

强非局域光晶格中空间孤子的脉动传播*

周 骏[†] 任海东 冯亚萍

(宁波大学物理系, 宁波 315211)

(2009 年 7 月 23 日收到; 2009 年 9 月 14 日收到修改稿)

根据强非局域结构中空间孤子的演化方程——非局域非线性薛定谔方程, 采用分步傅里叶方法, 对一维强非局域光晶格结构中空间孤子的脉动传播进行数值研究. 分析了孤子的初始光束能量、非局域程度、光晶格调制强度、光晶格周期以及线性折射率的纵向调制率与空间孤子的脉动传播周期之间的关系, 并对影响脉动传播的内在物理机制进行了讨论. 同时, 还研究了在线性折射率纵向调制情况下强非局域光晶格结构中空间孤子传输的开关行为.

关键词: 非局域非线性薛定谔方程, 光晶格, 空间孤子, 光开关

PACC: 4265S, 4265J

1. 引 言

1997 年, Snyder 和 Mitchell^[1] 在研究强非局域连续介质中空间孤子的形成及其相互作用时指出, 只有入射高斯光束的功率等于临界功率才能够形成具有稳定光束宽度的空间孤子, 否则空间光孤子光束宽度将出现周期性膨胀和压缩的脉动传播, 即所谓“呼吸”传播现象. 2004 年, Conti 等^[2] 在向列相液晶中观测到空间孤子的脉动传播, 并且研究了其功率随着纵向传播距离的变化. 2008 年, Lin 等^[3] 对非局域非线性光子晶体中的带隙孤子的性质进行研究, 揭示了非局域效应下带隙孤子间的类呼吸子碰撞. 然而, 对于光孤子在全光通信领域的应用 (如孤子开关和孤子路由等) 而言, 空间孤子光束宽度随传播距离的周期性波动是有害的. 虽然通过控制光束能量可以使空间孤子光束稳定^[2], 由于在光通信系统中热噪声的存在和光源本身的涨落等因素, 保持光束能量严格稳定相当困难. 此外, 对于可控全光孤子开关^[4-7], 光束能量调节是光开关输出信道控制的一个重要手段, 光束能量也不能为固定值, 我们必须寻找其他途径来克服或降低空间孤子的脉动传播带来的不利影响. 因此, 讨论光晶格结构与空间光孤子的脉动传播之间的关系是有益的探索.

本文根据一维非局域非线性薛定谔方程^[8], 通过数值模拟研究孤子的能量、介质的非局域程度、光晶格的调制强度、光晶格的周期以及线性折射率的纵向调制率对空间孤子脉动传播的影响, 并且从非局域非线性效应、介质的衍射效应以及非局域光晶格结构的离散衍射效应的相互作用等方面, 应用光晶格系统的 Peierls-Nabarro (PN) 势垒^[9] 和尺度竞争理论^[10], 对不同因素影响下空间孤子脉动传播的物理机理进行分析. 最后, 实现了折射率纵向调制的强非局域光晶格结构中空间孤子传输的可控光孤子开关.

2. 物理模型

在非局域 Kerr 非线性光晶格结构中, 如果空间光孤子沿 ξ 轴传播, 且非局域响应为指数函数型响应, 则空间孤子的演化由下列方程描述^[3, 11-14]:

$$i \frac{\partial q}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 q}{\partial \eta^2} + qn + V(\eta, \xi)q = 0, \quad (1)$$

$$n - d \frac{\partial^2 n}{\partial \eta^2} = |q|^2. \quad (2)$$

这里, q 为波包的无量纲演化函数; η 和 ξ 为归一化横坐标和纵坐标, $\eta = x/r_0$, 其中 r_0 为初始光束宽度, $\xi = z/L_{\text{diff}}$, 其中 $L_{\text{diff}} = n_0 \omega r_0^2 / c$ 为衍射长度 (n_0 为介质的线性折射率, ω 为光束的频率, c 为真空中的光速); $n(\eta, \xi)$ 为非局域非线性响应引起的折射率

* 国家自然科学基金 (批准号: 60977048)、宁波市自然科学基金 (批准号: 2008A610001) 和宁波大学王宽诚幸福基金资助的课题.

[†] E-mail: ejzhou@yahoo.com.cn

变化; $V(\eta, \xi)$ 为线性折射率调制引起的微扰项; d 为非局域程度.

取非局域响应函数为

$$R(\eta) = \left(\frac{1}{2d^{1/2}} \right) \exp\left(\frac{-|\eta|}{d^{1/2}} \right), \quad (3)$$

则非局域非线性响应引起的折射率变化 $n(\eta, \xi)$ 可以表示为

$$n(\eta, \xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} R(\eta - \eta') |q(\eta')|^2 d\eta'. \quad (4)$$

在光晶格线性折射率没有纵向调制的情况下, 微扰项可表示为

$$V(\eta) = p \cos(2\pi\eta/T), \quad (5)$$

其中 p 为光晶格调制深度, T 为光晶格周期. 设定光晶格系统的折射率受纵向指数型调制时, 有

$$V(\eta, \xi) = p(1 - \exp(-\delta\xi)) \cos(2\pi\eta/T), \quad (6)$$

其中 δ 表示线性折射率的纵向调制率. 当 $\xi \rightarrow +\infty$ 时, $V(\eta, \xi) = p \cos(2\pi\eta/T)$, 与(5)式相同. 由此可见, 当纵向传输距离足够大时, 有纵向调制的晶格系统将趋近于没有纵向调制的晶格系统.

当初始输入脉冲为基态孤子时, 即

$$q(\eta, \xi = 0) = \chi \operatorname{sech}(\chi\eta) \exp(i\alpha_0\eta), \quad (7)$$

则光孤子在光晶格结构中传输的光场函数可近似表示为

$$q(\eta, \xi) = q_0(\xi) \operatorname{sech}[\chi(\eta - \langle \eta \rangle)] \times \exp(i\alpha(\eta - \langle \eta \rangle) + i\phi). \quad (8)$$

在(7)和(8)式中, χ 为形式因子, $q_0(\xi)$ 为光场振幅, ϕ 为相位, $\alpha = \alpha(\xi)$ 为光束偏转角度, 在 $\xi = 0$ 时, $\alpha = \alpha_0$.

因而, 光束的哈密顿量 H 和光束的能量 U 可分别表示为

$$H = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{1}{2} \left| \frac{\partial q}{\partial \eta} \right|^2 - V(\eta, \xi) |q|^2 - \frac{1}{2} |q|^2 n \right] d\eta, \quad (9)$$

$$U = \int_{-\infty}^{+\infty} |q|^2 d\eta. \quad (10)$$

根据一维非局域周期性光晶格结构的 PN 势垒的定义^[9,10],

$$\Delta H = H_{\text{even}} - H_{\text{odd}}, \quad (11)$$

其中 H_{odd} 为基态奇孤子(odd soliton)的哈密顿量, 基态奇孤子是光束在晶格中心处垂直于光晶格的横截面入射晶格系统形成的孤子; H_{even} 为基态偶孤子(even soliton)的哈密顿量, 基态偶孤子则是光束从两个光晶格中间处垂直于光晶格的横截面入射晶

格系统形成的孤子.

对于折射率没有纵向调制的晶格系统, PN 势只与入射孤子的能量有关, 且当能量一定时, ΔH 为一定值, 与纵向传输距离无关^[9]. 对于折射率有纵向调制的光晶格结构系统, PN 势随纵向传输距离 ξ 的变化, 如图 1 所示. 由于 PN 势决定光晶格对光孤子的束缚能力, PN 势越高, 光晶格对光孤子的束缚能力越强. 由图 1 可见, 对于有纵向调制的光晶格系统, 初始阶段对光孤子的束缚能力比较弱, 随着传输距离的增加, 光晶格对光孤子的束缚能力逐渐增强, 且纵向调制率 δ 越大, 束缚能力增强越快, 最后趋向一个稳定值.

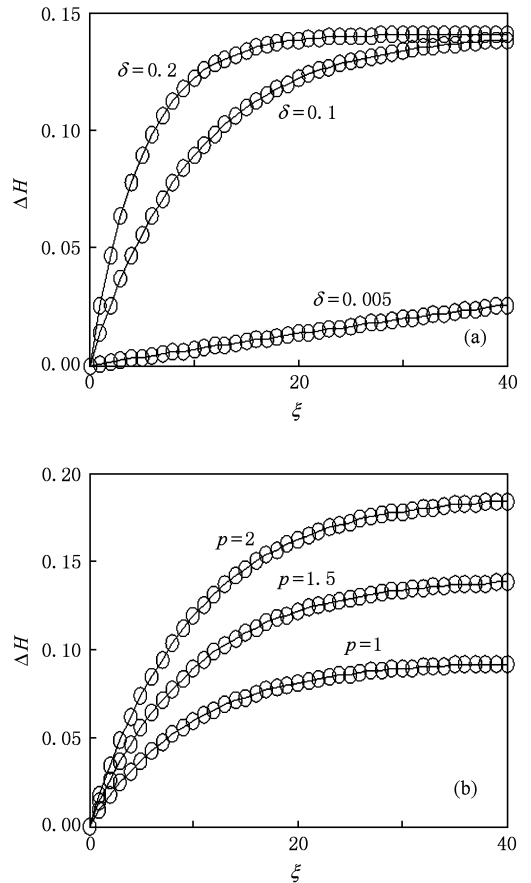


图 1 折射率纵向调制下晶格系统的 PN 势高度随 ξ 的变化
(a) $d=0.05, p=1.5, U=2$, (b) $d=0.05, \delta=0.1, U=2$

3. 数值分析与讨论

以方程(7)表示的基态孤子为初始入射光束, 利用分步傅里叶法模拟光束在光晶格中的演化, 研

究初始光束能量 U 、非局域程度 d 、光晶格调制强度 p 、光晶格周期 T 以及纵向调制率 δ 对空间孤子传播的影响.

3.1. 入射孤子能量对脉动传播的影响

入射孤子能量对光晶格结构中孤子脉动传播的影响如图 2 所示. 从图 2(a) 可见, 当孤子的能量 $U = 1$ 时, 由于离散衍射比自聚焦效应强, 空间孤子被大幅展宽, 空间孤子的能量被约束在入射中心附近 5 根光波导 ($\frac{\eta}{T} = 0, \pm 1, \pm 2$) 中, 且在中心波导中能量最强. 随着入射孤子能量的增加, 非局域

非线性自聚焦效应增强, 但是还不能与介质的衍射以及光晶格结构的离散衍射达到严格平衡, 孤子光束宽度以及光场强度会随传输距离发生周期性变化, 即脉动传播, 光束宽度最宽处对应的光场强度的峰值最小, 光束宽度最窄处对应的光场强度峰值最大, 且整个传输过程中能量守恒. 为便于研究, 定义两最大峰值之间的距离为脉动周期 L , L 越大说明空间孤子光束的宽度变化幅度越大. 由图 2(a)—(d) 可知, 随着孤子能量的增加, 脉动周期 L 逐渐减小, 脉动幅度也逐渐减小, 脉动频率逐渐增加. 因此, 可以通过改变输入孤子的能量来控制空间孤子的脉动传播.

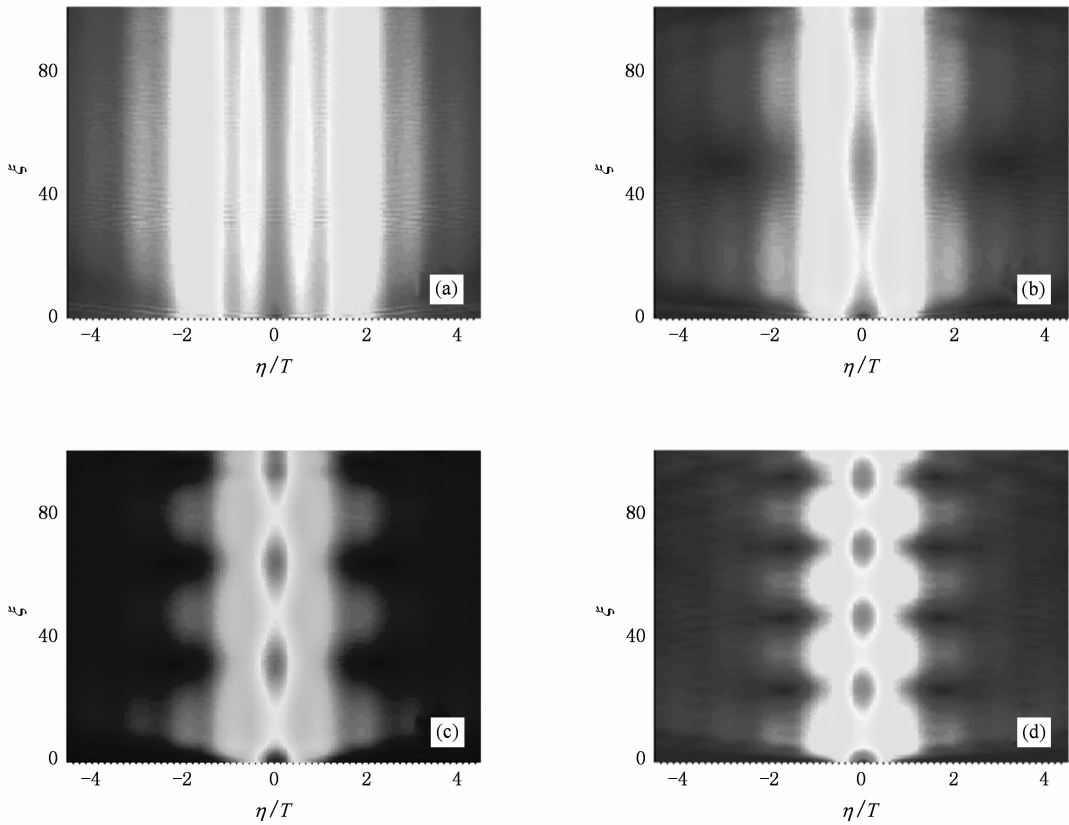


图 2 入射孤子能量对孤子脉动传播的影响 $p = 1, d = 1$. (a) $U = 1, L = 0$; (b) $U = 2, L = 50$; (c) $U = 3, L = 32$; (d) $U = 4, L = 23$

3.2. 介质的非局域程度对脉动传播的影响

介质的非局域程度与光晶格结构中孤子脉动传播的关系如图 3 所示. 在局域介质中, 即 $d = 0$ 时, 孤子被局域在中心波导中稳定传输 (图 3(a)). 然而, 随着介质的非局域性加强, 空间孤子光束出

现脉动传播, 并且脉动周期 L 随介质非局域性的加强而增大, 如图 3(b)—(d) 所示. 这是由于光晶格结构一定时, 随着非局域性的加强, 非线性引起的自聚焦效应相对于介质的衍射效应和结构的离散衍射效应就会变弱, 因此光束的宽度将逐渐展宽, 脉动传播现象加剧.

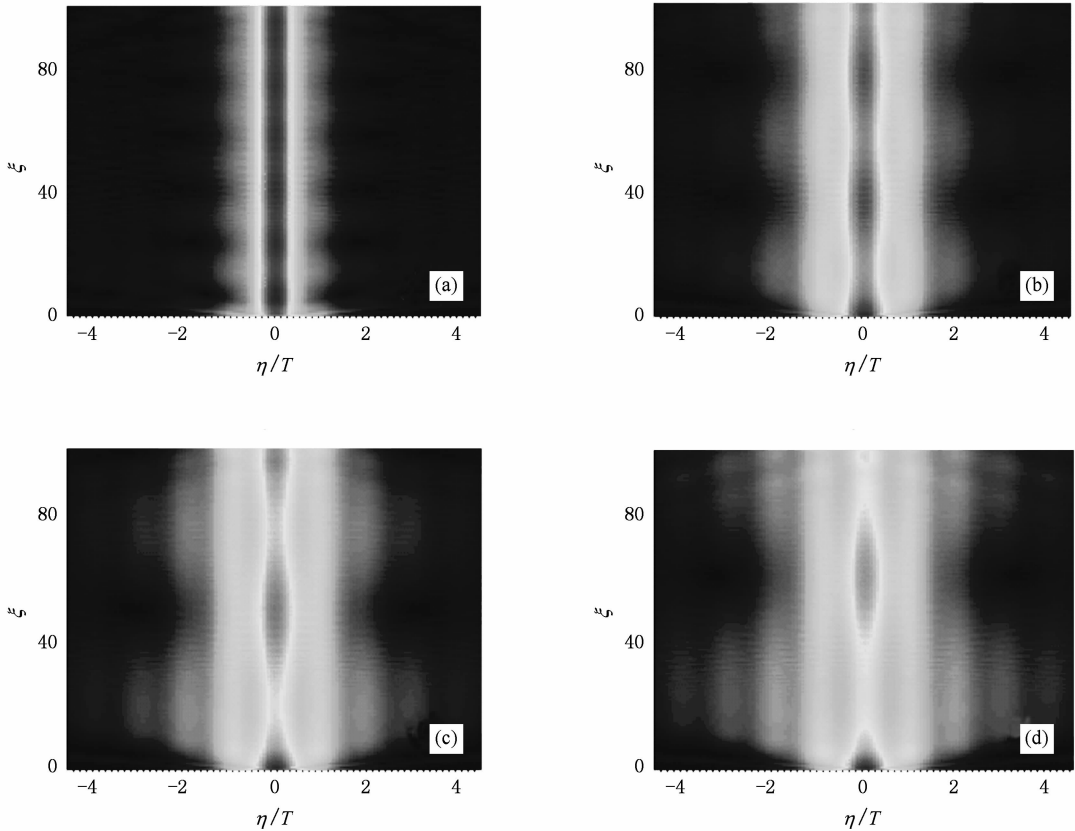


图3 介质的非局域程度对孤子脉动传播的影响 $\alpha_0 = 0, T = \pi/2, p = 1, U = 2$. (a) $d = 0$ (局域情况), (b) $d = 0.5$, (c) $d = 1$, (d) $d = 1.5$

3.3. 光晶格调制强度对脉动传播的影响

晶格调制强度对孤子脉动传播的影响如图4所示. 从图4可见, 对于不同的晶格调制强度 p , 光场强度的分布不同. 对应连续介质孤子的光场分布最为发散(图4(a)), 随着光晶格调制强度的增加, 光场强度逐渐向中心波导集中(图4(b), (c)), 光晶格调制强度越大, 光束的能量越集中到中心波导(图4(d)). 说明介质的非线性响应一定时, 晶格调制强度越大, 系统的PN势垒越高, 对应的离散程度越强, 光孤子“隧穿”光晶格的能力越弱, 光束的能量分布向光束中心波导集中. 但是, 尽管晶格调制深度不同, 脉动周期 L 相同, 说明孤子光束传播的脉动周期与晶格调制强度无关.

3.4. 光晶格周期对脉动传播的影响

光晶格周期与孤子光束脉动传播的关系如图5所示. 在图5(a)和(b)中, 对于周期 $T = \pi/4$ 和 $T = \pi/2$ 的两种光晶格结构, 光束的脉动周期相等, 光场强度分布不同. 对于周期较小的光晶格($T = \pi/4$),

光场强度主要分布在入射中心附近的5根波导中, 而对应较大的晶格周期($T = \pi/2$), 光场能量更为聚集, 主要分布在3根波导中, 脉动传播表现为所有波导中能量分布的整体行为. 在图5(c)和(d)中, 对于周期 $T = 3\pi/4$ 和 $T = \pi$ 的两种光晶格结构, 光束的脉动传播现象消失; 且 $T = 3\pi/4$ 时, 在中心波导附近存在较明显的辐射模, 当 $T = \pi$ 时, 几乎全部的光束能量都被中心波导俘获, 辐射模很小.

上述晶格周期与空间孤子的脉动传播关系可以用尺度竞争理论进行解释^[10]. 由于晶格周期对输入孤子的作用不仅仅取决于光场的振幅, 还取决于入射空间孤子光束宽度与势阱宽度的比值, 若光束宽度比势阱宽度窄得多, 空间孤子就在势阱中周期性振荡; 而当光束宽度大于势阱的宽度时, 孤子光束在周期势作用下稳定传播; 当光束宽度与周期势阱的宽度相近时, 空间孤子的稳定性很容易受微扰的影响, 导致空间孤子的复杂行为. 为叙述方便, 图6给出了方程(5)描述的初始输入孤子光束的场分布波形. 对比图5中光晶格的周期与图6所示波形的半高宽可以发现: 在图5(a)中, 光晶格周期比空

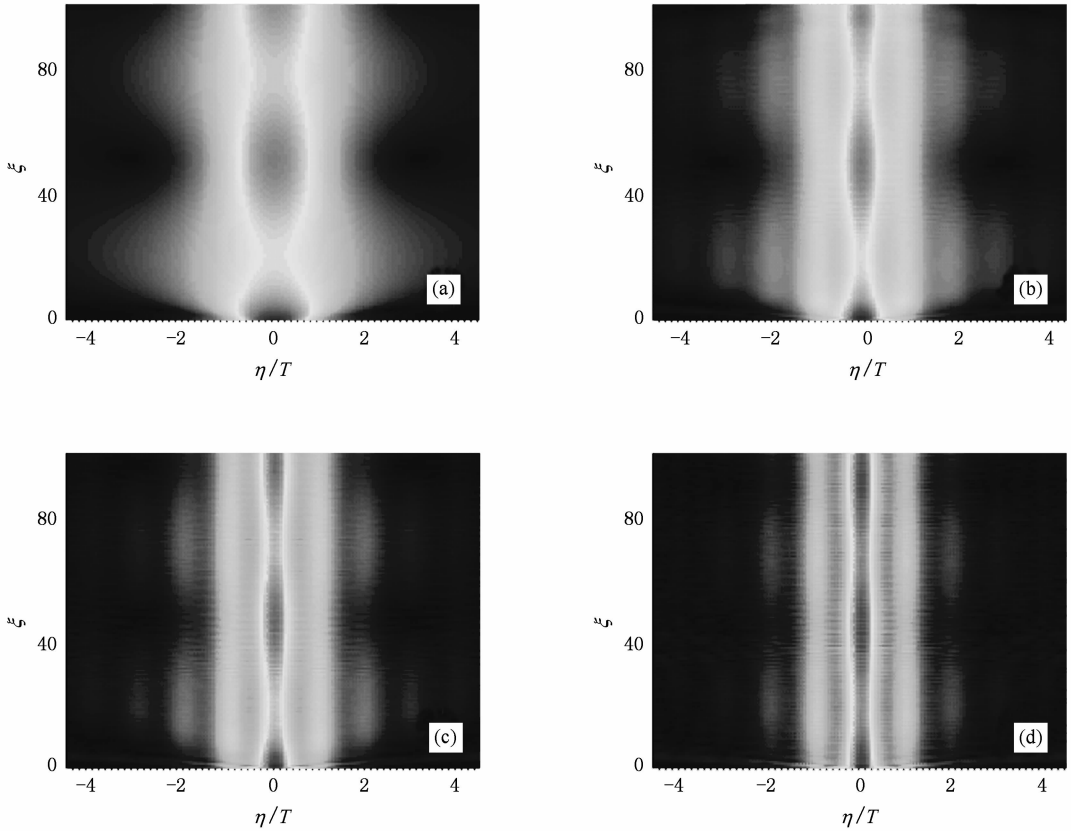


图 4 光晶格调制强度对孤子脉动传播的影响 $\alpha_0 = 0, T = \pi/2, d = 1, U = 2$. (a) $p = 0$, (b) $p = 1$, (c) $p = 2$, (d) $p = 3$

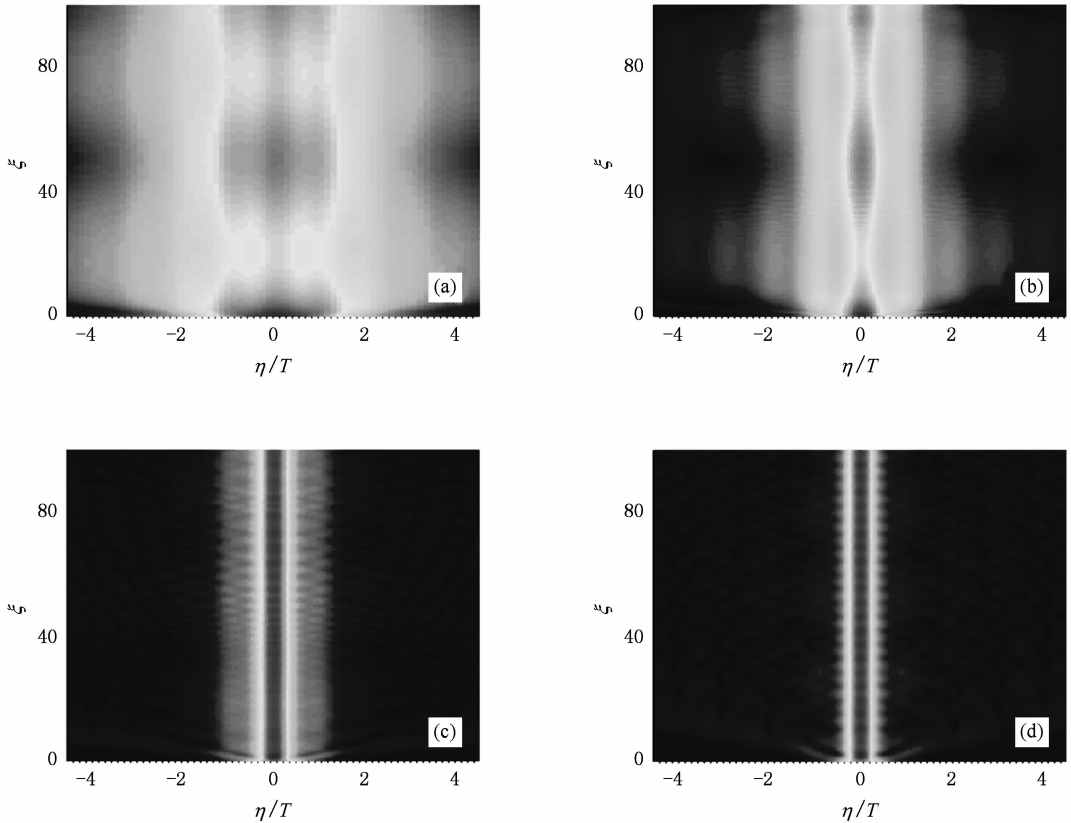


图 5 光晶格周期对孤子脉动传播的影响 $\alpha_0 = 0, p = 1, d = 1, U = 2$. (a) $T = \pi/4$, (b) $T = \pi/2$, (c) $T = 3\pi/4$, (d) $T = \pi$

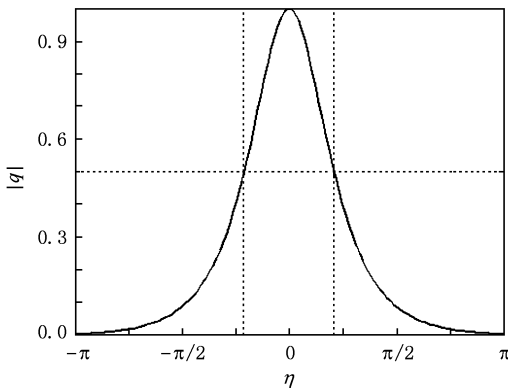


图 6 初始入射光束的波形 半高宽为 0.42π

间孤子的宽度小得多, 孤子呈现发散传播状态; 在图 5(b) 中, 由于光晶格的周期接近空间孤子的宽度而呈现出尺度竞争; 在图 5(c) 和 (d) 中, 空间孤子在比其光束宽度大得多的晶格势阱中呈现出稳定传输的类粒子状态.

3.5. 纵向调制率对脉动传播的影响

在光晶格结构参数和介质的非局域性一定的

情况下, 现在讨论纵向调制率 δ 对光晶格结构中孤子脉动传播的影响. 如图 7 所示, 随着 δ 的增加, 对于相同的纵向传输距离 ($\xi = 100$), 脉动周期逐渐减小, 频率逐渐增加, 并且光束的能量也逐渐被束缚到中心波导中; 对于固定的纵向调制率 δ , 光束宽度的脉动周期随纵向传输距离改变. 图 7(a) 中, 在模拟的纵向距离内脉动周期没有明显变化 ($L = 50$), 但是在两个周期中的光束能量分布明显不同, 在第一个周期内能量分布与图 4(a) 中对应的连续介质的情况相同, 在第二个周期内光束能量明显离散化. 图 7(b) 和 (c) 中, 脉动周期随纵向传输距离增加而减小, 而且随着纵向传输距离的增加, 光束的能量也逐渐向中心波导聚集. 对比图 7(d) 可以发现, 光束能量更集中在中心波导, 脉动传播的周期性更为显著.

纵向调制率对孤子脉动传播的影响可以从纵向调制与光晶格结构 PN 势垒的关系中得到解释. 根据图 1(a), 当纵向调制率 δ 取值很小时, 系统对应的 PN 势垒的高度随纵向传输距离近似线性增加, 且在传输的初始阶段 PN 势垒的高度较低, 表现

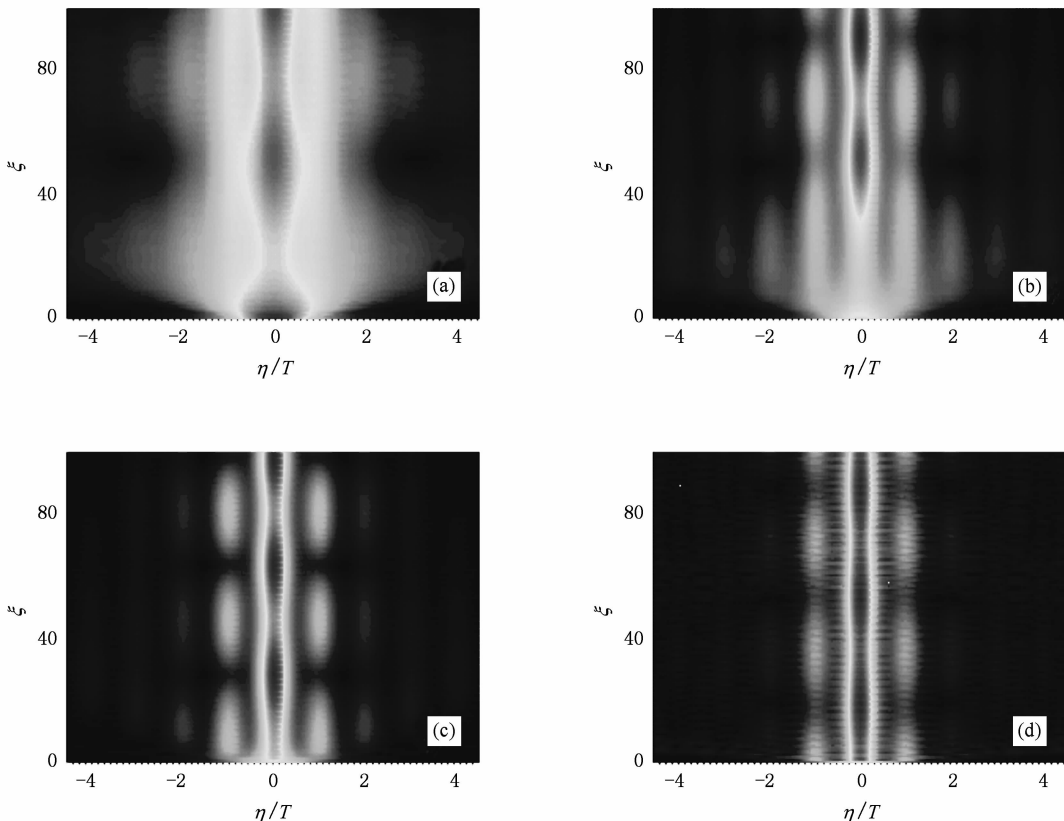


图 7 纵向调制率对孤子脉动传播的影响 $\alpha_0 = 0, p = 3, T = \pi/2, d = 1, U = 2$. (a) $\delta = 0.005$, (b) $\delta = 0.05$, (c) $\delta = 0.5$, (d) $\delta = 5$

出类似连续介质的性质,光束呈现较强的“脉动”,图 7(a)的结果与此完全一致.随着纵向传输距离和纵向调制率的增加,系统的 PN 势垒逐渐变高,光晶格对光束能量的束缚能力逐渐增强,非线性自聚焦效应抑制介质的衍射效应,光束的能量向中心波导聚集,脉动传播现象逐渐减弱.特别是在纵向调制率 δ 取值较大时,系统的势垒高度在初始点附近发生跃变,如图 1(a)所示.当光束入射到介质中遇到折射率发生跃变时,将会产生较强的辐射,一部分辐射模被相邻的光晶格俘获,还有一部分以消逝波的形式辐射掉,因此在纵向调制率 δ 取值较大时入射点光束能量对应为脉动周期中的节点.由于中心波导束缚了绝大部分能量,非线性引起较大的折射率增加,随着传输距离的增加两侧光晶格中的辐射模将重新耦合到中心波导中,并在介质的散射和离散衍射的共同作用下呈现周期性“脉动”,这就很好地解释了图 7(c)和(d)中“脉动”节点变化的现象.

由以上所述可知,在强非局域介质中由于光晶格间的 PN 势垒比相同情况下局域介质中的 PN 势

垒低得多,因此光孤子在非局域介质中更容易穿越光晶格,且能量损失更小^[11].由于空间孤子光束的脉动传播,因而光束能量难以被某一根波导俘获,所以在一般的强非局域光晶格结构中难以形成理想的光开关效应,如图 8(a)所示.但是,考虑到光束宽度对晶格调制强度的不敏感和光孤子在入射纵向调制光晶格的初始阶段穿越能力强的特点,可以在强非局域介质中实现较好的孤子光开关行为,如图 8(b)—(d)所示.在图 8(b)中,当入射角为 0.2 时,空间孤子被第四根波导俘获形成开关,增大初始入射角到 0.5,开关的信道增加到第九根(图 8(c)).因此在这种强非局域光晶格结构中,空间孤子光开关可以被初始入射角控制.在图 8(c)中,当初始入射能量为 2 时信道为第九根,而在图 8(d)中,当初始入射能量增大到 2.4 时开关的信道数降到第四根.可以发现,在这种强非局域光晶格结构中,空间孤子光开关也可以被入射孤子的初始能量控制.因此,恰当选择晶格结构参数和入射孤子的初始条件,可以实现可控的孤子光开关行为.

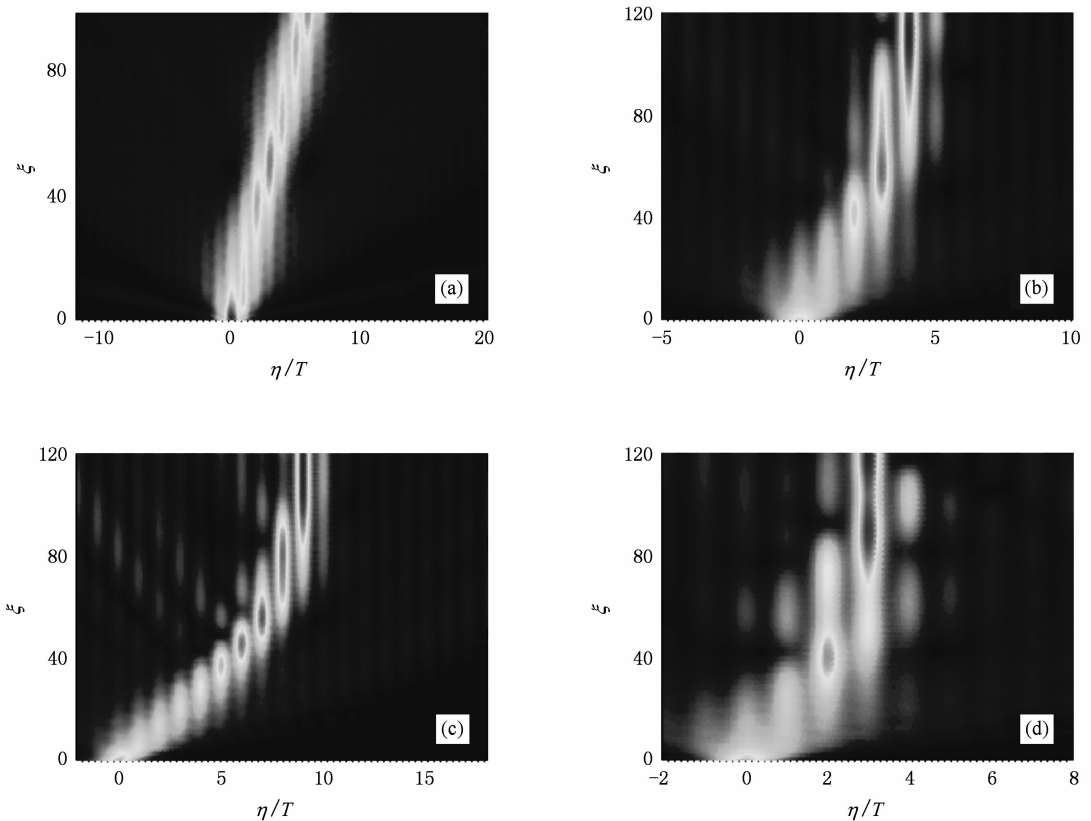


图 8 强非局域光晶格中空间孤子的传输及开关行为 (a) $\delta=0, \alpha_0=0.2, p=1, U=2$; (b) $\delta=0.02, \alpha_0=0.2, p=8, U=2$; (c) $\delta=0.02, \alpha_0=0.5, p=8, U=2$; (d) $\delta=0.02, \alpha_0=0.5, p=8, U=2.4$

4. 结 论

空间孤子光束传播的“脉动”本质是非局域非线性引起的自聚焦效应与介质的衍射以及光晶格结构引起的离散衍射共同作用不能达到严格平衡时出现的一种周期性现象. 通过研究发现, 入射孤子的能量和介质的非局域性均是影响介质非线性自聚焦强弱的直接因素, 因此也是引起孤子脉动传播的重要因素. 另一方面, 作为光晶格结构的一个重要参数, 晶格调制强度的大小决定光晶格束缚光束的能力, 它不改变介质的折射率但可影响介质与光的相互作用, 因此其变化对孤子的脉动传播周期

基本没有影响. 但是当晶格调制强度达到一定程度时, 所引起的离散效应使系统的 PN 势垒达到光束难以“隧穿”的程度, 从而使光束能量主要集中于入射的中心波导形成强束缚态, 这种极限情况下光束的“脉动”现象将会被限制甚至消失. 在光晶格结构中传输的孤子光束, 其宽度与光晶格结构的周期之间受尺度竞争限制, 同时, 纵向调制的引入可以实现可控的光孤子开关. 正是光晶格结构和入射孤子光束的共同作用, 才使得空间孤子在非局域非线性光晶格结构中传输时呈现出绚烂多姿的“脉动”现象. 讨论各种因素影响下的“脉动”现象及其成因, 对利用强非局域光晶格结构进行光器件的研究与设计有一定的指导作用.

-
- [1] Snyder A W, Mitchell D J 1997 *Science* **276** 1538
- [2] Conti C, Peccianti M, Assanto G 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 113902
- [3] Lin Y Y, Chen I H, Lee R K 2008 *J. Opt. A* **10** 044017
- [4] Kartasov Y V, Zelenina A S, Torner L, Vysloukh V A 2004 *Opt. Lett.* **29** 766
- [5] Zhou J, Xue C H, Qi Y H, Lou S Y 2008 *Commun. Theor. Phys.* **50** 479
- [6] Vicencio R A, Molina M I, Kivshar Y S 2004 *Phys. Rev. E* **70** 026602
- [7] Guo Q, Zhang X P, Hu W, Shou Q 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1832 (in Chinese) [郭 旗、张霞萍、胡 巍、寿 倩 2006 物理学报 **55** 1832]
- [8] Ge L J, Wang Q, Shen M, Shi J L, Kong Q, Hou P 2009 *Chin. Phys. B* **18** 616
- [9] Morandotti R, Peschel U, Aitchison J, Eisenberg H, Silberberg Y 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 2726
- [10] Scharf R, Bishop A R 1993 *Phys. Rev. E* **47** 1375
- [11] Xu Z Y, Kartasov Y V, Torner L 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 113901
- [12] Krolikowski W, Bang O 2000 *Phys. Rev. E* **63** 016610
- [13] Krolikowski W, Bang O, Rasmussen J, Wyller J 2001 *Phys. Rev. E* **64** 016612
- [14] Motzek K, Kaiser F, Chu W H, Shih M F, Kivshar Y S 2004 *Opt. Lett.* **29** 280

The pulsating propagation of spatial soliton in strongly nonlocal optical lattice^{*}

Zhou Jun[†] Ren Hai-Dong Feng Ya-Ping

(*Department of Physics, Ningbo University, Ningbo 315211, China*)

(Received 23 July 2009; revised manuscript received 14 September 2009)

Abstract

Based on the nonlocal nonlinear Schrödinger equation, which is the evolution equation of propagation of spatial soliton in the nonlocal media, the pulsating propagation of spatial solitons in one-dimensional strongly nonlocal optical lattice are researched numerically by the split-step Fourier method. The pulsating propagation period of spatial soliton is analyzed for different parameters of propagation, such as the initial energy of the beam, the nonlocality degree, the modulation degree of lattice, the period of the transverse modulation and the asymptotic rate of the longitudinal modulation of linear refractive index. And the inherent physical mechanisms of pulsating propagation of spatial soliton are discussed for the different parameters of lattice structure. Furthermore, the controllable switching behavior of spatial optical soliton has been achieved in the strongly nonlocal optical lattice with longitudinal modulation of linear refractive index.

Keywords: nonlocal nonlinear Schrödinger equation, optical lattice, spatial soliton, optical switch

PACC: 4265S, 4265J

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60977048), the Natural Science Foundation of Ningbo, China (Grant No. 2008A610001) and the K. C. Wong Magna Foundation of Ningbo University, China.

[†] E-mail: ejzhou@yahoo.com.cn