

# 一种应用于含权无标度网络的全局路由算法\*

濮存来<sup>†</sup> 裴文江

(东南大学信息科学与工程学院, 南京 210096)

(2009 年 8 月 25 日收到; 2009 年 11 月 6 日收到修改稿)

针对含权无标度网络提出了一种全局路由算法. 该算法利用网络路径上的节点强度信息构建了一种全局路由代价函数, 选择使该代价函数最小的路径来传输信息包, 有效避开了网络中易发生拥塞的核心节点. 实验结果表明, 与最短路径算法相比, 该算法以较小的平均路径长度的增加为代价, 将网络容量提高了十多倍.

**关键词:** 含权无标度网络, 路由, 网络容量, 节点强度

**PACC:** 0560, 0570F

## 1. 引 言

近年来, 随着网络的小世界和无标度等统计特性被陆续发现, 人们对自然界和人类社会中存在各种各样的复杂网络展开了广泛的研究<sup>[1-4]</sup>. 研究热点主要集中在网络拓扑结构和网络上的动力学过程. 已研究的动力学过程包括谣言<sup>[5]</sup>和疾病<sup>[6-9]</sup>的传播、网络博弈<sup>[10]</sup>、同步<sup>[11-14]</sup>、相继故障<sup>[15-17]</sup>、搜索和交通流<sup>[18-37]</sup>等等. 尤其是与人类生活密切相关并且规模在不断增长的电话网、因特网、万维网等通信网络的研究得到了格外重视. 如何在保证通信效率的同时提高网络的容量是目前研究的主要问题<sup>[27]</sup>.

网络容量的研究通常从网络拓扑结构、节点处理能力和路由策略三个角度入手. 研究显示, 网络中节点度分布越均匀, 网络容量越大<sup>[29]</sup>; 节点的发送能力越强, 网络容量也越大<sup>[27, 28]</sup>. Zhang 等<sup>[30]</sup>研究发现, 删除网络中易拥塞的边, 网络容量会有明显增大. 此外, 大量的研究都集中在寻找能减轻拥塞的路由策略来提高网络容量. 路由策略研究可以分为全局路由和局部路由两类. 全局路由包括最短路由<sup>[24]</sup>、有效路由<sup>[27]</sup>以及优化介数 (betweenness)<sup>[31]</sup>等. 该类研究主要是通过最小化某种代价函数 (例如路径中的跳数和、路径节点的度数和、网络最大

介数等) 来选择信息包传输的最佳路径. 局部路由包括随机行走<sup>[21-23]</sup>、一阶邻居搜索<sup>[33]</sup>、二阶邻居搜索<sup>[32]</sup>、局部信息与动态信息结合行走<sup>[28]</sup>等等.

目前, 针对信息流的研究通常都是建立在无权无向的复杂网络之上, 在讨论路由策略时通常利用节点的度来计算信息包传送的最佳路径. 然而现实世界中的复杂网络 (如因特网、万维网、电话网等) 大都为含权网络<sup>[34, 36]</sup>, 已经被广泛使用的路由协议 (如边界网关协议、开放式最短路径优先协议等) 也都以网络权重作为主要的计算量, 因此在含权网络上探索信息流的传输具有重要意义. 本文利用含权网络中路径节点的强度信息构造出一种基于节点强度的指数和的路由代价函数, 并最小化该代价函数, 从而计算出信息包的最佳传输路径.

## 2. 信息流模型及其路由算法

本文使用 Wang 等<sup>[34]</sup>提出的权重和拓扑共同进化的网络模型来生成含权无标度网络, 并把它作为研究对象. 该模型生成的网络中节点的度、强度、边的权重等特征量都服从幂律分布, 并且与现实网络 (尤其是通信网络) 的统计结果相符合. 该模型从具有  $m_0$  个节点的完全图开始 (每条边权重设为 1), 按以下规则进化.

(1) 权重进化. 每一时间步, 节点  $i$  和  $j$  之间的权

\* 国家自然科学基金 (批准号: 60672095, 60972165)、国家高技术研究发展计划 (批准号: 2007AA11Z210) 和江苏省自然科学基金 (批准号: BK2008281) 资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: pucunlai@yahoo.cn

重  $w_{ij}$  以概率  $P_{ij}$  增加 1, 即

$$w_{ij} \rightarrow w_{ij} + 1,$$

$$P_{ij} = W P_{ij} = W \frac{s_i s_j}{\sum_{a < b} s_a s_b},$$

其中  $s$  为节点的强度.

(2) 拓扑生长. 每一时间步, 新节点  $n$  以  $m$  条边 (每条边的初始权重为 1) 连接到网络中, 连接到节点  $i$  的概率

$$\pi_{n \rightarrow i} = \frac{s_i}{\sum_j s_j},$$

其中  $j$  为任意节点.

该模型总共运行  $N - m_0$  个时间步,  $N$  为网络的节点数. 根据以上进化规律生成的网络, 节点强度的概率分布  $P(s) \sim s^{-\theta}$ , 其中  $\theta = 2 + m/(m + 2W)$ . 节点度的概率分布  $P(k) \sim k^{-\gamma}$ , 其中  $\gamma = c(\theta - 1) + 1, c > 1$ .

## 2.1. 信息流模型

网络生成后, 假设网络中的全部节点兼有路由器和主机的功能, 每个节点在单位时间步内最多只能发送 1 个信息包. 此外, 假设节点存放信息包的队列足够长 (信息包按照先进先出处理). 随着单位时间步内新增负载量  $R$  的逐渐增大, 网络将由自由流通状态进入拥塞状态, 其间存在一个临界负载量  $R_c$ . 当  $R < R_c$  时, 网络处于负载稳定状态. 当  $R > R_c$  时, 网络中负载会连续累积增加, 此时部分节点首先出现拥塞现象, 并且迅速扩散至整个网络. 可以通过序参量  $H$  来定量描述该过程<sup>[35]</sup>, 即

$$H(R) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{R} \frac{\langle \Delta Q_p \rangle}{\Delta t}, \quad (1)$$

其中  $\Delta Q_p = Q_p(t + \Delta t) - Q_p(t)$ ,  $Q_p(t)$  为  $t$  时刻负载量,  $\langle \cdot \rangle$  表示基于时间窗  $\Delta t$  取平均. 当  $R < R_c$  时, 网络中新生成的信息包与被处理完的信息包数量相等,  $\Delta Q_p = 0, H(R) = 0$ . 当  $R = R_c$ ,  $H(R)$  突然变大, 网络开始出现拥塞. 因此,  $R_c$  通常被用来度量网络的整体容量.

## 2.2. 路由算法

最短路由算法已被人熟知并被广泛应用于各种网络. 但是从网络容量的角度看, 在大规模网络中, 该算法并不是一种理想的算法. 为了满足路径的跳数和最小的原则, 该算法通常过分依赖网络中强度较大的节点, 从而容易产生拥塞. 因此在网络中有意避开此类易拥塞的节点来传输信息包, 虽然

在路径跳数上有所增加, 但是可以减少信息包在节点队列中等待的延时, 从而提高网络的整体容量. 本文给出了一种迂回路由算法. 假定节点  $i$  和  $j$  之间的任意一条路径可以表示成  $i, a_0, a_1, \dots, a_{u-1}, a_u, j$ . 定义路由代价函数为

$$\eta_{i \rightarrow j} = \sum_{r=0}^u s(a_r)^\alpha, \quad (2)$$

其中  $s(a_r)$  为节点  $a_r$  的强度,  $\alpha$  为任意实数. 使代价函数最小的路径被选为最优路径, 这样可以计算出任意两点间的最优路径. 当两点之间有多条最优路径时就选择其中任意一条. 选择不同的  $\alpha$  值, 通过 (2) 式计算可以得到不同的路由表, 并将这些路由表应用到信息流模型中来传送信息包. 通过仿真实验的比较, 可以得到最大的临界负载量  $R_c$  及其对应的最佳  $\alpha$  值. 此外, 也可以通过如下公式估计  $R_c$ <sup>[37]</sup>:

$$R_c(\alpha) = \frac{N(N-1)}{B_{\max}}, \quad (3)$$

其中  $B_{\max}$  为根据所使用路由表计算得出的网络最大加权介数.

## 3. 仿真结果

在 Wang 等<sup>[34]</sup> 提出的模型生成的含权无标度网络上, 本文通过仿真实验和解析计算两种方法来估算最大临界负载  $R_c$  及其对应的最佳迂回路由参数  $\alpha$ . 从图 1 可以看出, 当  $\alpha = 0.4$  时可以得到最大的临界负载量  $R_c \approx 250$ . 通过计算机仿真得到的结果和根据 (3) 式计算所得结果符合较好.

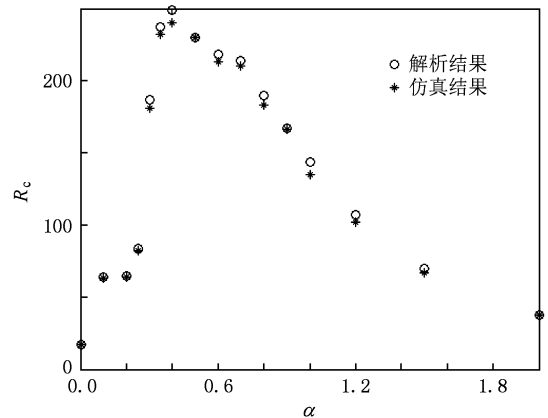


图 1 通过公式计算和仿真得到的  $R_c$  与  $\alpha$  的关系  $N = 1000$ ,  $m_0 = m = 5, W_0 = 1, W = 2$

在路由算法的研究中, 通过计算平均传输延时  $\langle T \rangle$  与序参量  $H$ , 不但可以估计拥塞临界值  $R_c$ , 还可以比较不同路由算法的性能. 本文将迂回路由算

法与传统的 shortest 路由算法进行了比较. 从图 2 可以看出, 对于相同的含权无标度网络, 使用 shortest 路由算法得到  $R_c \approx 18$ , 而使用迂回路由算法得到  $R_c \approx 250$ . 由此可知, 使用迂回路由算法得到的网络容量比使用 shortest 路由算法得到的网络容量提高了近 13 倍. 此外还可以看出, 通过计算  $\langle T \rangle$  和  $H$  而估计出的两个拥塞临界值近似相等, 从而验证了仿真结果的正确性.

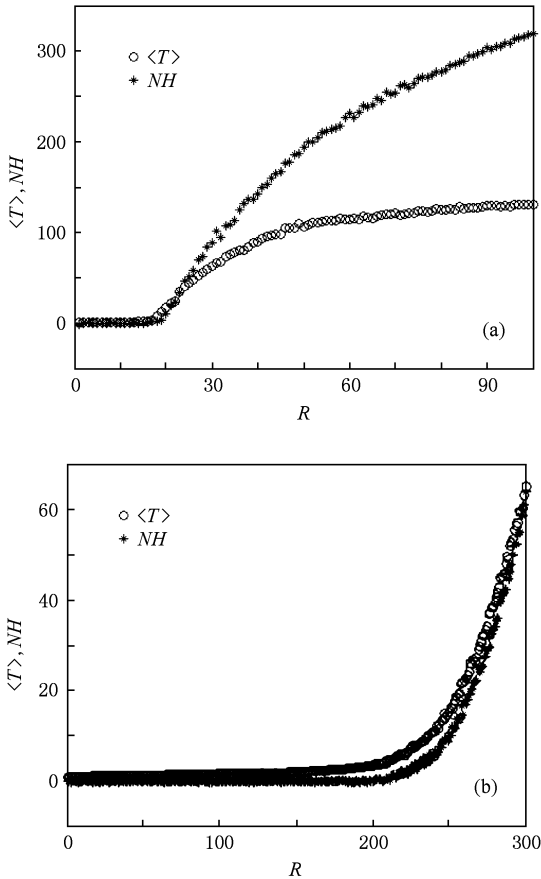


图 2 仿真得到的  $\langle T \rangle$  和  $NH$  与  $R$  的关系  $N = 1000, m_0 = m = 5, W_0 = 1, W = 2$ . (a) 最短路由算法, (b) 迂回路由算法 ( $\alpha = 0.4$ )

为了进一步解释迂回路由算法的优越性, 本文计算出不同的路由算法下节点介数  $B$  与节点强度  $s$  的关系. 从图 3 可以看出: 对于 shortest 路由算法两者近似成幂律关系. 在节点处理能力相同的条件下, 节点的强度越大, 所承担的负载也越大, 就越容易拥塞. 而对于迂回路由算法, 由于其有意避开了强度较大的节点, 使得节点介数分布比较均匀. 相对于 shortest 路由而言, 迂回路由算法将负载从强度较大的节点上重新分配到强度较小的节点上, 从而有效提高了网络的容量.

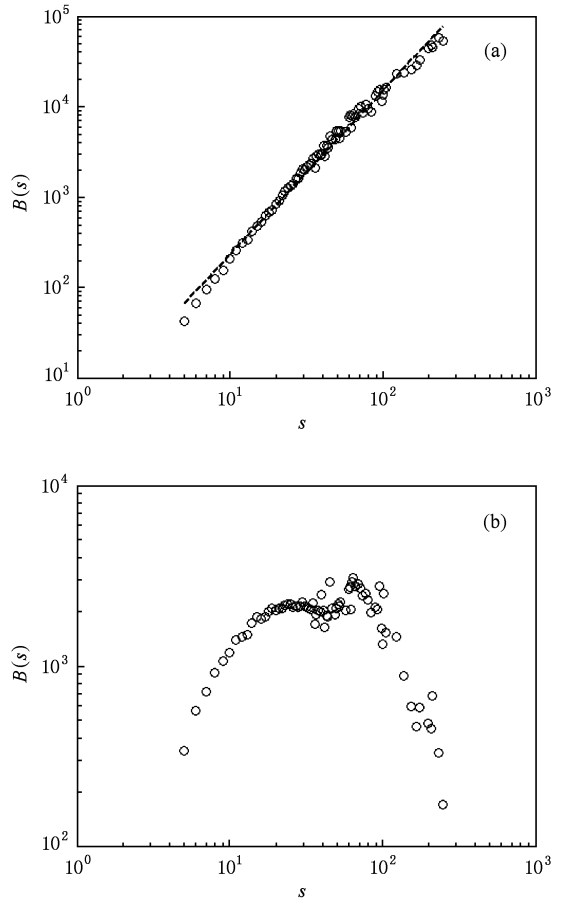


图 3 仿真得到的网络平均介数  $B(s)$  与节点强度  $s$  的关系  $N = 1000, m_0 = m = 5, W_0 = 1, W = 2$ . (a) 最短路由算法 (图中曲线通过最小二乘法拟合得到的斜率近似为 1.81), (b) 迂回路由算法 ( $\alpha = 0.4$ )

最后, 研究了平均路径长度  $L_{avg}$  与网络节点数  $N$  之间的关系. 从图 4 可以看出, 迂回路由算法得到

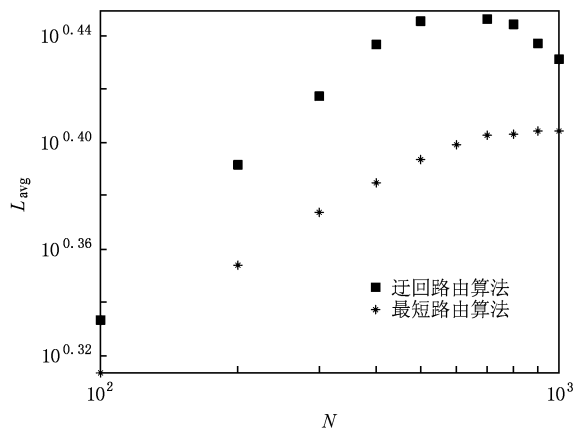


图 4 仿真得到的网络平均路径长度  $L_{avg}$  与网络节点数  $N$  的关系  $m_0 = m = 5, W_0 = 1, W = 2$ , 迂回路由参数  $\alpha = 0.4$ , 图中每个数据点都是独立计算 10 次后取平均所得结果

的  $L_{\text{avg}}$  虽然比最短路由算法略有增加,但是仍然维持了加权无标度网络的小世界特性. 此外,随着加权无标度网络生长过程中边的进化,很多原先无连接的节点对之间有了连接,从而出现了平均路径长度经历了峰值后下降的现象.

## 4. 结 论

目前,网络信息流的研究大都建立在无权无向的复杂网络之上. 本文探讨了含权无标度网络上信息包的路由问题,并给出了一种全局路由算法. 该算法的核心是设置了一种基于节点强度的指数和的全局路由代价函数,并选择使该路由代价函数最

小的路径来传输信息包. 该算法使得信息包有效避开了网络中易拥塞的强度较大的节点,从而使得网络负载分布较为均匀,有效提高了网络的容量. 与最短路由算法相比,本文给出的算法使网络的容量提高了十多倍,而网络平均路径长度只有较小增加,较好地保持了网络的小世界特性. 从本文的研究可以得出,有效利用网络的权重信息(如节点强度等)能够得到更优越的路由策略,从而能够使网络具有更高的承载能力. 本文描述背景仅仅为通信网络,然而该算法可以推广到任意含权无标度网络. 此外,该算法的复杂度与最短路由算法相同,因此它对网络路由协议的设计具有指导意义.

- [1] Barabási A L, Albert R 2002 *Rev. Mod. Phys.* **74** 47
- [2] Newman M E J 2003 *SIAM Rev.* **45** 167
- [3] Boccaletti S, Latora V, Moreno Y, Chavez M, Hwang D U 2006 *Phys. Rep.* **424** 175
- [4] Li J, Wang B H, Jiang P Q, Zhou T, Wang W X 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4051 (in Chinese) [李季、汪秉宏、蒋品群、周涛、王文旭 2006 物理学报 **55** 4051]
- [5] Zhanette D H 2002 *Phys. Rev. E* **65** 041908
- [6] Moreno Y, Gómez J B, Pacheco A F 2003 *Phys. Rev. E* **68** 035103
- [7] Xu D, Li X, Wang X F 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1313 (in Chinese) [许丹、李翔、汪小帆 2007 物理学报 **56** 1313]
- [8] Huang W, Jiang R, Hu M B, Wu Q S 2009 *Chin. Phys. B* **18** 1306
- [9] Jin Z, Liu Q X, Mainul H 2007 *Chin. Phys.* **16** 1267
- [10] Wu Z X, Wang Y H 2007 *Phys. Rev. E* **75** 041114
- [11] Zhao M, Wang B H, Jiang P Q, Zhou T 2005 *Prog. Phys.* **25** 273 (in Chinese) [赵明、汪秉宏、蒋品群、周涛 2005 物理学进展 **25** 273]
- [12] Sorrentino F, Ott E 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 114101
- [13] Luo Q, Wu W, Li L X, Yang Y X, Peng H P 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1529 (in Chinese) [罗群、吴薇、李丽香、杨义先、彭海朋 2008 物理学报 **57** 1529]
- [14] Lü L, Zhang C 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1462 (in Chinese) [吕翎、张超 2009 物理学报 **58** 1462]
- [15] Dobson I, Carreras B A, Newman D E 2005 *Prob. Eng. Inform. Sci.* **19** 15
- [16] Wang W X, Chen G R 2008 *Phys. Rev. E* **77** 026101
- [17] Ouyang M, Fei Q, Yu M H 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6763 (in Chinese) [欧阳敏、费奇、余明晖 2008 物理学报 **57** 6763]
- [18] Kleinberg J 2000 *Proceedings of the 32nd Annual ACM Symposium on Theory of Computing* (New York: ACM) p163
- [19] Adamic L A, Lukose R M, Puniyani A R, Huberman B A 2001 *Phys. Rev. E* **64** 046135
- [20] Lü Q, Cao P, Cohen E, Li K, Shenker S 2002 *Proceedings of the 16th ACM International Conference on Supercomputing* (New York: ACM) p84
- [21] Noh J D 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 11
- [22] Wang S P, Pei W J 2008 *Physica A* **387** 4699
- [23] Yang S J 2005 *Phys. Rev. E* **71** 016107
- [24] Zhou T 2008 *Physica A* **387** 3025
- [25] Kim B J, Yoon C N, Han S K, Jeong H 2002 *Phys. Rev. E* **65** 027103
- [26] Thadakamalla H P, Albert R, Kumara S R T 2005 *Phys. Rev. E* **72** 066128
- [27] Yan G, Zhou T, Hu B, Fu Z Q, Wang B H 2006 *Phys. Rev. E* **73** 046108
- [28] Wang W X, Yin C Y, Yan G, Wang B H 2006 *Phys. Rev. E* **74** 016101
- [29] Chen Z Y, Wang X F 2006 *Phys. Rev. E* **73** 036107
- [30] Zhang G Q, Wang D, Li G J 2007 *Phys. Rev. E* **76** 017101
- [31] Danila B, Yu Y, Marsh J A, Bassler K E 2006 *Phys. Rev. E* **74** 046106
- [32] Yin C Y, Wang B H, Wang W X, Yan G, Yang H J 2006 *Eur. Phys. J. B* **49** 205
- [33] Wang W X, Wang B H, Yin C Y, Xie Y B, Zhou T 2006 *Phys. Rev. E* **73** 026111
- [34] Wang W X, Wang B H, Hu B, Yan G, Ou Q 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 188702
- [35] Arenas A, Diaz-Guilera A, Guimerá R 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 3196
- [36] Hu M B, Jiang R, Wu Y H, Wang W X, Wu Q S 2008 *Physica A* **387** 4967
- [37] Zhao L, Lai Y C, Park K, Ye N 2005 *Phys. Rev. E* **71** 026125

# A global routing method for weighted scale-free networks<sup>\*</sup>

Pu Cun-Lai<sup>†</sup> Pei Wen-Jiang

(*School of Information Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China*)

(Received 25 August 2009; revised manuscript received 6 November 2009)

## Abstract

In this article, a global routing method is proposed for weighted scale-free networks. To bypass the central nodes and alleviate the congestion, it chooses the best route according to the minimum value of the cost function which is based on the node strength. Simulation results show that the network capacity is improved more than 10 times by our method than by the shortest path strategy at the cost of a slightly growth in the average path-length.

**Keywords:** weighted scale-free network, routing, network capacity, node strength

**PACC:** 0560,0570F

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60672095, 60972165), the National High Technology Research and Development Program of China (Grant No. 2007AA11Z210) and the Natural Science Foundation of Jiangsu Province, China (Grant No. BK2008281).

<sup>†</sup> E-mail: pucunlai@yahoo.cn