

随机噪声对经验模态分解非线性信号的影响*

杨永锋^{1)†} 吴亚锋²⁾ 任兴民¹⁾ 裘焱²⁾

1) (西北工业大学振动工程研究所, 西安 710072)

2) (西北工业大学动力与能源学院, 西安 710072)

(2009 年 9 月 21 日收到; 2009 年 12 月 1 日收到修改稿)

采用 Monte-Carlo 随机模拟方法来研究外部噪声对经验模态分解非线性信号的影响. 结果表明: 噪声对低阶特征模态函数 (IMF) 影响较为明显, 对高阶 IMF 影响较小; 白噪声强度系数越大, 分解出的 IMF 纯噪声分量阶数越多; 用含噪声信号减去经验模态分解后的主要 IMF 噪声分量, 可较为明显地削弱噪声的影响; 含噪声响应的最大 Lyapunov 指数比不含噪声响应的最大 Lyapunov 指数小

关键词: 经验模态分解, 非线性, 噪声, 最大 Lyapunov 指数

PACC: 0545

1. 引 言

1998 年, 美国华裔工程师 Huang 等^[1] 经过深入分析和认真总结, 提出了 Hilbert-Huang 变换 (HHT). HHT 由经验模态分解 (EMD) 和 Hilbert 变换两部分组成, 其基本思想是将原始信号经 EMD 成一系列称为特征模态函数 (IMF), 然后对每个 IMF 计算其瞬时频率及瞬时幅值, 获得信号的时-频谱——Hilbert 谱. EMD 可对信号进行自适应分解, 不仅适用于平稳信号也适用于非平稳信号. 与其他信号处理方法相比, EMD 方法具有直观、直接、后验以及自适应等特点, 其分解所用的基源于原始信号^[2].

文献[1]提出的 IMF 应满足以下两个条件:(1) 整个时间历程内, 穿越零点的次数与极值点数相等或至多相差 1; (2) 信号上任意一点, 由局部极大值定义的上包络线和由局部极小值定义的下包络线的均值为零, 即信号关于时间轴局部对称. 在上述两个限制条件中, 第一个条件类似于传统的平稳高斯过程的窄带要求, 第二个条件是文献[1]提出的一个新的限制条件, 它将传统的全局条件修改为局部条件. 对于第二个条件, Huang 等^[1] 认为是一种对信号实现可操作的必要近似, 而且将一个信号分解

为 IMF 分量的方法也是一种物理方法. 正因为如此, 并非在所有情况下满足这两个条件的 IMF 进行 Hilbert 变换时都能给出完美的瞬时频率, 但是文献[1]验证了即使在最坏的情况下, 对 IMF 进行 Hilbert 变换所定义的瞬时频率也能够与所研究系统的物理机制相一致.

随机噪声的影响在机械设备运行过程中是客观存在的, 如地壳运动比较活跃时地震带上的发电机组^[3]、航行中的远洋轮船上的动力机组^[4] 等都会受到随机噪声的影响. 因此, 研究随机噪声对 EMD 的影响有着重要的工程意义. 用 Monte-Carlo 随机模拟方法来研究实际工程中受随机噪声影响的工程结构或机械装置的随机响应问题, 一般采用功率谱算法来构造系统随机噪声 (或随机激励) 的样本. 这种算法最早由 Shinozuka^[5,6] 在 20 世纪 70 年代初提出, 通过不断的改进, 不但可以模拟平稳随机激励, 而且也能模拟非平稳随机激励, 如土木工程中较为常见的地震载荷、风载荷等. 本文将用功率谱算法来模拟外部随机噪声影响. 白噪声过程 $\sigma\xi(t)$ 表示为

$$\sigma\xi(t) = 2 \sqrt{\frac{S\omega_0}{N}} \sum_{k=1}^N \cos\left[k \frac{\omega_0}{N}t + \theta_k\right], \quad (1)$$

式中 N 为一较大的整数, ω_0 为模拟白噪声过程所取

* 国家自然科学基金 (批准号: 10902084)、中国博士后科学基金 (批准号: 200902605) 和西北工业大学基础研究基金 (批准号: JC200937) 资助的课题.

† E-mail: yyfnpu@hotmail.com

的截止频率, θ_k 为在 $[0, 2\pi]$ 上均匀分布的独立同分布随机相角, $S = 1$ 表示白噪声过程 $\xi(t)$ 的功率谱, σ 为白噪声强度系数^[7]. 文献[5, 6]指出, 当 $N \rightarrow \infty$ 时, 由(1)式可模拟得到一个各态历经的白噪声过程. 在本文的数值模拟中, 取 $N = 500$, 截止频率 $\omega_0 = 25$, 白噪声直接加在系统响应上, 即所分析含噪声信号为 $x + \sigma\xi(t)$, 其中 x 为 Duffing 系统或 Lorenz 系统无噪声响应.

2. 随机噪声对非线性响应 EMD 的影响

2.1. Duffing 系统

研究具有负线性刚度的 Duffing 方程^[8]

$$\ddot{x} + c\dot{x} - x + x^3 = f\cos\omega t. \quad (2)$$

选取参数 $c = 0.3, \omega = 1.2, f = 0.31$, 采用 Newmark- β 法积分, 积分步长为 0.01, 积分初值为零. 图 1 为 Duffing 系统响应及其含噪声响应的 EMD, 其中 x 为 Duffing 系统响应, x_1 和 x_2 分别为 $\sigma = 0.001$ 和 $\sigma = 0.01$ 时的含噪声响应. 从图 1 可以发现, 噪声对低阶 IMF 影响较为明显, 对高阶 IMF 影响较小. 对比图 1(b) 和 (c) 可以看出, 白噪声强度系数越大, 分解出的 IMF 纯噪声分量(噪声绝对占优)阶数越多($\sigma = 0.001$ 和 $\sigma = 0.01$ 分别对应噪声的最大幅值约为原信号的 1% 和 10%). 因此, 对于混有噪声的非线性信号, 可以用 EMD 将噪声的主要影响去掉.

2.2. Lorenz 系统

无量纲 Lorenz 方程为^[9,10]

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a(y - x), \\ \dot{y} &= cx - xz - y, \\ \dot{z} &= xy - bz. \end{aligned} \quad (3)$$

选取参数 $a = 16, b = 4, c = 45.92$, 采用四阶 Runge-Kutta 算法对(3)式求积分, 积分步长为 0.01, 积分初值为 $[-1, 0, 1]$. 图 2 为 Lorenz 系统 x 分量响应及其含噪声响应的 EMD, 其中 x 为 Lorenz 系统响应, x_1 和 x_2 分别为 $\sigma = 0.01$ 和 $\sigma = 0.1$ 时的含噪声响应. 从图 2 可以看出: 当白噪声强度系数 $\sigma = 0.01$ (噪声的最大幅值约为原信号的 1%) 时, 仅第一阶 IMF 为较明显的噪声分量; 而当 $\sigma = 0.1$ (噪声的最大幅值约为原信号的 10%) 时, 一阶和二阶

IMF 为较明显的噪声分量.

3. 噪声对非线性特征的影响

3.1. Duffing 系统

对于 Duffing 系统, 所选取的参数、积分方法、积分步长和积分初值都与上述随机噪声时选取相同. 表 1 和表 2 分别列出了 $\sigma = 0.001$ 和 $\sigma = 0.01$ 时计算最大 Lyapunov 指数 λ_1 的参数, 其中 τ 为延迟时间, m 为嵌入维数, P 为平均周期. 对比表 1 和表 2 可以发现, 当噪声较大时, 系统的最大 Lyapunov 指数会出现较为明显的减小, 且噪声会明显影响系统响应的吸引子形状. 图 3 和图 4 所示分别为 $\sigma = 0.001$ 和 $\sigma = 0.01$ 时 Duffing 系统响应轨迹. 从图 3 和图 4 可以看出: 用含噪声信号减去 EMD 后的主要噪声 IMF 分量, 可较为明显地削弱噪声的影响. 当 $\sigma = 0.01$ 时, 由于噪声较大, 系统响应的轨迹明显变形, 而减去其主要噪声分量 IMF1 和 IMF2 后, 噪声的影响明显减弱.

表 1 $\sigma = 0.001$ 时 Duffing 系统及相关 IMF 的最大 Lyapunov 指数计算参数

	τ	m	P	λ_1
不含噪 Duffing 响应	25	9	213	0.6753
含噪 Duffing 响应	22	7	213	0.5706
含噪 Duffing 响应 - IMF1	23	6	233	0.5699
IMF1	2	8	9	-0.0246
IMF2	22	7	110	0.1720
IMF3	31	5	189	-0.0410

表 2 $\sigma = 0.01$ 时 Duffing 系统及相关 IMF 的最大 Lyapunov 指数计算参数

	τ	m	P	λ_1
含噪 Duffing 响应	26	9	218	0.3764
含噪 Duffing 响应 - IMF1 - IMF2	23	8	244	0.5248
IMF1	2	9	10	-0.0084
IMF2	4	7	23	-0.0392
IMF3	8	1	91	-0.0232

3.2. Lorenz 系统

对于 Lorenz 系统, 所选取的参数、积分方法、积分步长和积分初值都与上述随机噪声时选取相同.

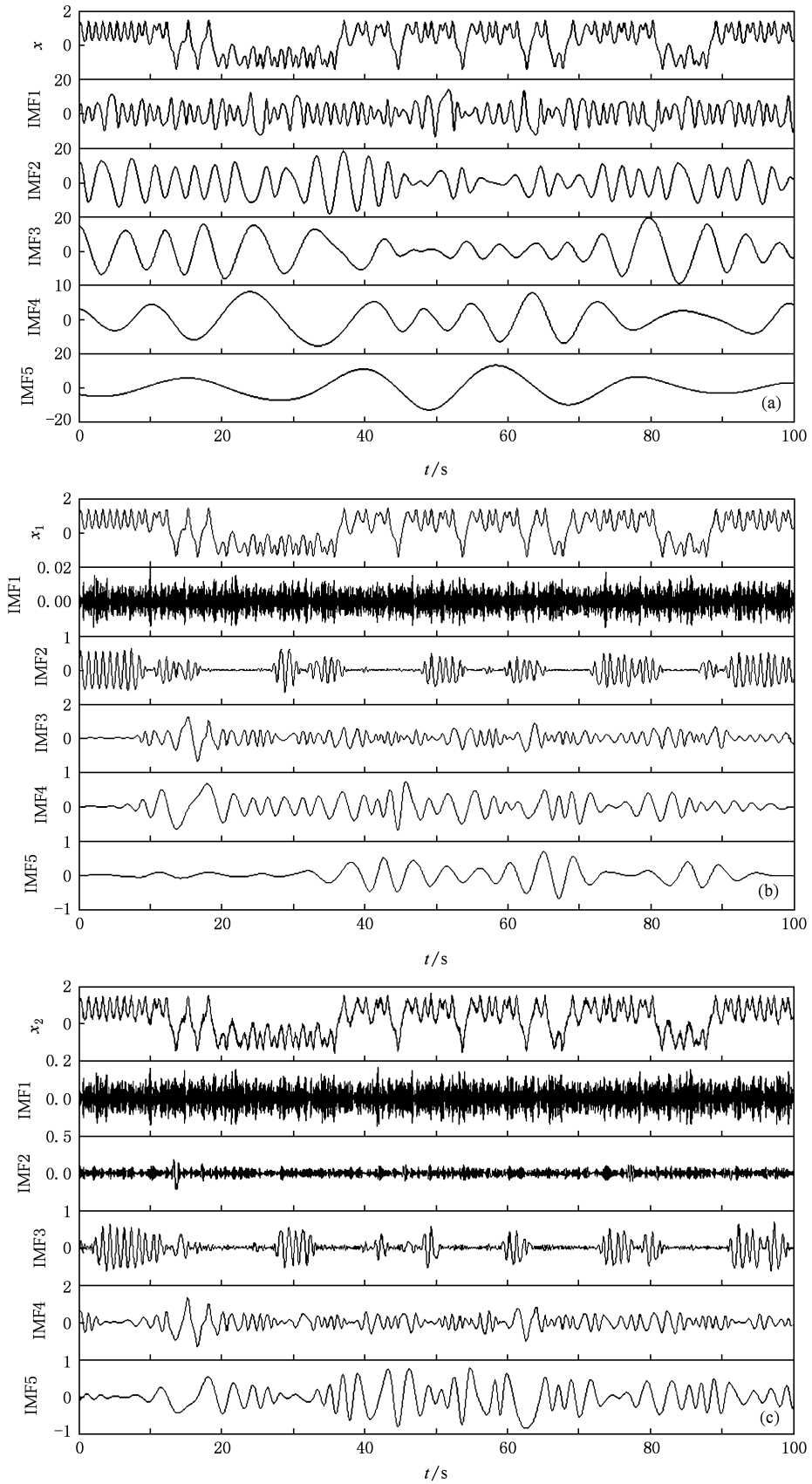


图 1 Duffing 系统响应 EMD (a) 原信号, (b) $\sigma = 0.001$, (c) $\sigma = 0.01$

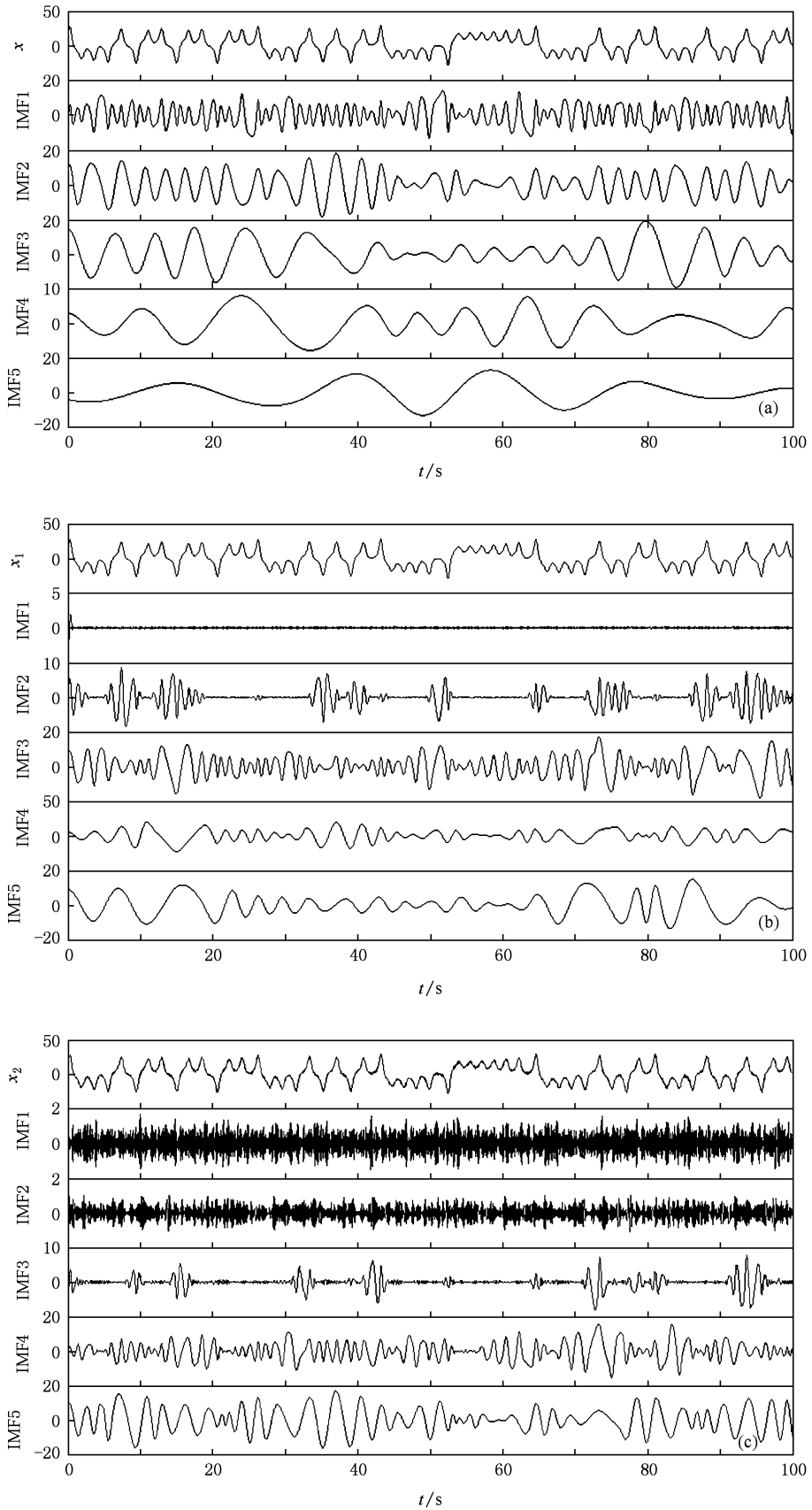


图2 Lorenz 系统 x 分量 EMD (a)原信号, (b) $\sigma = 0.01$, (c) $\sigma = 0.1$

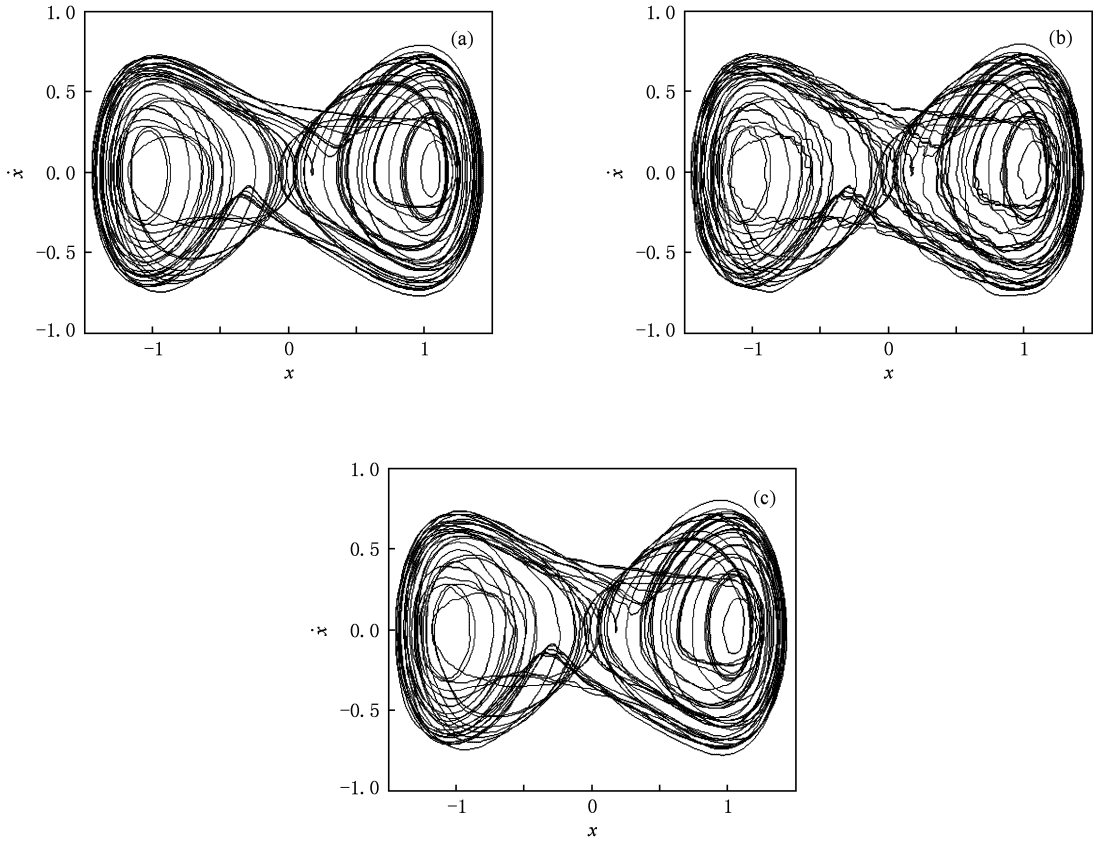


图 3 $\sigma = 0.001$ 时 Duffing 系统响应轨迹 (a) Duffing 系统响应, (b) 含噪声 Duffing 系统响应, (c) 去除 IMF1 后的含噪声响应

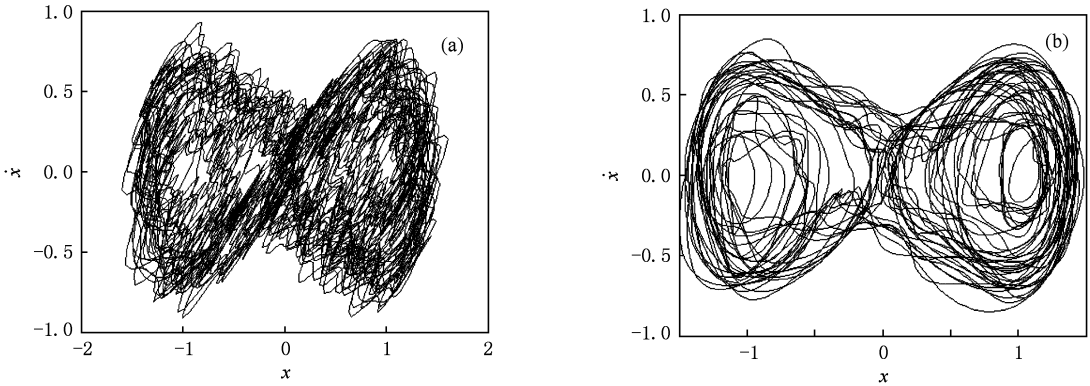


图 4 $\sigma = 0.01$ 时 Duffing 系统响应轨迹 (a) 含噪声 Duffing 系统响应, (b) 去除 IMF1 和 IMF2 后的含噪声响应

表 3 $\sigma = 0.01$ 时 Lorenz 系统 x 分量及相关 IMF 的最大 Lyapunov 指数计算参数

	τ	m	P	λ_1
x	39	6	235.5	1.5156
含噪 x	40	4	235	1.3023
含噪 $x - \text{IMF1}$	40	4	275	1.4713
IMF1	2	1	10	0.0038
IMF2	20	1	125	0.4073

表 4 $\sigma = 0.1$ 时 Lorenz 系统 x 分量及相关 IMF 的最大 Lyapunov 指数计算参数

	τ	m	P	λ_1
含噪 x	38	8	234	1.1837
含噪 $x - \text{IMF1} - \text{IMF2}$	37	6	275	1.4940
IMF1	2	9	9	0.0158
IMF2	4	7	17	-0.0887
IMF3	8	1	87	-0.0413

表 3 和表 4 分别列出了 $\sigma = 0.01$ 和 $\sigma = 0.1$ 时计算最大 Lyapunov 指数 λ_1 的参数. 对比表 3 和表 4 可以发现, 含噪声响应的最大 Lyapunov 指数较不含噪声响应小; 当含噪声响应去其主要噪声分量后, 系统的最大 Lyapunov 指数会变大, 但仍较不含噪声响应小(文献 [9] 给出不含噪声最大 Lyapunov 指数为

1.5); 响应的主要 IMF 分量因仍有噪声的影响, 其最大 Lyapunov 指数的变化无规律可言. 图 5 和图 6 所示分别为 $\sigma = 0.01$ 和 $\sigma = 0.1$ 时 Lorenz 系统轨迹. 从图 5 和图 6 可以看出, 含噪声响应去其主要噪声分量后, 其轨迹图出现较为明显的恢复. 使用此方法通常可消除 80% 左右的噪声影响.

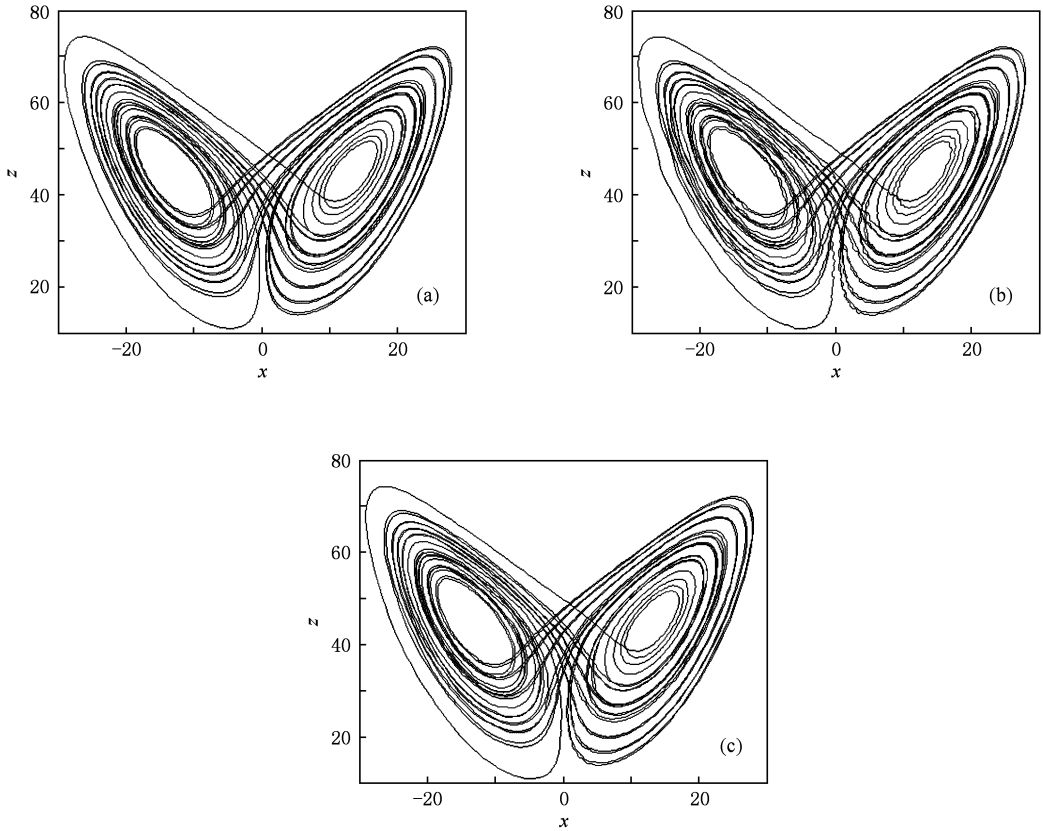


图 5 $\sigma = 0.01$ 时 Lorenz 系统 x 分量轨迹 (a) Lorenz 系统响应, (b) 含噪声响应, (c) 去除 IMF1 后的含噪声响应

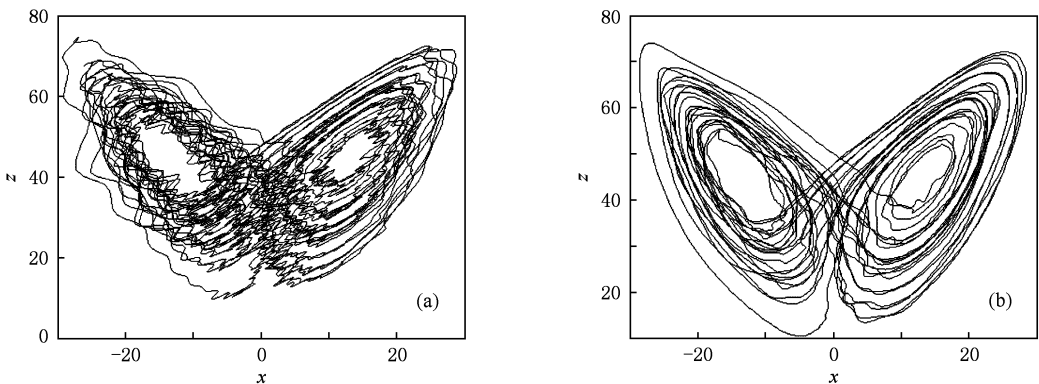


图 6 $\sigma = 0.1$ 时 Lorenz 系统 x 分量轨迹 (a) 含噪声响应, (b) 去除 IMF1 和 IMF2 后的含噪声响应

4. 结 论

本文研究了随机噪声对 EMD 及其非线性特征的影响. 通过分析其 IMF 分量、相关分量的最大 Lyapunov 指数和轨迹表明: 噪声对低阶 IMF 影响较为明显, 对高阶 IMF 影响较小; 白噪声强度系数越大, 分解出的 IMF 纯噪声分量阶数越多; 用含噪声信号减

去 EMD 后的主要噪声分量, 可较为明显地削弱噪声的影响; 对比含噪声响应和不含噪声响应的最大 Lyapunov 指数, 发现含噪声响应的最大 Lyapunov 指数较小; 当噪声较大时, 系统的最大 Lyapunov 指数会出现较为明显的减小, 且噪声会明显影响系统响应的吸引子形状; 当含噪声响应去其主要噪声分量后, 系统的最大 Lyapunov 指数一般会变大, 但仍比不含噪声响应的最大 Lyapunov 指数小.

- [1] Huang N E, Shen Z, Long S R 1998 *Proc. Roy. Soc. A* **454** 903
- [2] Yang Y F, Ren X M, Qin W Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6139 (in Chinese) [杨永锋、任兴民、秦卫阳 2008 物理学报 **57** 6139]
- [3] Bulian G, Francescutto A, Umeda N, Hashimoto H 2008 *Ocean Eng.* **35** 1661
- [4] Zhao Y, Lin J H, Cao J H 2002 *Chin. J. Comput. Mech.* **19** 7 (in Chinese) [赵 岩、林家浩、曹建华 2002 计算力学学报 **19** 7]
- [5] Shinozuka M 1971 *J. Sound Vib.* **19** 357
- [6] Shinozuka M 1972 *J. Sound Vib.* **25** 111
- [7] Leng X L, Meng G, Zhang T, Fang T 2007 *J. Sound Vib.* **299** 621
- [8] Rong H W, Wang X D, Xu W, Fang T 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6888 (in Chinese) [戎海武、王向东、徐 伟、方 同 2008 物理学报 **57** 6888]
- [9] Wolf A, Swift J B, Swinney H L 1985 *Physica D* **16** 285
- [10] Han X J, Jiang B, Bi Q S 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6006 (in Chinese) [韩修静、江 波、毕勤胜 2009 物理学报 **58** 6006]

The effect of random noise for empirical mode decomposition of nonlinear signals^{*}

Yang Yong-Feng^{1)†} Wu Ya-Feng²⁾ Ren Xing-Min¹⁾ Qiu Yan²⁾

1) (Institute of Vibration Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

2) (School of Power and Energy, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

(Received 21 September 2009; revised manuscript received 1 December 2009)

Abstract

The Monte-Carlo method is used to investigate the effect of random noise on empirical mode decomposition of the nonlinear signals. The simulation results show that, the influence of noise is obvious for the low-level intrinsic mode function and unobvious for the high-level intrinsic mode function. With the increase of the intensity of white noise, the intrinsic mode function pure noise level will increase. When the intrinsic mode function pure noise levels is subtracted from the noise signal, about 80% of the noise influence will be reduced. The noise signal's largest Lyapunov exponent is smaller than that of the noise-free signal.

Keywords: empirical mode decomposition, nonlinear, noise, largest Lyapunov exponent

PACC: 0545

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10902084), the Science Foundation for Postdoctor of China (Grant No. 200902605) and the Foundation for Fundamental Research of Nothwestern Polytechnical University, China (Grant No. JC200937).

† E-mail: yfnpu@hotmail.com