigma_0 \right],$$

$$T = \frac{\ln V}{-Q\Delta^2}$$

$$= \frac{1}{-Q\Delta^2} \ln \left[ \frac{\sqrt{(I_1 - I_3)^2 + (I_2 - I_4)^2}}{I_0} \right]. \quad (2)$$

这里  $I_0$  为入射光进入  $P_1$  后的光强,  $I_0 = I_1 + I_3 = I_2 + I_4$ ;  $\sigma_0$  为探测谱线波数;  $c$  为光速;  $\Delta$  为干涉仪的基准光程差;  $V$  为谱线调制度;  $Q = 1.8249 \times 10^{-12} \sigma_0^2 / M$ , 单位为  $\text{K}^{-1} \text{cm}^{-2}$ , 其中  $M$  为发光原子的相对原子质量。

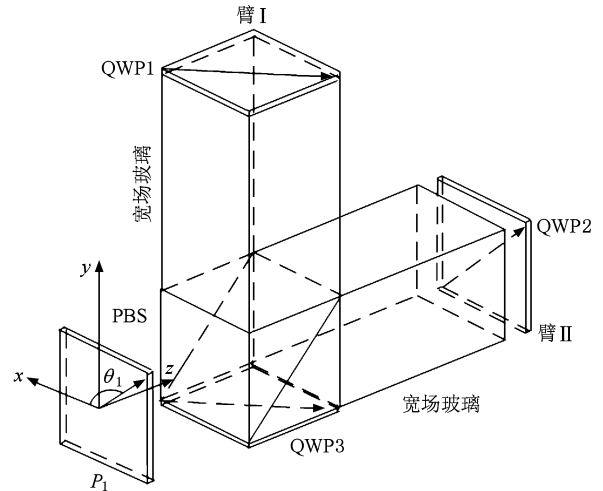


图2 新型静态偏振风成像干涉仪系统主体部分结构示意图

### 3. “系统矩阵”推导

运用一个  $2 \times 2$  维的“系统矩阵”可很好描述整个偏振 Michelson 干涉仪系统。光波通过系统中各个光学器件的过程如图 3 所示, 图中展示了光波偏振态的变化。显然, 臂 I 和臂 II 的“系统矩阵”分别表示为

$$\mathbf{M}_1 = \mathbf{J}_{P_2} \mathbf{J}_{QWP3} \mathbf{J}_{PBS2} \mathbf{J}_{QWP1} \mathbf{J}_{QWP1} \mathbf{J}_{PBS1}, \quad (3)$$

$$\mathbf{M}_2 = \mathbf{J}_{P_2} \mathbf{J}_{QWP3} \mathbf{J}_R \mathbf{J}_{PBS1} \mathbf{J}_{QWP2} \mathbf{J}_{QWP2} \mathbf{J}_{PBS2}. \quad (4)$$

这里  $\mathbf{J}_R$  是由于两臂有光程差而引入一个相位延迟矩阵 [23],

$$\mathbf{J}_R = \begin{bmatrix} \exp \left( i \frac{2\pi\Delta}{\lambda} \right) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (5)$$

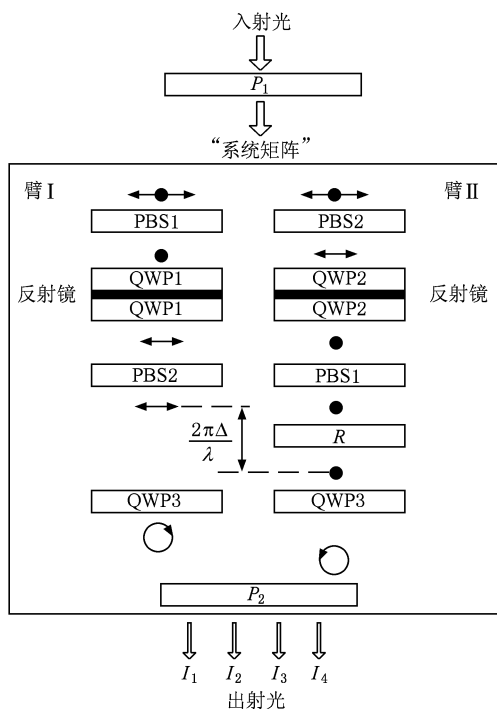


图3 “系统矩阵”及偏振态变化示意图

$J_{\text{PBS1}}$  和  $J_{\text{PBS2}}$  为理想情况下偏振分束器的 Jones 矩阵,可分别表示为<sup>[24]</sup>

$$\begin{aligned} J_{\text{PBS1}} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ J_{\text{PBS2}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \end{aligned} \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned} A &= c[\exp(i2\delta_1) - 1] \sin\beta_1 \cos\beta_1 [c \sin\beta_3 \cos\beta_3 [\exp(i\delta_3) - 1] + s \sin^2\beta_3 \exp(i\delta_3) + s \cos^2\beta_3], \\ C &= s[\exp(i2\delta_1) - 1] \sin\beta_1 \cos\beta_1 [c \sin\beta_3 \cos\beta_3 [\exp(i\delta_3) - 1] + s \sin^2\beta_3 \exp(i\delta_3) + s \cos^2\beta_3], \\ B &= c \exp\left(i \frac{2\pi\Delta}{\lambda}\right) \sin\beta_2 \cos\beta_2 [\exp(i2\delta_2) - 1] \{c \cos^2\beta_3 \exp(i\delta_3) + c \sin^2\beta_3 + s \sin\beta_3 \cos\beta_3 [\exp(i\delta_3) - 1]\}, \\ D &= s \exp\left(i \frac{2\pi\Delta}{\lambda}\right) \sin\beta_2 \cos\beta_2 [\exp(i2\delta_2) - 1] \{c \cos^2\beta_3 \exp(i\delta_3) + c \sin^2\beta_3 + s \sin\beta_3 \cos\beta_3 [\exp(i\delta_3) - 1]\}. \end{aligned} \quad (11)$$

设一束完全非偏振单色光,入射进入  $P_1$  后的电矢量  $E_{\text{in}}$ , 通过干涉仪后的电矢量为臂 I 和臂 II 的出射光波电矢量的相干叠加,即

$$\begin{aligned} E_{\text{out}} &= M_1 E_{\text{in}} + M_2 E_{\text{in}} \\ &= (M_1 + M_2) E_{\text{in}}. \end{aligned} \quad (12)$$

由(12)式可得,干涉仪系统的 Jones 矩阵为

$J_{\text{QWP}_n}$  为第  $n$  个  $\lambda/4$  波片的 Jones 矩阵,一般表示为<sup>[25]</sup>

$$J_{\text{QWP}_n} = \begin{bmatrix} \exp(i\delta_n) \cos^2\beta_n + \sin^2\beta_n & [\exp(i\delta_n) - 1] \sin\beta_n \cos\beta_n \\ [\exp(i\delta_n) - 1] \sin\beta_n \cos\beta_n & \exp(i\delta_n) \sin^2\beta_n + \cos^2\beta_n \end{bmatrix}, \quad (7)$$

其中  $\beta_n$  和  $\delta_n$  分别为第  $n$  个  $\lambda/4$  波片方位角和相位延迟量,在理想情况下,  $\beta_n = 3\pi/4$ ,  $\delta_n = \pi/2$ ;  $J_{P_2}$  为偏振阵列  $P_2$  的 Jones 矩阵,如图 1 所示,偏振阵列  $P_2$  是由镶嵌于透明基底上的四个偏振态不同的偏振单元组成,应用时置于 CCD 前,相邻两单元之间的偏振方向依次相差  $45^\circ$ ,各偏振单元的琼斯矩阵  $J_{P_2}$  的一般表达式为

$$J_{P_2} = \begin{bmatrix} c^2 & cs \\ cs & s^2 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

其中  $c = \cos\theta_2$ ,  $s = \sin\theta_2$ ,  $\theta_2$  为偏振阵列中任一偏振单元的方位角与  $x$  轴的夹角.

将(5)–(8)式代入(3)和(4)式,计算得到臂 I 和臂 II 的“系统矩阵”分别为

$$\begin{aligned} M_1 &= J_{P_2} J_{\text{QWP3}} J_{\text{PBS2}} J_{\text{QWP1}} J_{\text{QWP1}} J_{\text{PBS1}} \\ &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} M_2 &= J_{P_2} J_{\text{QWP3}} J_R J_{\text{PBS1}} J_{\text{QWP2}} J_{\text{QWP2}} J_{\text{PBS2}} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & B \\ 0 & D \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} S &= M_1 + M_2 \\ &= \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (13)$$

系统在理想状态下,  $\delta_n = \pi/2$ ,  $\beta_n = 3\pi/4$ , 代入(11)和(13)式可得到理想情况下的“系统矩阵”

$$\mathbf{S}_{\text{ideal}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (1-i)c^2 + (1+i)cs & [(1+i)c^2 + (1-i)cs] \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} \Delta\right) \\ (1-i)cs + (1+i)s^2 & [(1+i)cs + (1-i)s^2] \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} \Delta\right) \end{bmatrix}. \quad (14)$$

## 4. 误差分析

### 4.1. 误差来源

对探测结果产生影响的主要的误差来源有以下几个方面:起偏器  $P_1$  的方位角误差、三个  $\lambda/4$  波片的方位角误差和相位延迟量误差、偏振阵列  $P_2$  中各偏振单元的方位角误差、偏振分束器 PBS 的性能误差以及干涉仪基准光程差误差. 偏振分束器 PBS 的性能误差对系统的影响在文献[25]中已有讨论, 而干涉仪基准光程差的误差可以运用对 CCD 上各个像素的基准光程差进行准确标定的方法来消除对探测结果的影响, 因此本文主要讨论系统中起偏器  $P_1$  的方位角误差、三个  $\lambda/4$  波片的方位角误差和相位延迟量误差、偏振阵列  $P_2$  中各偏振单元的方位角误差这三个误差来源对风速和温度探测结果的影响.

### 4.2. 起偏器 $P_1$ 方位角误差对探测结果的影响

设一束初相位为  $0^\circ$  的完全非偏振单色光, 入射进入  $P_1$  后光强为  $I_0$ . 如图 2 所示, 理想情况下  $P_1$  的方位角  $\theta_1 = 3\pi/4$ , 假定  $P_1$  的方位角误差为  $\delta\theta_1$ , 则通过  $P_1$  后光波的 Jones 矢量为

$$\mathbf{E}_{\text{in}} = \sqrt{I_0} \begin{bmatrix} \cos(3\pi/4 + \delta\theta_1) \\ \sin(3\pi/4 + \delta\theta_1) \end{bmatrix}. \quad (15)$$

由(12)–(15)式可得, 系统的出射光强为

$$\begin{aligned} I_{\text{out}} &= \mathbf{E}_{\text{out}}^* \cdot \mathbf{E}_{\text{out}} \\ &= \frac{I_0}{2} \left[ 1 + 2\cos(3\pi/4 + \delta\theta_1) \right. \\ &\quad \left. \times \sin(3\pi/4 + \delta\theta_1) \sin\left(2\theta_2 - \frac{2\pi}{\lambda} \Delta\right) \right], \quad (16) \end{aligned}$$

其中  $\mathbf{E}_{\text{out}}^*$  是  $\mathbf{E}_{\text{out}}$  的共轭矩阵.

已知  $\psi_i$  为偏振阵列中任意偏振片的透光方向与 QWP3 快轴方向的夹角, 则

$$\psi_i = \theta_2 - 3\pi/4. \quad (17)$$

考虑实际谱线具有一定的展宽, 故在(16)式中会引入谱线调制度  $V^{[18]}$ . 此时将(17)式代入(16)式可得

$$I_{\text{out}} = \frac{I_0}{2} \left[ 1 + 2V\cos(2\delta\theta_1) \cos\left(2\psi_i - \frac{2\pi}{\lambda} \Delta\right) \right]. \quad (18)$$

当  $\psi_i$  分别取  $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  和  $135^\circ$  时, 可得到存在误差  $\delta\theta_1$  时的四个强度  $I_1, I_2, I_3$  和  $I_4$ , 计算得到修正后的风速和温度反演公式为

$$\begin{aligned} v_{(\delta\theta_1)} &= \frac{c}{2\pi\Delta \sigma_0} \left[ \arctan\left(\frac{I_4 - I_2}{I_3 - I_1}\right) - 2\pi\Delta \sigma_0 \right], \\ T_{(\delta\theta_1)} &= \frac{\ln V}{-Q\Delta^2} \\ &= \frac{1}{-Q\Delta^2} \ln \left[ \frac{\sqrt{(I_1 - I_3)^2 + (I_2 - I_4)^2}}{I_{0(\delta\theta_1)} \cos(2\delta\theta_1)} \right], \quad (19) \end{aligned}$$

其中  $I_{0(\delta\theta_1)} = I_1 + I_3 = I_2 + I_4$ . 将(19)与(2)式对比可以看出, 起偏器  $P_1$  方位角误差  $\delta\theta_1$  对速度的反演没有影响, 只对温度的反演有影响. 此时仍用原来的温度反演公式, 必然会引入误差

$$\delta T_{(\delta\theta_1)} = \frac{1}{-Q\Delta^2} \ln[\cos(2\delta\theta_1)]. \quad (20)$$

由此可见, 由  $P_1$  方位角误差引入的温度误差与  $\ln[\cos(2\delta\theta_1)]$  成正比. 假定探测目标处在高度为 80—300 km 的热层, 探测的极光谱线服从高斯分布且谱线波长为 630 nm, 并假定其温度为 300 K. 通过计算机模拟, 可得到由起偏器  $P_1$  方位角的误差  $\delta\theta_1$  引起的风场温度探测误差, 结果如图 4 所示. 从图 4 可以看出, 由于误差  $\delta\theta_1$  的存在使得探测温度值大于真实的温度值. 按照 WINDII 的精度要求 (WINDII 要求温度和风速的最大探测误差分别为 25 K 和 10 m/s),  $P_1$  的方位角误差  $\delta\theta_1$  应控制在  $\pm 4^\circ 52'$  之内.

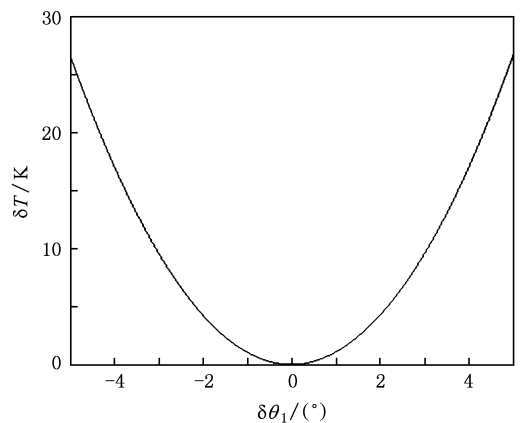


图 4 由  $P_1$  方位角误差  $\delta\theta_1$  引入的温度探测误差  $\delta T$

### 4.3. $\lambda/4$ 波片方位角误差和相位延迟量误差对探测结果的影响

#### 4.3.1. $\lambda/4$ 波片方位角误差的影响

考虑到  $\lambda/4$  波片方位角误差后,  $\beta'_n = 3\pi/4 + \delta\beta_n$ ,  $\delta\beta_n$  为第  $n$  个  $\lambda/4$  波片的方位角误差. 将  $\theta_1 = 3\pi/4$ ,  $\delta_n = \pi/2$  代入(11)和(12)式,并考虑  $V$  后得出射强度为

$$\begin{aligned}
 I_{(\delta\beta_n)} &= \frac{I_0}{4} \cos^2(2\delta\beta_1) [\cos^2(\theta_2 - 2\delta\beta_3) + \sin^2\theta_2] \\
 &+ \frac{I_0}{4} \cos^2(2\delta\beta_2) [\sin^2(\theta_2 - 2\delta\beta_3) + \cos^2\theta_2] \\
 &- \frac{I_0}{4} V \cos(2\delta\beta_1) \cos(2\delta\beta_2) \\
 &\times \exp\left(i \frac{2\pi\Delta}{\lambda}\right) [\sin(2\theta_2 - 2\delta\beta_3) \cos(2\delta\beta_3) \\
 &+ i \cos(2\theta_2 - 2\delta\beta_3)] \\
 &- \frac{I_0}{4} V \cos(2\delta\beta_1) \cos(2\delta\beta_2) \exp\left(-i \frac{2\pi\Delta}{\lambda}\right) \\
 &\times [\sin(2\theta_2 - 2\delta\beta_3) \cos(2\delta\beta_3) \\
 &- i \cos(2\theta_2 - 2\delta\beta_3)]. \quad (21)
 \end{aligned}$$

为了分析方便,对(21)式分以下两种情形进行讨论.

**情形 1** 当只有 QWP1 和 QWP2 存在方位角误差,即  $\delta\beta_3 = 0$ . 在此情形下,(21)式表示为

$$\begin{aligned}
 I_{(\delta\beta_1, \delta\beta_2)} &= \frac{I_0}{4} \cos^2(2\delta\beta_1) - \frac{I_0}{2} V \cos(2\delta\beta_1) \\
 &\times \cos(2\delta\beta_2) \cos\left(\frac{2\pi\Delta}{\lambda} + \frac{\pi}{2} - 2\theta_2\right) \\
 &+ \frac{I_0}{4} \cos^2(2\delta\beta_2). \quad (22)
 \end{aligned}$$

将  $\psi = \theta_2 - 3\pi/4$  代入(22)式,运用四强度法可知,有误差  $\delta\beta_1$  和  $\delta\beta_2$  存在时风速和温度反演公式为

$$\begin{aligned}
 v_{(\delta\beta_1, \delta\beta_2)} &= \frac{c}{2\pi\Delta\sigma_0} \left[ \arctan\left(\frac{I_4 - I_2}{I_3 - I_1}\right) - 2\pi\Delta\sigma_0 \right], \\
 T_{(\delta\beta_1, \delta\beta_2)} &= \frac{\ln V}{-Q\Delta^2} \\
 &= \frac{1}{-Q\Delta^2} \ln \left[ \frac{\sqrt{(I_1 - I_3)^2 + (I_2 - I_4)^2}}{I_0 \cos(2\delta\beta_1) \cos(2\delta\beta_2)} \right]. \quad (23)
 \end{aligned}$$

显然,与(2)式相比可知,  $\delta\beta_1$  和  $\delta\beta_2$  的存在不会引入风速探测误差,只会引入温度探测误差. 仍使用原来的温度反演公式引入的温度探测误差为

$$\delta T_{(\delta\beta_1, \delta\beta_2)} = \frac{1}{-Q\Delta^2} \ln[\cos(2\delta\beta_1) \cos(2\delta\beta_2)]. \quad (24)$$

由此可见,由  $\delta\beta_1$  和  $\delta\beta_2$  引入的温度探测误差与  $\ln[\cos(2\delta\beta_1) \cos(2\delta\beta_2)]$  成正比. 方位角误差  $\delta\beta_1$  和  $\delta\beta_2$  引入的温度探测误差分布如图 5 所示. 计算得出在 25 K 的温度探测精度要求下,两波片的方位角误差不能同时超过  $\pm 3^\circ 25'$ , 显然一般波片都能达到这一要求.

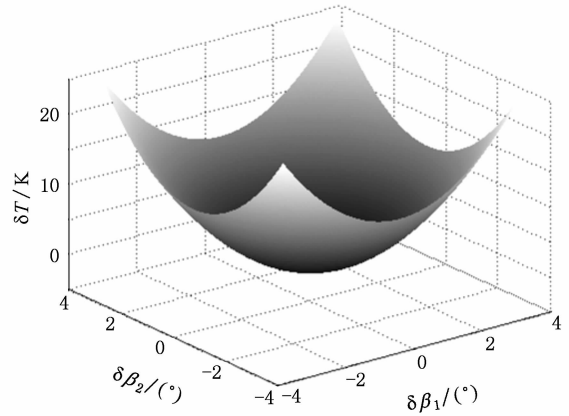


图 5 由方位角误差  $\delta\beta_1, \delta\beta_2$  引入的温度探测误差  $\delta T$  的分布

**情形 2** 当只有 QWP3 存在方位角误差,即  $\delta\beta_1 = 0, \delta\beta_2 = 0$ . 由(21)式得出 QWP3 存在方位角误差  $\delta\beta_3$  时的四个强度,运用计算机模拟得到风速和温度探测误差如图 6 所示. 从图 6 可见,风速和温度探测误差均与  $\delta\beta_3$  近似呈线性关系. 另外,当  $\delta\beta_3$  在

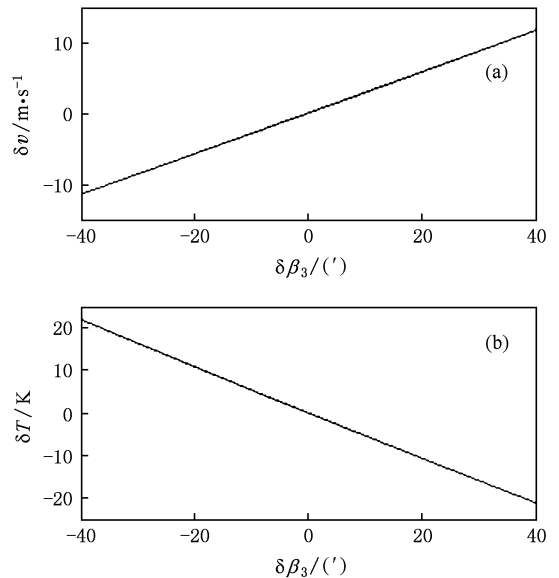


图 6 由 QWP3 方位角误差  $\delta\beta_3$  引入的风速和温度探测误差 (a) 风速探测误差  $\delta v$ , (b) 温度探测误差  $\delta T$

( $-35', 34.4'$ ) 范围内, 可将速度误差限制在  $10 \text{ m/s}$  以下. 同时, 温度误差被限制在  $19 \text{ K}$  以内, 满足系统温度探测精度要求. 因此 QWP3 方位角的偏差  $\delta\beta_3$  应该限制在  $\pm 34.4'$  之间.

综上所述, QWP1 和 QWP2 的方位角误差不会引起风速探测误差, 只会引起温度探测误差; 由 QWP3 的方位角误差引起的风速和温度探测误差均与  $\delta\beta_3$  近似呈线性关系.

$\mathbf{E}_{\text{out}(\chi_1, \chi_2)}$

$$= -\frac{1}{4} \begin{bmatrix} c \left\{ \exp \left[ i2 \left( \frac{\pi}{2} + \chi_1 \right) \right] - 1 \right\} [-c(i-1) + s(i+1)] \\ s \left\{ \exp \left[ i2 \left( \frac{\pi}{2} + \chi_1 \right) \right] - 1 \right\} [-c(i-1) + s(i+1)] \end{bmatrix} \text{cexp} \left( i \frac{2\pi\Delta}{\lambda} \right) \left\{ \exp \left[ i2 \left( \frac{\pi}{2} + \chi_2 \right) \right] - 1 \right\} [c(i+1) - s(i-1)] \right] \\ \text{sexp} \left( i \frac{2\pi\Delta}{\lambda} \right) \left\{ \exp \left[ i2 \left( \frac{\pi}{2} + \chi_2 \right) \right] - 1 \right\} [c(i+1) - s(i-1)] \right] \quad (25)$$

由(25)式可得出射光强  $I_{\text{out}(\chi_1, \chi_2)} = \mathbf{E}_{\text{out}(\chi_1, \chi_2)}^* \cdot \mathbf{E}_{\text{out}(\chi_1, \chi_2)}$ , 运用四强度法可得由相位延迟量误差  $\chi_1$  和  $\chi_2$  (相互独立变化) 引入的风速探测误差  $\delta v$ ,  $|\delta v|$  的分布情况如图 7 所示. 由图 7 可知, 当  $\chi_1 = \chi_2$  时风速探测误差为零. 由(25)式也可以看出此规律, 因为当  $\chi_1 = \chi_2$  时, 可从(25)式中提取公共因子  $\exp \left[ 2i \left( \frac{\pi}{2} + \chi_1 \right) \right] - 1$ , 在运用(2)式进行风速反演时可消去这一公共因子, 实现误差相消. 因此, 在选用两臂波片时, 应该尽量使其相位延迟量误差保持一致.

另外, 由  $\chi_1$  和  $\chi_2$  各自引入的风速探测误差  $\delta v$

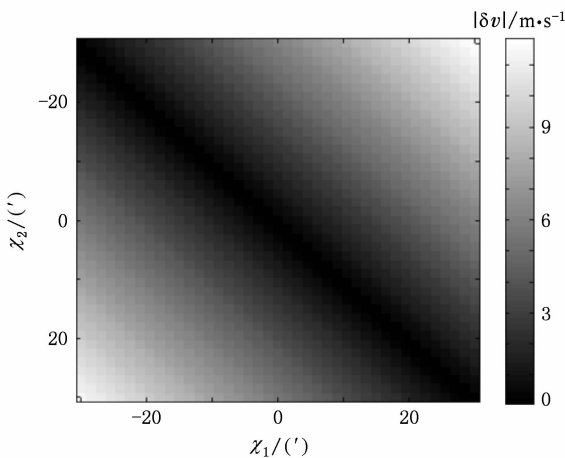


图 7 由 QWP1 和 QWP2 相位延迟量误差  $\chi_1$  和  $\chi_2$  引入的风速探测误差  $|\delta v|$  的分布

#### 4.3.2. $\lambda/4$ 波片相位延迟量误差的影响

考虑到  $\lambda/4$  波片相位延迟量误差后, QWP1, QWP2 和 QWP3 的相位延迟量表示为  $\delta_n = \pi/2 + \chi_n$ , 其中  $\chi_n$  分别为第  $n$  个  $\lambda/4$  波片的相位延迟量误差. 下面为了方便分析  $\lambda/4$  波片相位延迟量误差对探测结果的影响, 也分两种情形进行讨论.

**情形 1** 假定只有 QWP1, QWP2 存在相位延迟量误差. 将  $\beta_n = 3\pi/4, \delta_1 = \pi/2 + \chi_1, \delta_2 = \pi/2 + \chi_2, \delta_3 = \pi/2$  代入(11)和(12)式可得

如图 8 所示. 从图 8 可见, 风速探测误差与  $\chi_1, \chi_2$  都近似呈线性关系, 但比例系数相反. 从数值上可知, 在  $10 \text{ m/s}$  的风速反演精度要求下, 应将  $\chi_1$  和  $\chi_2$  控制在  $\pm 54'$  的范围内.

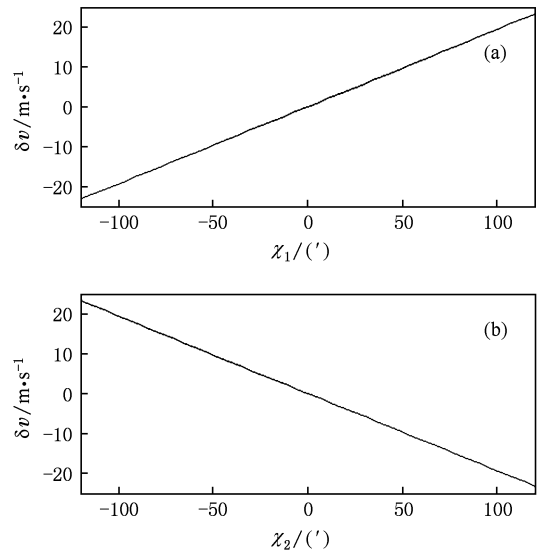


图 8 由相位延迟量误差  $\chi_1$  和  $\chi_2$  引入的风速探测误差  $\delta v$   
(a) 由  $\chi_1$  引入的  $\delta v$ , (b) 由  $\chi_2$  引入的  $\delta v$

由  $\chi_1$  和  $\chi_2$  引入的温度探测误差的分布如图 9 所示. 当  $\chi_1$  和  $\chi_2$  在  $\pm 5^\circ$  的范围内时, 温度探测误差保持在  $10^{-3}$  数量级上, 故可忽略两臂波片相位延迟量误差对温度反演带来的影响.

**情形 2** 假定只有 QWP3 存在相位延迟量误差.

将  $\beta_n = 3\pi/4, \delta_1 = \pi/2, \delta_2 = \pi/2, \delta_3 = \pi/2 + \chi_3$  代入(11), (12)式得

$$E_{out(\chi_3)} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} c \left\{ -c \exp \left[ i \left( \frac{\pi}{2} + \chi_3 \right) \right] + s \exp \left[ i \left( \frac{\pi}{2} + \chi_3 \right) \right] + s + c \right\} \\ s \left\{ -c \exp \left[ i \left( \frac{\pi}{2} + \chi_3 \right) \right] + s \exp \left[ i \left( \frac{\pi}{2} + \chi_3 \right) \right] + s + c \right\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c \exp \left( i \frac{2\pi\Delta}{\lambda} \right) \left\{ c \exp \left[ i \left( \frac{\pi}{2} + \chi_3 \right) \right] - s \exp \left[ i \left( \frac{\pi}{2} + \chi_3 \right) \right] + s + c \right\} \\ s \exp \left( i \frac{2\pi\Delta}{\lambda} \right) \left\{ c \exp \left[ i \left( \frac{\pi}{2} + \chi_3 \right) \right] - s \exp \left[ i \left( \frac{\pi}{2} + \chi_3 \right) \right] + s + c \right\} \end{bmatrix} \quad (26)$$

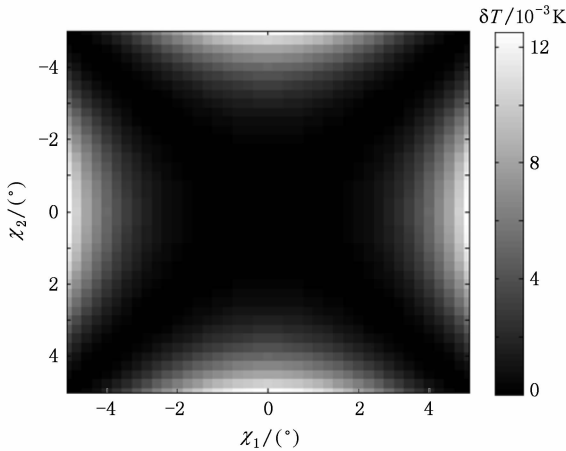


图9 由相位延迟量误差  $\chi_1$  和  $\chi_2$  共同作用引入的温度探测误差  $\delta T$  的分布

运用四强度法得到  $\chi_3$  引入的风速和温度探测误差如图10所示.由图10可见,  $\chi_3$  在  $\pm 10^\circ$  的范围内,引入的风速误差小于  $1 \text{ m/s}$ , 温度误差小于  $0.3 \text{ K}$ , 而一般的波片相位延迟量误差仅为  $\pm 1.2^\circ$ . 因此, 完全可以忽略 QWP3 相位延迟量误差引入的风速和温度探测误差.

综上所述可知, QWP1 和 QWP2 的相位延迟量误差对温度探测结果没有影响, 只对风速探测结果有影响, 其引入风速误差值的正负号相反, 当两者的相位延迟量误差相同时可实现误差相消; 波片 QWP3 的相位延迟量只要满足一般的精度要求, 对风速和温度探测结果的影响就可以忽略不计.

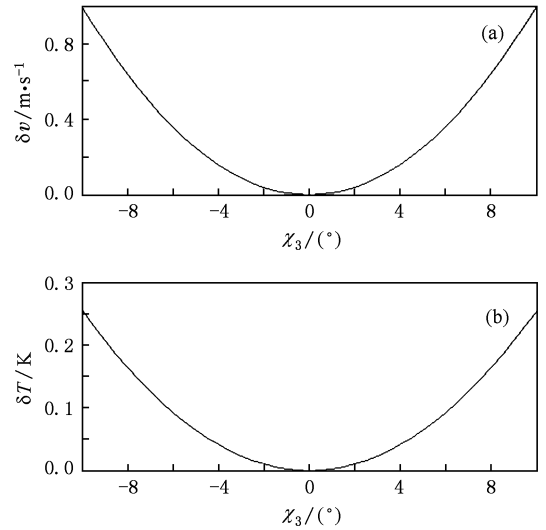


图10 由相位延迟量误差  $\chi_3$  引入的风速和温度探测误差 (a) 风速探测误差  $\delta v$ , (b) 温度探测误差  $\delta T$

#### 4.4. 偏振阵列各偏振单元的方位角误差对探测结果的影响

假定当偏振阵列  $P_2$  中各偏振单元引入方位角误差后, (1)式中的  $\psi_i$  可表示为  $\psi_i = (i-1)\pi/4 + \delta\psi_i$ , 其中  $\delta\psi_i$  表示偏振阵列中第  $i$  个偏振单元的方位角误差. 将  $\psi_i$  代入(18)式, 并取  $\delta\theta_i = 0$ , 得到光强

$$I_{(\delta\psi_i)} = \frac{1}{2} I_0 \left\{ 1 + V \cos \left[ \frac{2\pi\Delta}{\lambda} - 2(i-1) \frac{\pi}{4} - \delta\psi_i \right] \right\}. \quad (27)$$

经过偏振阵列后得到四个强度  $I_1, I_2, I_3$  和  $I_4$ , 经计算可得

$$\tan\varphi' = \tan\left(\frac{2\pi\Delta}{\lambda}\right) = \frac{-[\sin(2\delta\psi_4) + \sin(2\delta\psi_2)] - \frac{I_4 - I_2}{I_3 - I_1} [\cos(2\delta\psi_1) + \cos(2\delta\psi_3)]}{\frac{I_4 - I_2}{I_3 - I_1} [\sin(2\delta\psi_3) + \sin(2\delta\psi_1)] - [\cos(2\delta\psi_4) + \cos(2\delta\psi_2)]}, \quad (28)$$

$$V = \frac{2I_2 - I_0}{\sin\left(\frac{2\pi\Delta}{\lambda} - 2\delta\psi_2\right)}.$$

因此,由偏振阵列中各偏振单元的方位角误差  $\delta\psi_i$  引入的风速探测误差为

$$\delta v = \frac{c}{2\pi\Delta\sigma_0}(\varphi' - \varphi), \quad (29)$$

其中  $\varphi = \arctan[(I_4 - I_2)/(I_3 - I_1)]$ .

由各偏振单元方位角误差引入的风速探测误差如图 11 所示,其变化趋势都近似呈线性关系.

$\delta\psi_1$  和  $\delta\psi_3$  在  $\pm 1^\circ$  的范围内引入的风速误差小于  $\pm 0.3 \text{ m/s}$ , 远远小于  $\delta\psi_2$  和  $\delta\psi_4$  引入的风速探测误差,故可以忽略偏振单元 1 和 3 的方位角误差对风速探测结果的影响,而偏振单元 2 和 4 的方位角误差应该重点考虑. 图 12 为  $\delta\psi_2$  和  $\delta\psi_4$  在  $\pm 26'$  范围内(两者独立变化)引起的风速探测误差  $|\delta v|$  的分

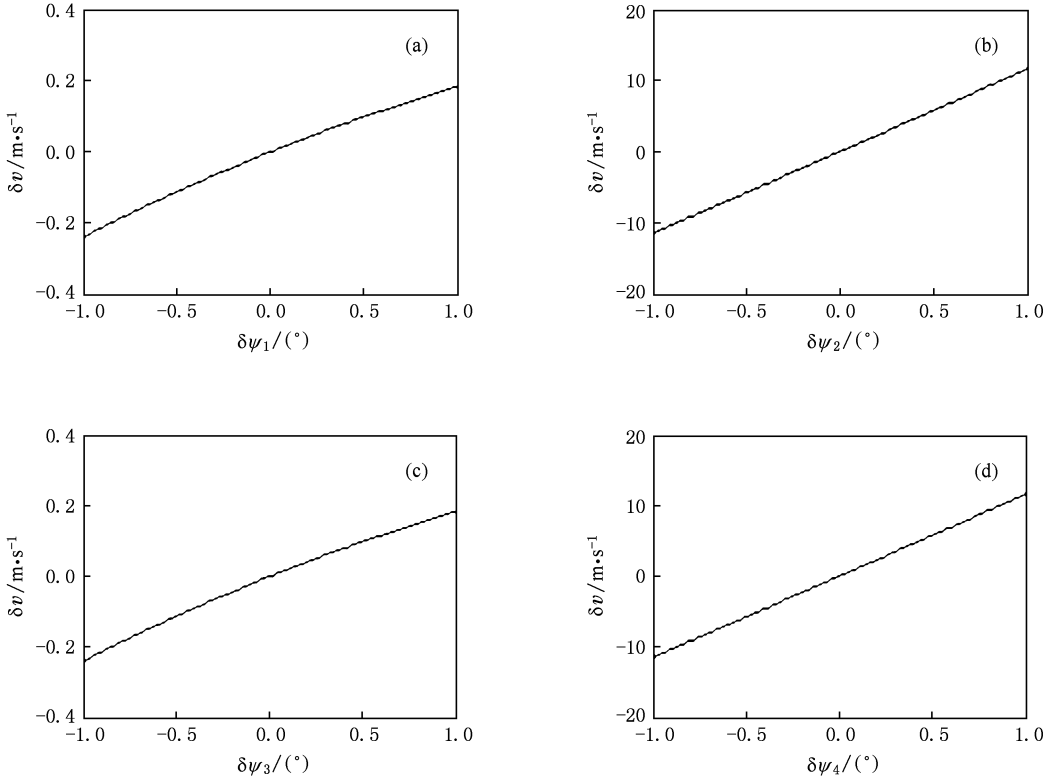


图 11 由四个偏振单元的方位角误差引入的风速探测误差  $\delta v$  (a)由偏振单元 1 的方位角误差  $\delta\psi_1$  引入,(b)由偏振单元 2 的方位角误差  $\delta\psi_2$  引入,(c)由偏振单元 3 的方位角误差  $\delta\psi_3$  引入,(d)由偏振单元 4 的方位角误差  $\delta\psi_4$  引入

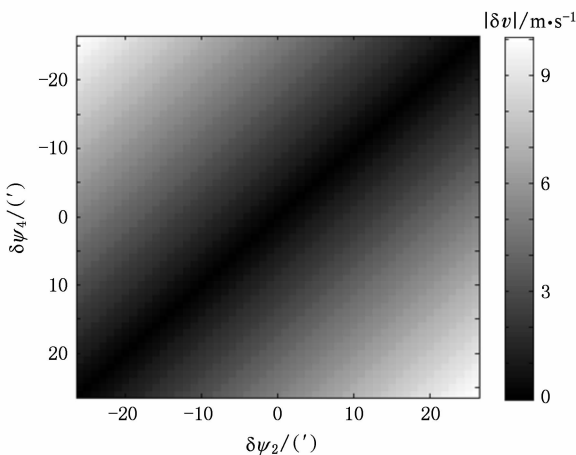


图 12 由偏振单元 2 和 4 的方位角误差  $\delta\psi_2$  和  $\delta\psi_4$  引入的风速探测误差  $|\delta v|$  的分布

布,当  $|\delta\psi_2|$  和  $|\delta\psi_4|$  同时不超过  $26'$  时可将  $|\delta v|$  控制在  $10 \text{ m/s}$ . 另外,当  $\delta\psi_2 = -\delta\psi_4$  时可实现误差相消. 从(28)式中也可以看到这种趋势.

由(28)式中的调制度  $V$  的表达式同样可以得到由各偏振单元方位角误差引入的温度探测误差  $\delta T$ , 结果如图 13 所示. 从图 13 可以看出,在  $\pm 1^\circ$  范围内温度探测误差都可控制在  $5 \text{ K}$  以内. 图 14 给出了在  $\delta\psi_2$  和  $\delta\psi_4$  都为  $26'$  时,  $\delta\psi_1$  和  $\delta\psi_3$  独立变化引起的温度探测误差分布,当  $|\delta\psi_1|$  和  $|\delta\psi_3|$  同时都不超过  $2^\circ 25'$  时,可将温度误差控制在  $25 \text{ K}$  以内.

综合考虑对风速和温度探测结果的影响,要求我们在加工和装配时,应尽量将偏振阵列中偏振单元 2 和 4 的方位角误差限制在  $\pm 26'$  以内,或尽量使两者互为相反数,而偏振单元 1 和 3 的方位角误差



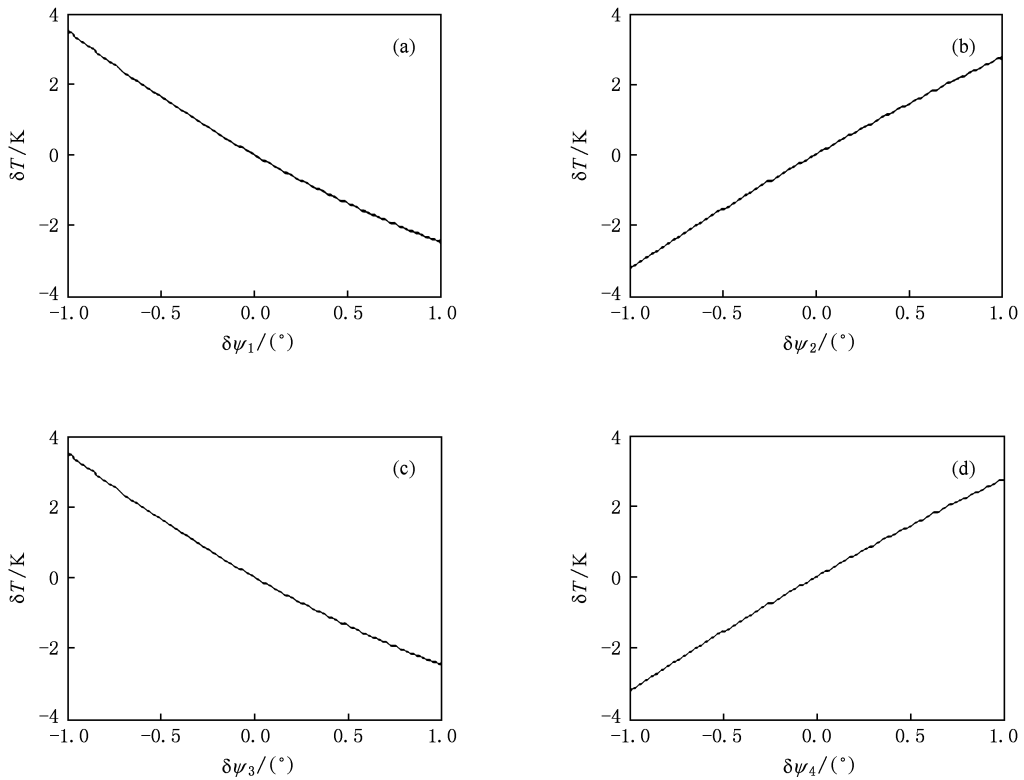


图 13 由四个偏振单元的方位角误差引入的温度探测误差  $\delta T$  (a)由偏振单元 1 的方位角误差  $\delta\psi_1$  引入,(b)由偏振单元 2 的方位角误差  $\delta\psi_2$  引入,(c)由偏振单元 3 的方位角误差  $\delta\psi_3$  引入,(d)由偏振单元 4 的方位角误差  $\delta\psi_4$  引入

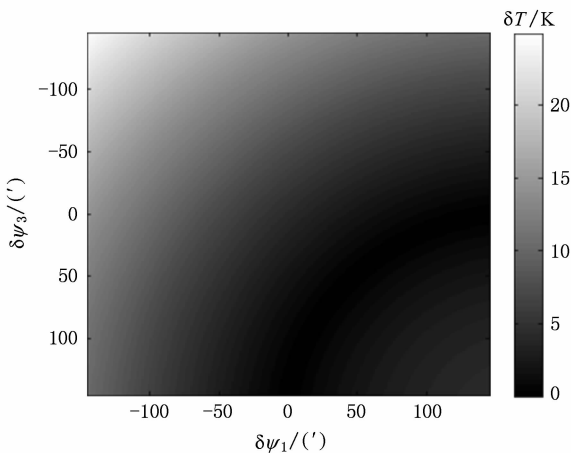


图 14 由偏振单元 1 和 3 的方位角误差  $\delta\psi_1$  和  $\delta\psi_3$  引入的温度探测误差  $\delta T$  的分布

$|\delta\psi_1|$  和  $|\delta\psi_3|$  不能同时超过  $2^\circ 25'$ 。

以上详细讨论了三个重要误差源引起的理论探测结果误差,并按照 WINDII 的探测精度要求给出相应的误差容限。经对比可知,系统对于偏振阵列的性能要求是最为苛刻的,因此在提高加工与装

配精度的同时,更需要在算法上做进一步的探索以尽可能地消除误差<sup>[26]</sup>。

## 5. 结 论

采用 Jones 矩阵方法推导了新型静态偏振风成像干涉仪系统的“系统矩阵”。结合四强度法分析与计算了系统中各偏振器件重要参数在非理想情况下对探测结果的影响,并参照 WINDII 的探测精度要求给出了各偏振器件重要参数的误差容限。研究表明:(1)起偏器  $P_1$  方位角误差只对温度的探测有影响。(2)  $\lambda/4$  波片 QWP1 和 QWP2 的方位角误差只对温度探测结果有影响;QWP3 的方位角误差引入的风速和温度探测误差均与  $\delta\beta_3$  近似呈线性关系。(3) QWP1 和 QWP2 的相位延迟量误差只对风速探测结果有影响,当两延迟量误差相同时可消除风速探测误差;QWP3 在一般的精度要求下,其相位延迟量误差对风速和温度探测结果的影响可以忽略不计。(4)与偏振阵列中偏振单元 2 和 4 方位角误差引入的风速误差相比,偏振单元 1 和 3 的方位

角引入的风速探测误差可以忽略不计(在  $\pm 1^\circ$  方位角的误差范围内).

本文的研究虽然只针对新型静态偏振风成像干涉

仪,但该误差分析方法对于其他偏振系统同样具有一定的适用性. 该研究为新型静态偏振风成像干涉仪的研制、仪器定标及后期数据处理提供了理论依据.

- [1] Zhang C M, He J 2006 *Opt. Express* **14** 12561
- [2] Zhang C M, Zhao B C, Xiangli B 2004 *Appl. Opt.* **43** 6090
- [3] Zhang C M, Zhao B C, Xiangli B, Li Y C 2006 *Optik* **117** 265
- [4] Zhang C M, Xiangli B, Zhao B C 2004 *J. Opt. A* **6** 815
- [5] Zhang C M, Zhao B C, Xiangli B 2003 *Opt. Commun.* **227** 221
- [6] Zhang C M, Xiangli B, Zhao B C 2002 *Opt. Commun.* **203** 21
- [7] Zhang C M, Xiangli B, Zhao B C 2000 *Proc. SPIE* **4087** 957
- [8] Zhang C M, Zhao B C, Yuan Y, He J 2006 *Proc. SPIE* **6032** 60320
- [9] Zhang C M, Zhao B C, Yuan Z L, Huang W J 2009 *J. Opt. A* **11** 085401
- [10] Ren W Y, Zhang C M, Mu T K 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 084209
- [11] Wu L, Zhang C M, Zhao B C 2007 *Opt. Commun.* **273** 67
- [12] He J, Zhang C M, Zhang Q G 2007 *Spectros. Spec. Anal.* **27** 423 (in Chinese) [贺 健、张淳民、张庆国 2007 光谱学与光谱分析 **27** 423]
- [13] Ye J Y, Zhang C M, Zhao B C 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 67 (in Chinese) [叶健勇、张淳民、赵葆常 2008 物理学报 **57** 67]
- [14] Bu Z C, Zhang C M, Zhao B C, Zhu H C 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2415 (in Chinese) [步志超、张淳民、赵葆常、朱化春 2009 物理学报 **58** 2415]
- [15] Shepherd G G, Gault W A, Miller D W, Pasturczyk Z, Johnston S F, Kosteniuk P R, Haslett J W, Kendall D J W, Wimperis J R 1985 *Appl. Opt.* **24** 1571
- [16] Shepherd G G, Thullier G, Gault W A, Solheim B H, Hersom C, Alunni J M, Brun J F, Charlot P, Cogger L L, Desaulniers D L, Evans W F J, Gattinger R L, Girod F, Harvie D, Hum R H, Kendall D J W, Llewellyn E J, Lowe R P, Ohrt J, Pasternak F, Peillet O, Powell I, Rochon Y, Ward W E, Wiens R H, Wimperis J 1993 *J. Geophys. Res.* **98** 10725
- [17] Gault W A, Brown S, Moise A, Liang D, Sellar G, Shepherd G G 1996 *Appl. Opt.* **35** 2913
- [18] Gault W A, Shepherd G G 1983 *Adv. Space Res.* **2** 111
- [19] Shepherd G G 1996 *Appl. Opt.* **35** 2764
- [20] Rahnama P, Rochon Y J, McDade I C, Shepherd G G, Gault W A, Scott A 2006 *J. Atmos. Ocean. Techn.* **23** 753
- [21] Bird J C, Liang F C, Solheim B H, Shepherd G G 1995 *Meas. Sci. Technol.* **6** 1368
- [22] Wang L, Zhao B C, Zhang C M 2008 *Acta Opt. Sin.* **28** 700 (in Chinese) [汪 丽、赵葆常、张淳民 2008 光学学报 **28** 700]
- [23] Kothiyal M P, Delisle C 1986 *Opt. Acta* **33** 787
- [24] Liao Y B 2003 *Polarization Optics* (Beijing: Science Press) p57 (in Chinese) [廖延彪 2003 偏振光学 (北京:科学出版社)第 57 页]
- [25] Title A M, Ramsey H E 1980 *Appl. Opt.* **19** 2046
- [26] Xu X F, Cai L Z, Meng F X, Dong G Y, Shen X X 2006 *Opt. Lett.* **31** 1966

# The theoretical measurement error of a novel static polarization wind imaging interferometer<sup>\*</sup>

Liu Ning Zhang Chun-Min<sup>†</sup> Wang Jin-Chan Mu Ting-Kui

(*Key Laboratory for Non-equilibrium Condensed Matter and Quantum Engineering of Ministry of Education, School of Science, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China*)

(Received 6 August 2009; revised manuscript received 3 December 2009)

## Abstract

The principle of a novel static polarization wind imaging interferometer is described, and the Jones matrix of the system is derived in general case. The theoretical measurement errors of the wind and temperature, introduced by some important parameter errors of all the polarization components in the system, is calculated and analyzed by computer simulation. The tolerances of the parameters are proposed according to accuracy of the system. The study provides a theoretical basis and practical guidance for the development, calibration and data post-processing of the novel static polarization wind imaging interferometer.

**Keywords:** static polarization wind imaging interferometer, Jones matrix, azimuthal angle error, phase retardation error

**PACC:** 9410D, 9410S, 4225J

---

<sup>\*</sup> Project supported by the Key Program of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 40537031), the National High Technology Research and Development Program of China (Grant No. 2006AA12Z152), the National Defense Basic Scientific Research Program of China (Grant No. A1420080187), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 40875013, 40375010, 60278019) and the Science and Technology Key Program of Shaanxi Province, China (Grant Nos. 2001K06-G12, 2005K04-G18).

<sup>†</sup> E-mail: zcm@mail.xjtu.edu.cn