

高功率超声脉冲激励下金属板的 非线性振动现象研究*

陈赵江 张淑仪[†] 郑 凯

(南京大学声学研究所,近代声学教育部重点实验室,南京 210093)

(2009 年 9 月 9 日收到;2009 年 10 月 12 日收到修改稿)

对高功率超声脉冲作用下金属板中的超谐波、次谐波、准次谐波以及混沌等非线性振动现象进行了实验和理论研究. 在实验中,高功率超声换能器产生脉冲调制的高频振动激励金属板产生非线性振动,利用激光测振技术测量不同尺寸和不同固定方式下金属板复杂的非线性振动情况,并对其进行了时序分析、频谱分析以及相空间分析. 根据实验条件,提出包含非线性接触阻尼的振动-碰撞动力学模型,用以研究强超声振动-碰撞作用下的板非线性振动机制,并进行了相应的理论计算. 计算结果表明,超声换能器的变幅杆与金属板之间的间歇性高频碰撞作用是金属板强非线性振动的主要原因. 数值计算结果与实验测量结果符合很好.

关键词: 非线性板振动, 强超声脉冲激发, 振动-碰撞动力学

PACC: 4340, 4325, 4335

1. 引 言

非线性板振动是非常普遍的现象,在理论和实验方面对此都进行了广泛的研究^[1-4]. 另一方面,超声辅助加工技术(如超声钻孔、超声研磨和超声焊接等)^[5-7]和强超声检测技术(如超声红外热成像技术)^[8]已广泛应用于板或板状结构的加工和检测,并显示出广泛的应用前景. 对板或板状结构的超声加工和检测过程中,经常会出现复杂的非线性动力学(振动)现象^[5,9,10],并且对板的加工及检测效率有非常重要的影响. 然而到目前为止,其中的许多非线性动力学行为并没得到很好的解释.

近来,Han 等^[10,11]在利用超声红外热成像技术检测金属以及复合结构中的缺陷时研究了结构中非线性振动现象,并利用变幅杆在无限大刚体上反弹的模型初步分析了次谐波振动生成的原因. 但根据其模型无法得到所检测的结构的振动特性,并且对于次谐波产生机制的解释过于简单. 在我们以前的研究中^[12],观察到强超声脉冲调制的高频振动激励下的金属板振动出现反常的次谐波(称之为准次谐波)现象并利用简化的唯象模型初步解释了准次

谐波的出现,但分析相对简单,并且只模拟计算了部分实验现象.

力学系统中的强非线性振动机制非常复杂,接触-碰撞行为常常是引起强非线性振动的重要因素^[13-16]. 一般而言,瞬态振动-碰撞动力学模型用来描述多体间的碰撞振动现象^[13,14]. 然而,对于强超声振动-碰撞激励下的样品,质点在作高频振动,因此经典的瞬态碰撞处理方法(单次碰撞,忽略碰撞接触时间),并不适合用来分析强超声脉冲调制的振动激励下板的非线性振动现象^[17].

本文利用激光测振技术研究了强超声脉冲调制的振动激励下不同尺寸和固定条件下金属板的振动行为. 实验中观察到不同条件的金属板中出现超谐波、次谐波、准次谐波以及混沌振动等强非线性振动现象,并利用时间序列分析、频谱分析和相图分析的方法研究其特性. 同时,基于实验条件,考虑金属板与变幅杆之间的动态接触作用是金属板非线性振动产生的原因,提出包含非线性阻尼接触力的振动-碰撞动力学模型,并分析实验中非线性振动现象. 根据提出的模型,选择合适的模型参数,计算了实验中主要的非线性振动现象. 数值计算结果与实验测量结果符合很好.

* 国家自然科学基金(批准号: 10574073)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: zhangsy@nju.edu.cn

2. 实验研究

实验系统如图 1 所示,其中超声换能器的电功率为 900 W,空载条件下换能器共振频率约为 20 kHz,变幅杆顶端的振动速度幅值约为 10 m/s,位移幅值约为 80 μm ,超声脉冲宽度调节为 150 ms. 矩形不锈钢板作为样品固定在支架上,超声换能器的变幅杆以作用力 F_d 在不锈钢板的中心位置激发超声波脉冲. 为使换能器变幅杆在振动过程中与不锈钢板保持接触碰撞,换能器受可调的静预紧力 F_s 的作用. 静预紧力 F_s 应小于界面动接触力 F_d ,因此变幅杆与不锈钢板样品表面之间将出现接触损耗(间歇性接触)现象并引起锤击效应(hammering effect),导致不锈钢板样品产生非线性振动. 同时,为减少支架对板的反作用力,在板与支架之间垫有一层橡胶用以隔振^[12].

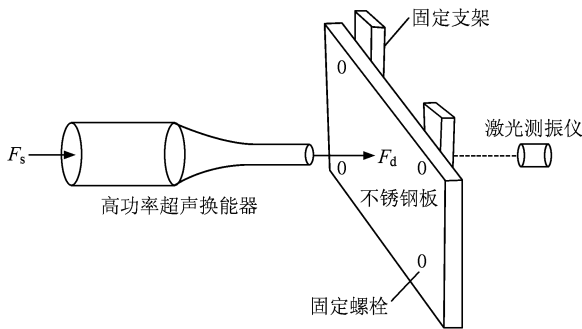


图 1 强超声激励下板的非线性振动实验系统示意图

为研究不锈钢板在超声脉冲作用下的振动现象,在换能器激励不锈钢板的同时,利用激光测振仪测量不锈钢板背面中心附近的振动速度,测振仪的取样频率为 256 kHz,检测时间选为 128 ms. 实验中观察到,不同尺寸和不同固定条件的不锈钢板在相同的超声换能器激励下,除了与激励频率同频的强迫振动(基波)外,还会出现不同的非线性振动现象,以下将给予详细讨论. 另一方面,为了测定变幅杆与不锈钢板接触下的振动频率和幅值,可将不锈钢板与变幅杆接触的中心位置钻一小孔,利用激光测振仪测定变幅杆顶端的频率和幅值,其频率和幅值基本不变.

2.1. 超谐波振动

当高功率超声脉冲激励不同尺寸或固定条件的钢板时,超谐波振动成分一直存在. 并且当钢板

厚度较大时,除了强迫振动外,只出现超谐波振动. 图 2 给出了四角固定的尺寸为 200 mm \times 100 mm \times 4.5 mm 的不锈钢板的振动速度波形(内插图)和振动频谱,其中图 2(a)给出变幅杆与不锈钢板样品之间采用软橡胶作为耦合材料的情况,而图 2(b)中变幅杆与不锈钢板直接接触. 从图 2 的振动速度波形可以看出,与变幅杆顶端的振动速度幅值(约为 10 m/s)相比,板的振动速度幅值相对较小(小于 0.2 m/s),且随时间先减小后增大,逐步达到稳定. 取图 2 中稳定阶段的间隔内(90—100 ms,如内插图矩形框所示)速度波形进行快速傅里叶变换,得到相应的傅里叶频谱示于图 2. 可以看到图 2(a)和(b)中两超谐波振动的频谱有如下差别:图 2(a)中高次谐波(2 次、3 次和 4 次等)的幅值均小于基波幅值并逐渐减少;而在图 2(b)中 3 次谐波的幅值甚至要大于基波的幅值,表明其出现超谐波共振现象. 在实验中超谐波共振是强非线性振动开始出现的一个标志. 超

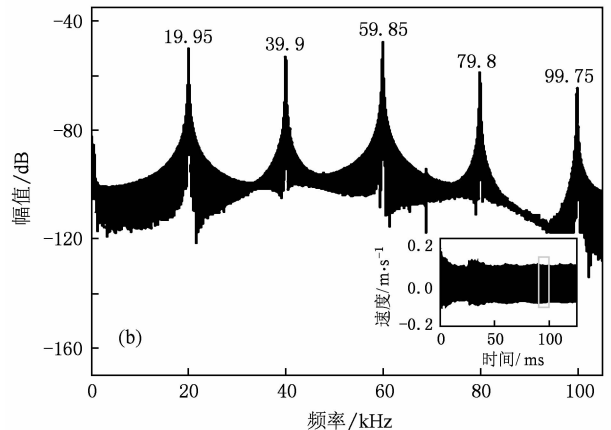
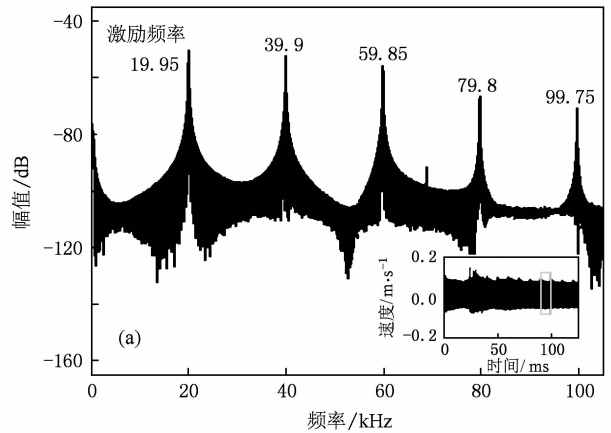


图 2 超声脉冲(19.95 kHz)激励下不锈钢板(200 mm \times 100 mm \times 4.5 mm)的超谐波振动. 内插图为速度波形. (a) 变幅杆与不锈钢板间使用软橡胶作为耦合材料, (b) 变幅杆与不锈钢板直接接触

谐波共振现象也说明在变幅杆与钢板直接接触时, 变幅杆与钢板之间的高频碰撞振动效应将有更显著的作用, 因此在下面的实验中均不使用耦合材料。

2.2. 次谐波振动

当钢板的厚度相对较小时, 在实验中可以观察到次谐波振动现象. 图 3(a) 为尺寸 $200\text{ mm} \times 100\text{ mm} \times 2.5\text{ mm}$ 且四角固定的不锈钢板的次谐波振动波形(内插图)和频谱. 从图 3(a) 的内插图可以看出, 在振动过程中钢板的速度迅速增大并达到稳定状态. 图 3(a) 中的频率谱是根据内插图中稳定的速度波形(80—90 ms) 计算得到. 从图 3(a) 可以看到: 在稳定的板振动阶段出现 $1/9$ 阶次谐波振动, 包含激励频率 f_0 (19.95 kHz) 的 $1/9, 2/9, \dots, 7/9, 8/9$ 倍的次谐波成分, 次谐波幅值以中心频率 $f_0/2$ (9.975 kHz) 对称分布. 除了基波 f_0 外, 幅值最强的次谐波频率为 2.21 kHz ($f_0/9$) 和 17.74 kHz ($8f_0/9$), 其幅值可能超出基波的幅值, 且两个对称次谐波频率之和等于激励频率.

为研究次谐波频谱随时间的变化, 将图 3(a) 内插图的速度波形作短时傅里叶变换 (short-time Fourier transform, 简记为 STFT)^[18], 即依次取振动速度波形中 5 ms 时间段的信号进行傅里叶变换, 将得到的频谱幅值用灰度的方式显示, 如图 3(b) 所示. 从图 3(b) 我们可以清楚地看到各频率出现的次序. 当超声波脉冲开始激励后, 钢板即以 19.95 kHz 的基频受迫振动并且其幅值在激励过程中保持不变. 其后, 最先出现并且幅值最强的次谐波频率为 2.21 和 17.74 kHz, 在这对次谐波出现约 10 ms 达到饱和以后, 其他次谐波频率成分依次出现, 但其幅值远小于最先出现的次谐波. 图 3(c) 给出了超声激励停止后钢板的振动频谱分布, 可以看到当超声激励停止作用时, 钢板的受迫振动成分 (19.95 kHz) 消失, 出现频率为 2.29, 4.64 和 17.80 kHz 的振动, 可推断其为测试系统的固有振动频率, 而最强的次谐波频率 2.21, 4.42 和 17.74 kHz 就出现在这些固有振动频率附近.

此外, 当钢板的尺寸和固定条件改变时, 次谐波振动的阶数可能不同. 如在同样边界条件下 (四角固定), 对于尺寸为 $200\text{ mm} \times 100\text{ mm} \times 2\text{ mm}$ 的不锈钢板出现 $1/10$ 阶次谐波振动.

与力学系统中一些常见的低阶 ($1/2, 1/3, 1/4$

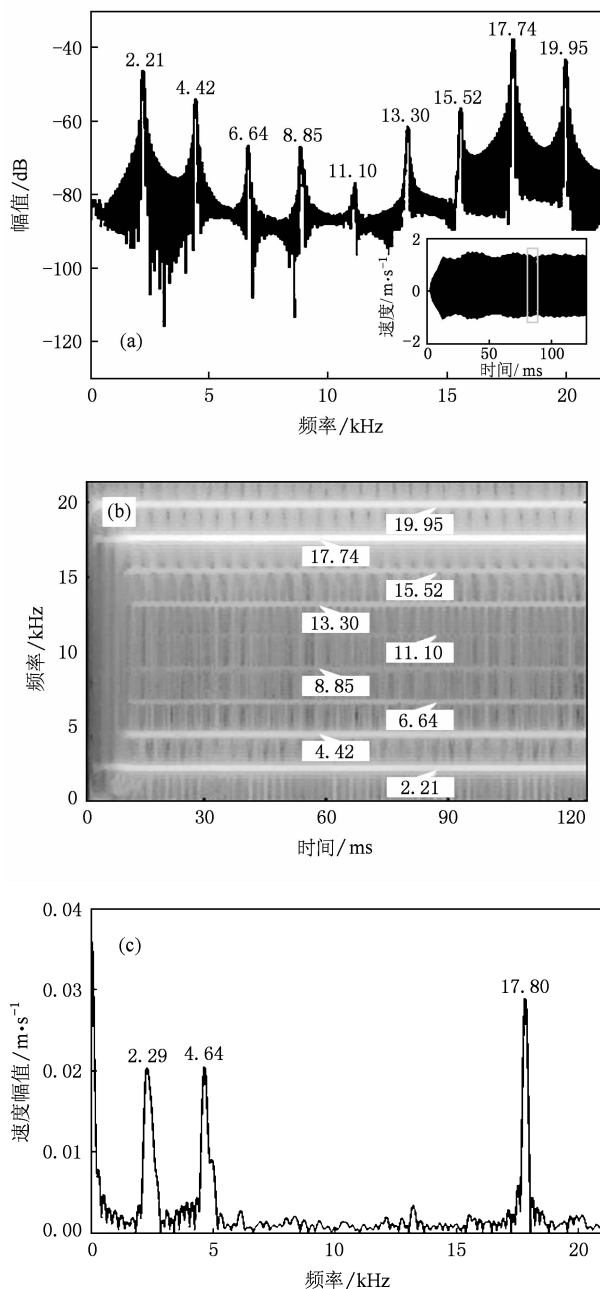


图 3 超声脉冲 (19.95 kHz) 激励下不锈钢板 ($200\text{ mm} \times 100\text{ mm} \times 2.5\text{ mm}$) 的次谐波振动 (a) 频谱, 内插图为速度波形; (b) 随时间变化的频谱; (c) 超声激励停止后不锈钢板的振动速度频谱

等) 次谐波振动相比^[19], 在本实验中观察到的次谐波振动有一些独特的特征: 如次谐波阶数 ($1/9, 1/10, 1/12$ 等) 高、幅值分布呈对称性等. 与超谐波振动相比, 次谐波振动的出现意味着更强非线性振动 (强碰撞接触作用) 出现. 此外, 次谐波现象在超谐波的频段范围仍然出现, 即超次谐波响应 (ultrasubharmonics), 但超次谐波的幅值较小.

2.3. 准次谐波振动

除了一般意义上的次谐波振动外,在实验中还观察到了钢板反常的次谐波(称为准次谐波)振动现象^[12].图4给出了一个典型的准次谐波振动速度波形和频谱,所使用的不锈钢板尺寸为 $200\text{ mm} \times 100\text{ mm} \times 2\text{ mm}$ 、且只有沿着长边的两角固定在支架上.与四角固定的条件相比,两角固定的钢板约束较少,更容易出现复杂的运动.与次谐波振动相似,图4(a)的速度波形可分成两个阶段,板的振动幅值逐渐增加并达到饱和状态.而图4(a)的准次谐波振动频谱与上面提到的次谐波振动频谱有明显不同的特征.准次谐波频率与激励频率不能构成简单的整数比关系,并且相邻频率间隔可能不等.同时,在准次谐波频谱中同样可发现倍频现象(如 7.54 kHz 和 11.31 kHz 分别是 3.77 kHz 的两倍和三倍关系);还发现满足对称性分布(以中心频率 $f_0/2 = 9.945\text{ kHz}$ 对称分布),也就是对称频率对(如 3.77 kHz 和 16.12 kHz , 7.54 kHz 和 12.35 kHz)之和等于激励频率 19.89 kHz .此外,从图4(a)还可以看到,幅值最强的准次谐波振动频率为 3.77 kHz 和 16.12 kHz .

同样利用STFT变换得到了准次谐波随时间变化的关系,如图4(b)所示.从图4(b)可以看到,最早出现的准次谐波频率对为幅值最强的准次谐波(频率为 3.77 kHz 和 16.12 kHz),其中 3.77 kHz 处的准次谐波略先于 16.12 kHz 处激发出来.在出现约 40 ms 达到饱和后,其他准次谐波依次出现,但其幅值均较小.同样,对超声激励终止后钢板样品的振动频谱进行了分析,如图4(c)所示.从图4(c)可以看出,当超声波激励源停止作用后,钢板样品的受迫振动也很快消失;然而却产生频率为 3.89 kHz 的振动,它的幅值较大,此频率(3.89 kHz)即为测试系统的固有振动频率.由于准次谐波成分 3.77 kHz 接近此固有频率,导致准次谐波共振现象的出现.此外, 16.12 kHz 处较大幅值的准次谐波成分是由于受迫振动 19.89 kHz 与准次谐波成分 3.77 kHz 差频作用而产生.

在实验中,当钢板的尺寸和固定条件改变时也观察到了其他阶次的不同频率分布的准次谐波现象,而且当钢板的约束较少或者面积较大时,准次谐波振动现象更容易出现.而从实验观察可知,变幅杆与钢板样品之间的非稳定间歇性接触可能是

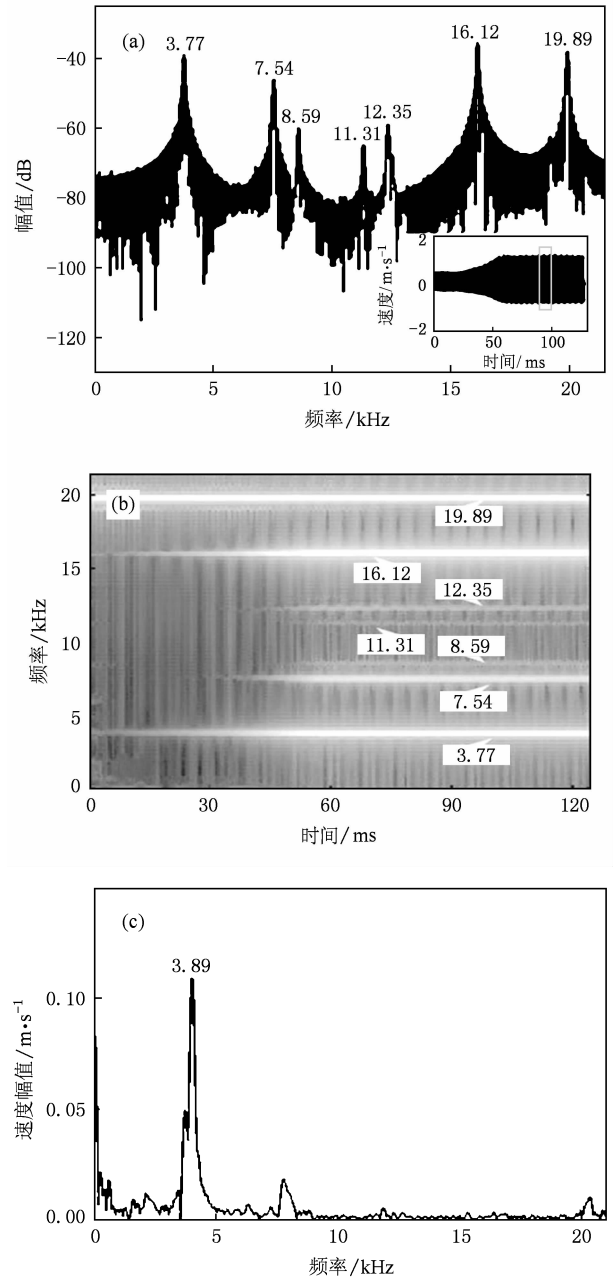


图4 超声脉冲(19.89 kHz)激励下不锈钢板($200\text{ mm} \times 100\text{ mm} \times 2\text{ mm}$)的准次谐波振动 (a) 频谱,内插图为速度波形; (b) 随时间变化的频谱; (c) 超声激励停止后不锈钢板的振动速度频谱

导致准次谐波振动的原因.此外,与次谐波现象类似,准次谐波现象也出现在超谐波的频率范围.

2.4. 混沌振动

除了超谐波、次谐波以及准次谐波振动外,在实验中还观察到钢板的混沌振动现象.图5是尺寸为 $200\text{ mm} \times 20\text{ mm} \times 2\text{ mm}$ 且两短边固定的不锈钢板的混沌振动波形(内插图)以及频谱.从图5可以

看到,混沌振动波形与超谐波、次谐波以及准次谐波振动波形有明显的差别,混沌振动波形有许多尖锐的毛刺.对图 5 的混沌振动波形(90—100 ms)进行频谱分析,可以观察到混沌振动的频谱比次谐波以及准次谐波振动的频谱更加丰富,但峰值分布没有规则,且表现出连续谱的特征.

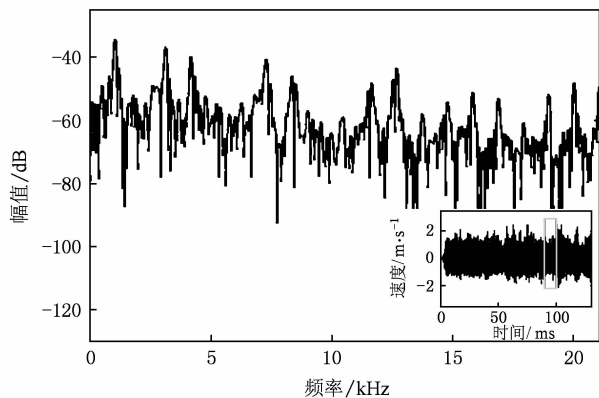


图 5 超声脉冲(19.95 kHz)激励下不锈钢板(200 mm × 200 mm × 2 mm)的混沌振动的频谱 内插图为速度波形

2.5. 相空间重构及分析

相空间分析可用来表征不同的非线性动力学行为^[20],因此对实验中观察到的各种非线性振动现象进行了相空间分析.由于组成相平面或相空间至少需要两个以上的时间序列数据,而在实验中只能得到钢板振动的速度时间序列,因此利用时延的方法从速度时间序列重构相空间^[21—23].其中时延量 T 利用互信息法进行计算,而根据错误最近邻法取嵌入维 m 为 2^[24].然后对速度信号 $v(t)$ 与 $v(t+T)$ 之间的关系作图得到相空间平面图,其中时延 $T = n/f_s = ndt$, $n = 1, 2, \dots$, $dt = 1/f_s$, f_s 为激光测振仪的采样频率.图 6 给出了不同非线性振动状态下的相空间平面,重构所采用的速度时间序列范围均为 90—100 ms.

图 6(a)给出了当换能器变幅杆激励钢板时,利用变幅杆顶端振动速度时间序列重构得到的相空间.图 6(a)中的相平面轨道为一个封闭的椭圆,由此可知变幅杆顶端振动为单频的周期响应;通过相应的频谱分析可知其周期响应的频率为超声激励频率,表明在变幅杆激励钢板时板对变幅杆反作用的影响可以忽略.图 6(b)是利用图 2(b)中的超谐波振动速度波形重构的相空间平面;图 6(b)中的相平面轨道是较为简单的封闭缠绕曲线,表明其响应频率包含与激励频率成倍数关系的超谐波振动频率.图 6(c)是利用图 3(a)中的次谐波振动速度波形重构的相空间平面;虽然存在噪声的干扰,图 6(c)中

相空间平面实质上表现为一系列相互交叠的复杂封闭曲线,表明钢板振动是包含多个频率的高阶次谐波周期振动响应.图 6(d)是利用图 4(a)中的准次谐波振动速度波形重构的相空间;与图 6(c)中的次谐波振动的相空间相比,图 6(d)中的准次谐波相空间曲线显得更加发散,说明准次谐波振动与次谐波振动有明显差别.图 6(e)是利用图 5 中的混沌振动速度波形重构的相空间,表现为一团簇点集并且没有轨道运动特征,表明其为混沌振动.

3. 理论模型和数值计算

3.1. 理论模型

近些年来,碰撞振子(impact oscillator)模型已引入超声加工领域的建模和仿真研究,在模型中超声加工或检测系统的振动-碰撞部件简化为含一定质量、刚度和阻尼的振子,通过合理地选择振子的质量、刚度和阻尼的值可以模拟得到实验中观察到的现象^[9,25—27].在数值模拟中质量块、弹簧和阻尼器三个基本元件描述了系统的惯性、弹性和耗能机制.由于实验中钢板样品的非线性振动主要是由于不锈钢板与变幅杆之间的碰振作用引起,因此,在理论建模时可将钢板简化为承受集中外载荷的质量-弹簧-阻尼体系,即用单自由度体系的振动基本方程来表达.这里采用一个简化的两自由度振动-碰撞动力学模型来模拟实验中的复杂的非线性振动现象,在模型中采用与时间相关的接触力模型来模拟变幅杆与金属板之间的相互作用,如图 7 所示.

在模型中换能器变幅杆和金属板等效为两个振子(质点).换能器变幅杆顶端的振动频率为 Ω 且振幅为 A_0 ,可简化为等效质量为 M_h 并作简谐运动 $A_0 \sin(\Omega t)$ 的质点,其位移为 X_h ;钢板简化为一个受迫振动的弹簧振子,其等效质量为 M_p ,刚度系数为 K_p ,阻尼系数为 C_p ,位移为 X_p .此外, M_h 在一恒力 F_s 的作用下与 M_p 发生振动-碰撞作用,其相互作用过程可利用刚度系数为 K_i 和阻尼系数为 C_i 的阻尼弹簧来描述. M_h 与 M_p 之间距离 $\Delta = X_p - X_h$.

选择合理的接触力模型对于正确解释所观察到的实验现象非常重要,比如曾广泛使用的 Kelvin-Voigt 接触力模型在接触穿透及恢复过程中可能会导致不连续的接触-碰撞力,此外可能出现没有物理

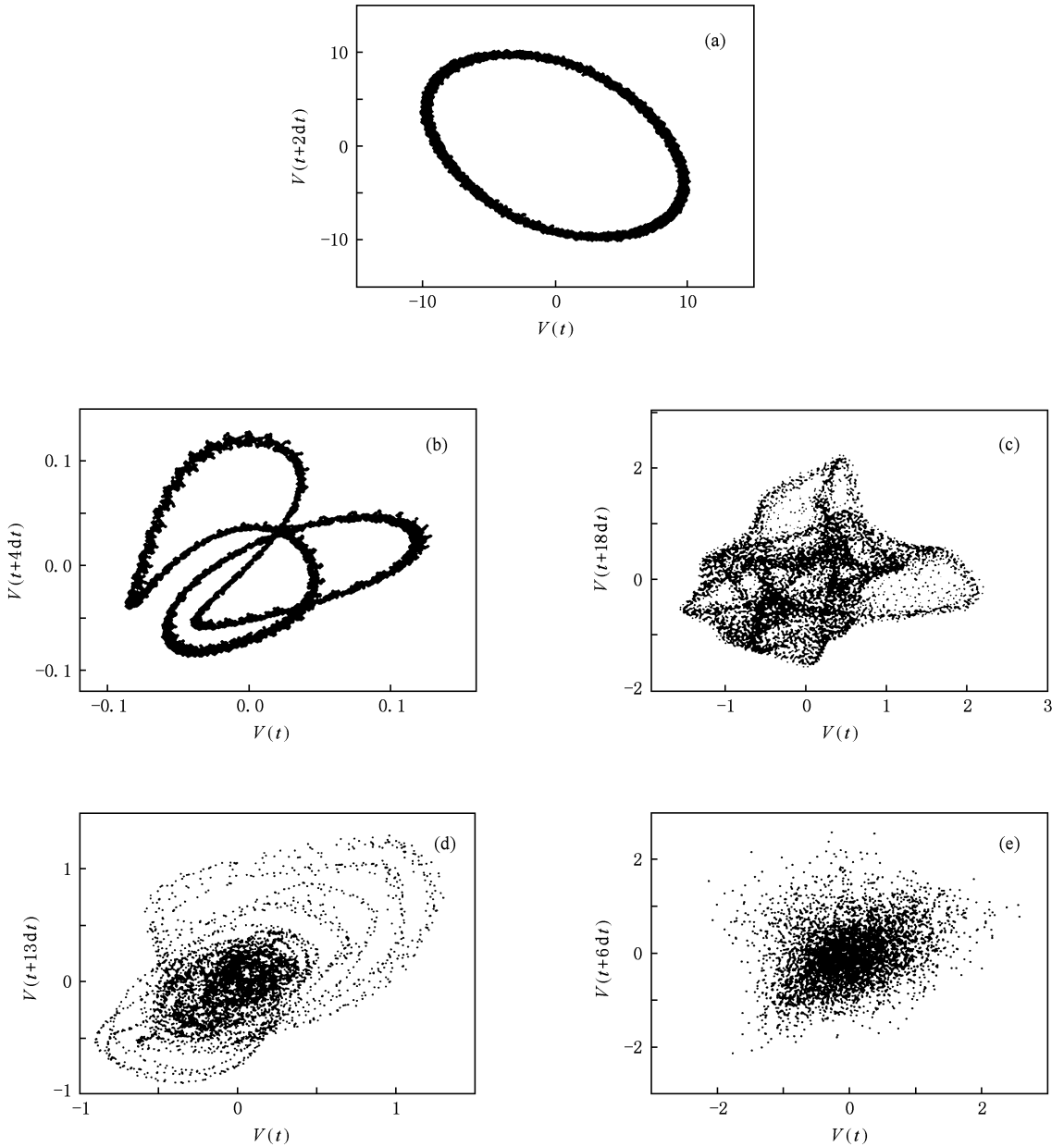


图 6 不同非线性振动状态下重构的相空间平面 (a) 变幅杆顶端振动, (b) 超谐波振动, (c) 次谐波振动, (d) 准次谐波振动, (e) 混沌振动

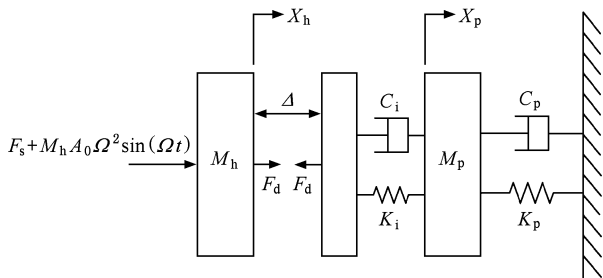


图 7 强超声脉冲激励下金属板振动的理论模型

意义的负接触力,导致不准确的计算结果^[28,29].因此,这里采用包含非线性接触阻尼的接触力模型^[28],确保在接触穿透及恢复过程中接触力的连续变化.在这种假设下,动接触力 F_d 可表示为

$$F_d = K_i(X_h - X_p) + C_i(\dot{X}_h - \dot{X}_p) \quad (\Delta < 0), \quad (1a)$$

$$F_d = 0 \quad (\Delta \geq 0), \quad (1b)$$

其中接触阻尼 $C_i = \lambda(X_h - X_p)$, λ 为非线性阻尼常数.当金属板在换能器激励下运动时, M_h 及 M_p 的运动方程为

$$M_h \ddot{X}_h = F_s + M_h A_0 \Omega^2 \sin(\Omega t) - F_d, \quad (2a)$$

$$M_p \ddot{X}_p = F_d - C_p \dot{X}_p - K_p X_p. \quad (2b)$$

为简化分析及数值计算,对(2)式进行无量纲变换,得到如下无量纲方程:当 $\delta \geq 0$ (δ 为 M_h 与 M_p 之间的归一化间距)时,

$$\ddot{x}_h = \omega^2 (f_0 + \sin \omega \tau), \quad (3a)$$

$$\ddot{x}_p = -2\zeta \dot{x}_p - x_p; \quad (3b)$$

当 $\delta < 0$ ($\delta < 0$ 意味着 M_h 穿透 M_p)时,

$$\begin{aligned} \ddot{x}_h = & \omega^2 (f_0 + \sin \omega \tau) - 2\zeta (\mu_c / \mu_m) (x_h - x_p) \\ & \times (\dot{x}_h - \dot{x}_p) - (\mu_k / \mu_m) (x_h - x_p), \end{aligned} \quad (4a)$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}_p = & 2\mu_c \zeta (x_h - x_p) (\dot{x}_h - \dot{x}_p) \\ & + \mu_k (x_h - x_p) - 2\zeta \dot{x}_p - x_p. \end{aligned} \quad (4b)$$

这里

$$\mu_m = \frac{M_h}{M_p},$$

$$\mu_k = \frac{K_i}{K_p},$$

$$\mu_c = \frac{\lambda a_0}{C_p},$$

$$\zeta = \frac{C_p}{2 \sqrt{K_p M_p}},$$

$$\omega = \frac{\Omega}{\omega_p},$$

$$\tau = \omega_p t,$$

$$x_i = \frac{X_i}{A_0} \quad (i = h, p),$$

$$\delta = \frac{\Delta}{A_0},$$

$$f_0 = \frac{F_s}{M_h A_0 \Omega^2},$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{K_p}{M_p}}.$$

无量纲方程(3)和(4)可通过四阶 Runge-Kutta 方法以及不连续点检测技术进行数值积分求解。在数值计算中,换能器变幅杆振幅 A_0 以及频率 Ω 可直接使用实验中的对应参数 ($A_0 \approx 80 \mu\text{m}$, $\Omega \approx 20 \text{kHz}$);换能器变幅杆的等效质量 M_h 在数值模拟中保持恒定,其值可根据下述公式计算^[30]:

$$\begin{aligned} M_h = & \rho_h S_h \int_0^{l_h} \sin \frac{2\pi}{\lambda_h} x dx \\ = & \rho_h S_h l_h \frac{2}{\pi}, \end{aligned} \quad (5)$$

其中 λ_h 为超声波在变幅杆中的波长, $l = \lambda_h/4$, ρ_h 和 S_h 分别为变幅杆顶端的密度和横截面积。

由于在理论模型中将钢板测试系统等效为受集中外载荷的质量-弹簧-阻尼系统,理论模型中参数的变化实质上反映了实验条件的改变。根据等效体系的动能和变形能与真实体系的动能和变形能相等的原理^[31],板的等效质量 M_p 和等效刚度 K_p 由以下公式确定:

$$M_p = \iint_s \rho_p h_p W^2(x, y) ds / W_m^2, \quad (6a)$$

$$\begin{aligned} K_p = & \iint_s D_p \left[(\nabla^2 W)^2 - 2(1 - \nu_p) \right. \\ & \left. \times \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] ds / W_m^2, \end{aligned} \quad (6b)$$

其中 ρ_p , h_p , D_p 和 ν_p 分别为金属板的密度、厚度、弯曲刚度和泊松比; $W(x, y)$ 为相应的振型函数或动力学响应函数。对于高频载荷下的动力响应问题, $W(x, y)$ 可选择与相应振型相接近的板面函数。而 W_m 为 $W(x, y)$ 中某一确定点的函数值,一般选取为 $W(x, y)$ 的最大值。此外,由于超声激励停止后钢板自由振动中含有的阻尼信息提供了由实验确定钢板振动阻尼参数 C_p 的可能性,因此根据测得的自由振动曲线,通过计算振幅对数衰减率 $\exp(-C_p t / M_p)$ 来确定阻尼参数 C_p 。

另一方面,接触刚度 K_i 以及非线性阻尼常数 λ 与接触面的材料属性、几何形状和接触体的相对速度有关,根据以下公式选取^[28]:

$$K_i = \frac{D_s}{0.475(\sigma_h + \sigma_p)} \left(\sigma_k = \frac{1 - \nu_k^2}{E_k} \quad (k = h, p) \right), \quad (7a)$$

$$\lambda = \frac{3K_i(1 - e^2)}{4(V_1 - V_2)}, \quad (7b)$$

其中 D_s 为变幅杆与板的接触面直径, ν_k 和 E_k 分别为变幅杆和金属板材料的泊松比和弹性模量, V_1 和 V_2 为变幅杆与板样品接触时的相对速度, e 为碰撞弹性恢复系数。

3.2. 数值结果

基于上述非线性动力学模型和理论,对强超声激励下金属板的非线性振动现象进行数值模拟。在数值模拟中,初始条件如下:时间 $t = 0$ 时, $X_h = X_p = \dot{X}_h = \dot{X}_p = 0$ 。需指出的是,虽然公式(5)~(7)提供了模型参数选择的依据,但是计算参数的准确选

取还是有一定困难,特别是实验中钢板边界条件的复杂性,板模型参数更难以确定.在目前的工作中,我们通过公式确定各个参数的大致范围,然后在这个范围内调整模型参数(计算结果对模型参数的选择较为敏感),并模拟实验中观察到的现象,得到了包括超谐波振动、次谐波振动、准次谐波振动以及混沌振动在内的一系列数值结果.通过优化选择,在计算中采用的参数如表 1 所列.

表 1 数值计算时的无量纲参数

非线性振动	μ_m	μ_k	μ_c	ζ	ω	f_0
超谐波	1.800	2.309	2.557	0.381	2.373	0.0182
次谐波	4.500	2.312	5.113	0.301	1.502	0.0091
准次谐波	4.050	3.468	5.129	0.369	1.833	0.0100
混沌	12.000	50.260	73.920	0.165	4.123	0.0142

3.2.1. 超谐波振动

根据表 1 所列参数,得到振子 M_p 的典型的超谐波振动波形和频谱如图 8(a) 所示.从图 8(a) 中可知,其振动频谱中除了基波成分外,还包含多个高次(2 次、3 次和 4 次等)谐波成分,但其高次谐波成分的幅值均小于基波幅值.与图 8(a) 不同,图 8(b) 的计算参数中振子 M_p 的本征频率 ω_p 取为激励频率的三倍频附近,可以看出其振动频谱中高次谐波(3 次谐波)成分的幅值大于基波幅值,表明振子 M_p 出现 3 阶超谐波共振现象,与图 2(b) 的实验结果相似.同时,计算了超谐波振动时 M_h 与 M_p 之间的接触力时间历史,图 8(c) 显示了图 8(a) 中速度波形在时间 89.5—90.0 ms 内的接触力波形.从图 8(c) 可以看到,动接触力 F_d 由一系列的 δ 脉冲组成,并且两相邻的 δ 脉冲的时间间隔等于激励周期.由于周期性的 δ 脉冲可以展开为一系列包含频率为 f_0 , $2f_0$, $3f_0$, \dots , nf_0 的简谐函数,因此在不同参数条件下超谐振动的频率成分均存在.

3.2.2. 次谐波振动

同样,基于选择相应参数(表 1), M_p 会出现次谐波振动现象.图 9 显示了一个 $1/9$ 阶次谐波振动的速度波形(内插图)和对应的频谱,与实验观察到的次谐波振动现象(图 3)相似.我们也计算了时间间隔 87.2—89.2 ms 内的接触力波形,如图 9(b) 所示.从图 9 可知,在接触力随时间的变化过程中接触力幅值除了随激励周期变化以外,还存在另一变化周期,称之为弹跳(bouncing)周期,对应的频率称

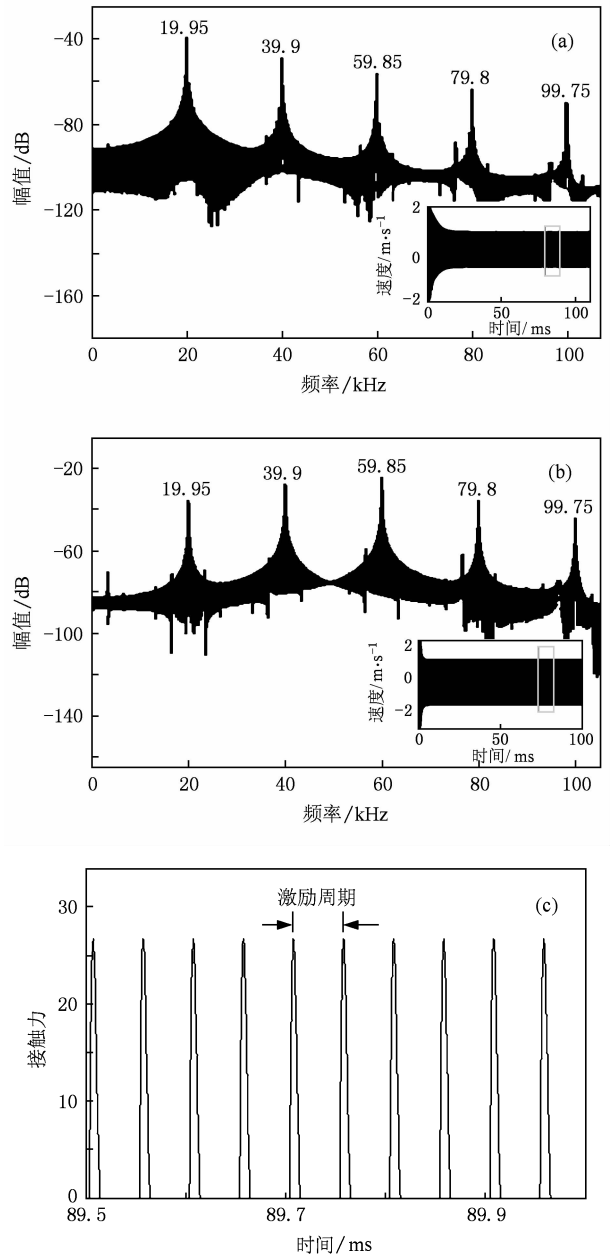


图 8 超声脉冲(19.95 kHz)激励下 M_p 的超谐波振动 (a) 对应于图 2(a) 的频谱和速度波形, (b) 对应于图 2(b) 的频谱和速度波形, (c) 速度波形(89.5—90.0 ms) 的接触力时间历史

为弹跳频率,如图 9(b) 中的弹跳周期为 2.22 kHz.弹跳周期的出现可以解释如下:当 M_h 与 M_p 没有接触时, M_h 在静预紧力 F_s 作用下朝向 M_p 运动,当 M_h 与 M_p 接触碰撞发生, M_h 在反作用力作用下使其从 M_p 上反弹,随后再次发生同样的接触碰撞过程,因此 M_h 出现了反复的弹跳运动(其周期即为弹跳周期),其运动状态与熟知的跳球(bouncing ball)现象有一定相似性^[32,33].通过与次谐波振动的实验结果

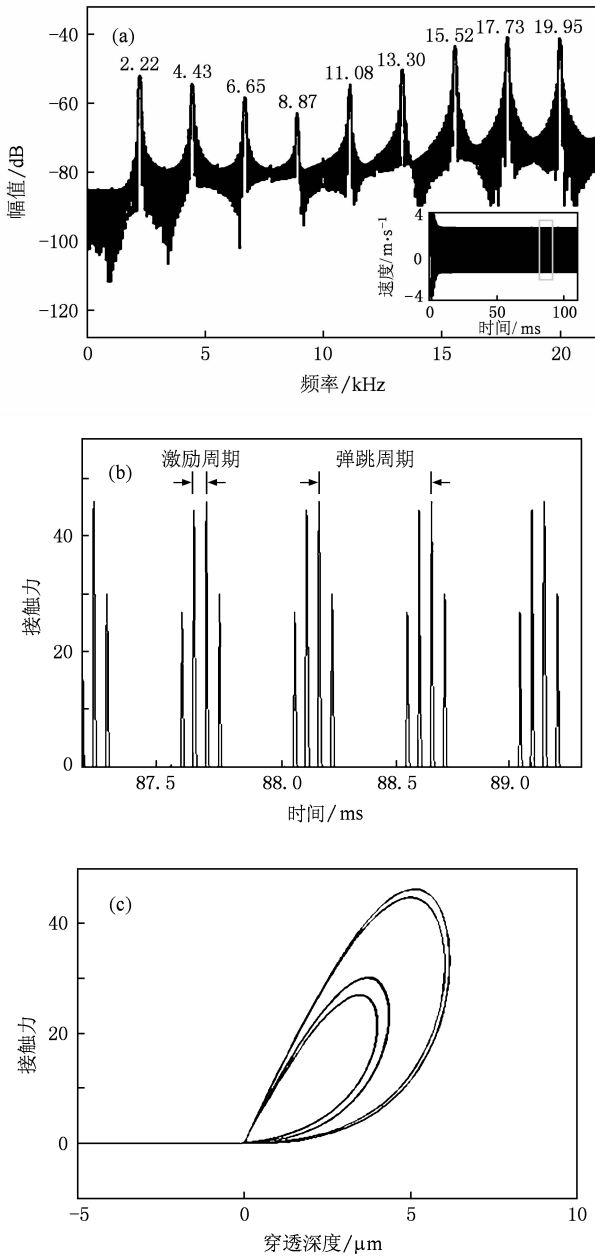


图9 超声脉冲(19.95 kHz)激励下振子 M_p 的次谐波振动
(a) 频谱,内插图为速度波形;(b) 速度波形(87.2—89.2 ms)的接触力时间历史;(c) 接触力与穿透深度的关系

比较,可以得知图9(b)中的弹跳频率为2.22 kHz,非常接近图3中首先出现的次谐波频率(2.21 kHz),因此可以推断 M_h 的重复弹跳运动(或称为 M_h 与 M_p 之间的间歇性接触碰撞振动)是次谐波振动出现的原因。

计算表明,当出现如图9(a)中稳定的次谐波运动时,可得到 M_h 与 M_p 之间的接触力与穿透深度($X_h - X_p$)之间的关系如图9(c)所示。图9(c)中不同的封闭曲线代表了图9(b)中不同幅值的接触力

脉冲。从图9(c)可以清楚地看出,随着穿透深度的增加,接触力增加,反之亦然;而且接触力始终为正,克服了 Kelvin-Voigt 接触模型可能会出现没有物理意义的负接触力的缺点。此外,接触力曲线连续且闭合,即从刚开始接触时接触力为零,到最后接触脱离时接触力返回零。因此,接触力模型是合理的。

3.2.3. 准次谐波振动

类似地,通过选择如表1所列的模型参数,可以计算得到与实验结果(图4)相似的准次谐波振动现

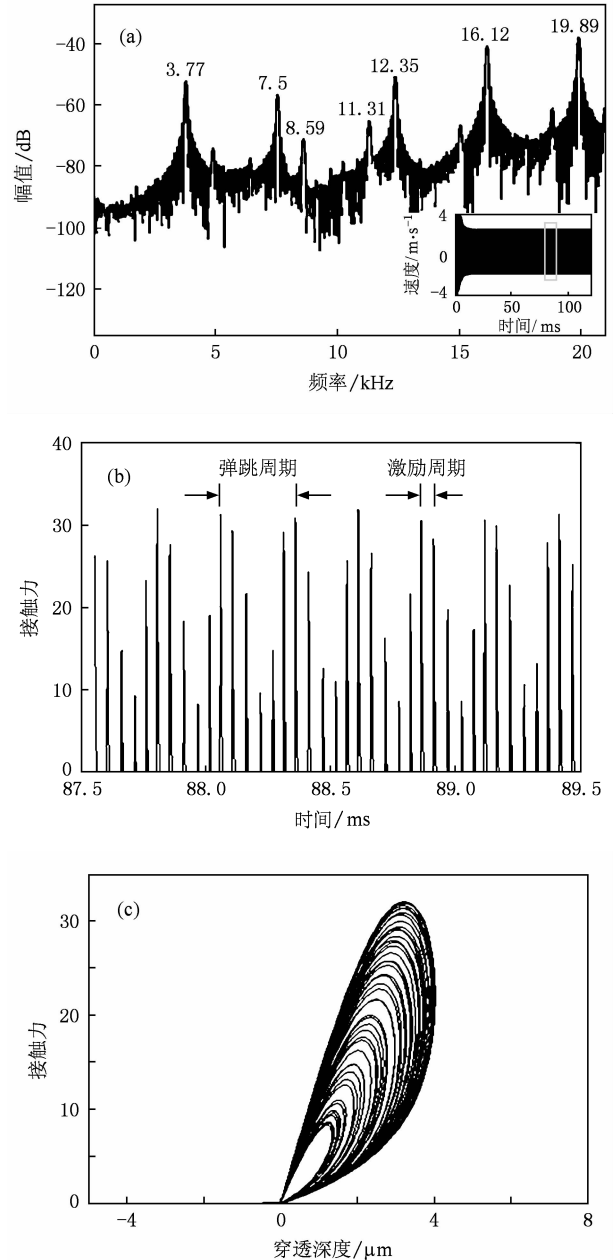


图10 超声脉冲(19.89 kHz)激励下振子 M_p 的准次谐波振动
(a) 频谱,内插图为速度波形;(b) 速度波形(87.2—89.2 ms)的接触力时间历史;(c) 接触力与穿透深度的关系

象,如图 10 所示. 图 10(a) 显示了计算得到的准次谐波振动速度波形以及相应的频谱,可以看到其频谱特征(如非等间距性、倍频性以及对称性)与实验结果一致. 图 10(b) 给出了振动波形稳定阶段(87.5—89.5 ms)的接触力时间历史,与图 9(b) 相比较可知,变幅杆弹跳运动的周期明显不同(图 10(b) 中的弹跳运动周期比图 9(b) 更短). 此外,图 10(b) 中弹跳运动周期所对应的弹跳频率为 3.77 kHz,与图 10(a) 以及图 4 中出现最早且幅值最强的准次谐波频率相同. 同时,图 10(c) 给出了准次谐波振动时接触力与穿透深度之间的关系. 与次谐波振动时的图 9(c) 相比,图 10(c) 中封闭曲线更多更密集,说明在准次谐波振动时在不同的激励周期内接

触力幅值并不是很稳定,相反会出现一定的波动. 因此,与次谐波振动相比,准次谐波振动可能是一种相对不稳定的现象.

3.2.4. 混沌振动

此外, M_p 的混沌振动行为也可计算得到. 图 11 给出了计算得到典型的混沌振动波形、振动频谱以及相应的接触力时间历史,其计算参数亦如表 1 所列. 从图 11(a) 可以看出,计算获得的混沌振动波形并不光滑且具有随机运动的特征,其振动频谱的频率响应非常丰富并且几乎是连续分布,与混沌振动的实验结果(图 5) 相似. 从图 11(b) 中的接触力历史(87.4—90.0 ms) 中可以看出,对于混沌振动,其接触力不稳定且没有周期性.

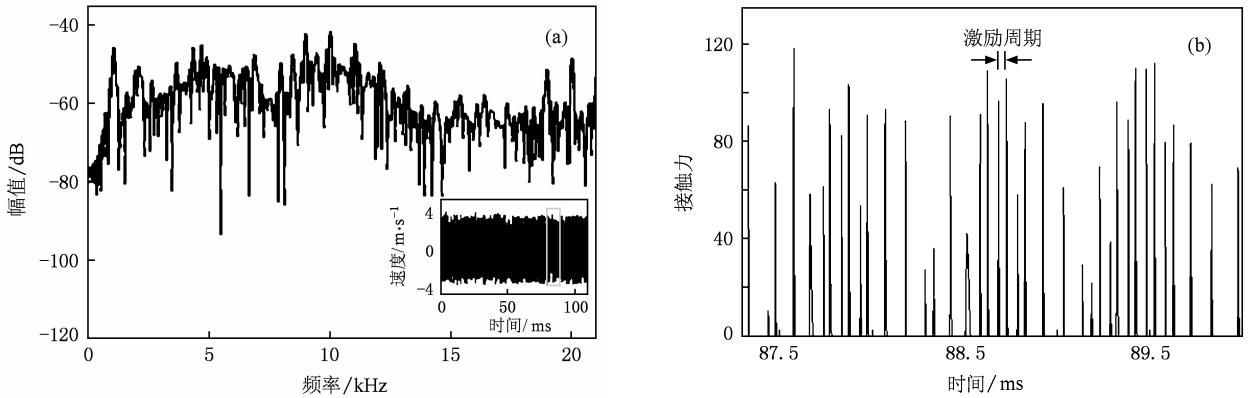


图 11 超声脉冲(19.95 kHz)激励下振子 M_p 的混沌振动 (a) 频谱,内插图为速度波形; (b) 速度波形(87.2—90.0 ms)的接触力时间历史

3.2.5. Poincaré 截面分析

为进一步理解这些不同的非线性动力学现象,对振动-碰撞系统的 Poincaré 映射进行了研究. 取 M_h 与 M_p 之间的碰撞面作为 Poincaré 截面(映射点为速度 \dot{X}_p 和位移 X_p 在截面上的位置)^[34], 计算不同非线性振动条件下的 Poincaré 映射如图 12 所示.

对于图 8 中 M_p 的超谐振动,图 12(a) 中显示为两个分离的不动点,对应于刚接触时刻以及刚分离时刻的位置,表明出现超谐振动时,不同激励周期的碰撞点位置不变,而超谐振动的出现是由于接触力波形畸变所致. 对于图 9 中的次谐波振动,对应的图 12(b) 中 Poincaré 映射表现为一系列的分离映射点. 根据 Poincaré 理论^[34], 这些分离的映射点表明在不同的激励周期,振子 M_h 冲击 M_p 时可能发生在

不同的位置,导致金属板振动中次谐波的出现. 对于图 10 中的准次谐波振动,对应的图 12(c) 中 Poincaré 映射表现为几乎连续封闭的曲线,表明准次谐波振动可能是一种准周期振动^[34]. 对于图 11 中 M_p 的混沌振动,其 Poincaré 映射表现为几何分形结构,从另外一方面说明 M_p 的混沌振动是由于振子 M_h 与 M_p 之间不规则碰撞接触所致. 这说明 Poincaré 映射图的分析结果与上述计算得到的不同非线性振动的频谱特征是一致的.

最后需要指出的是,即使目前的模型较为简单,通过使用不同的模型参数可以计算得到实验中不同的非线性振动现象,并可以给出合理的解释. 由此说明,模型中参数的变化可以较好地反映实验中不同非线性振动条件的变化.

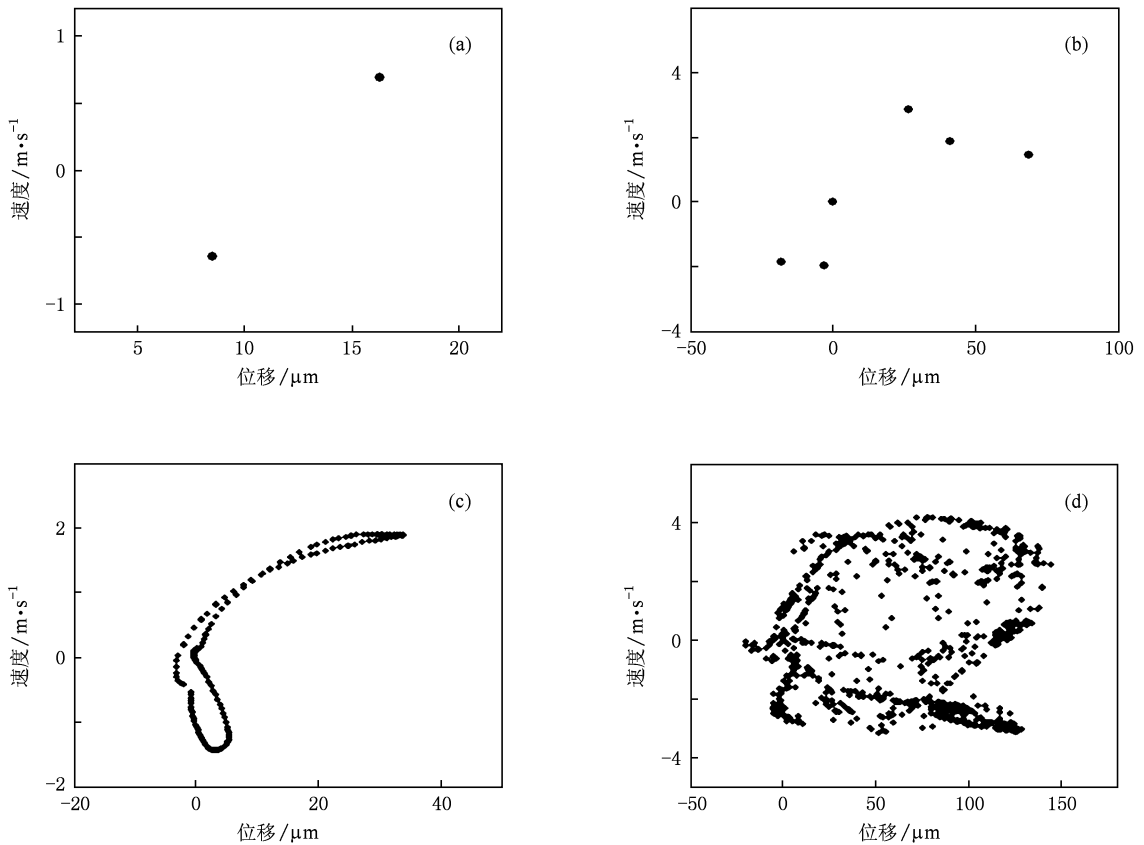


图 12 非线性振动-碰撞系统 Poincaré 映射图 (a) 超谐波振动, (b) 次谐波振动, (c) 准次谐波振动, (d) 混沌振动

4. 结 论

在实验中观察到强超声脉冲作用下金属板中出现复杂的非线性振动现象, 包括超谐波振动、次谐波振动、准次谐波振动以及混沌振动等. 实验中观察到, 当变幅杆与钢板间不使用耦合材料时, 由于强烈的振动-碰撞效应导致金属板中强非线性振动的产生. 此外, 实验结果表明, 在不同的实验条件下(如金属板的不同固定边界条件以及不同尺寸等), 将会出现不同类型的非线性振动现象. 当金属板较厚时, 板的振动幅值较小, 只会出现超谐波振动; 而当金属板较薄时会出现次谐波振动, 其中若处于振动不稳定状态则会出现准次谐波振动; 当金

属板的长宽比很大时, 则可能会出现混沌振动.

为了解释观察到的非线性现象, 利用简化的两自由度振动-碰撞动力学模型进行了相应的数值仿真. 通过合理地选择参数, 可以计算得到与实验结果相似的超谐波、次谐波、准谐波以及混沌振动现象. 根据数值结果分析, 换能器变幅杆与金属板之间复杂的间歇性接触作用, 是金属板复杂非线性振动的主要原因. 虽然目前的理论模型较为简单, 但实际上动力学模型中参数值的变化反映了实验条件的改变, 同时, 仿真结果也能很好地重现实验现象, 因而说明该模型是有效的. 本文的实验和理论结果有助于理解超声加工以及检测中的非线性现象, 从而为进一步优化其处理及检测过程提供理论基础.

[1] Sathyamoorthy M 1987 *Appl. Mech. Rev.* **40** 1553

[2] Qiu J, Feng Z C 2000 *Comput. Struct.* **75** 491

[3] Wang D X, Zhang J W, Wu R H 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6741

(in Chinese) [王旦霞、张建文、吴润衡 2008 物理学报 **57** 6741]

[4] Amabili M 2008 *Nonlinear Vibrations and Stability of Shells and*

- Plates* (New York: Cambridge University)
- [5] Astashev V K, Babitsky V I 2007 *Ultrasonic Processes and Machines: Dynamics, Control and Applications* (Berlin: Springer-Verlag)
- [6] Bao X Q, Bar-Cohen Y, Chang Z S, Dolgin B P, Sherrit S, Pal D S, Du S, Peterson T 2003 *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control.* **50** 1147
- [7] Song A J, Han L 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3820 (in Chinese) [宋爱军、韩雷 2007 物理学报 **56** 3820]
- [8] Favro L D, Han X Y, Ouyang Z, Sun G, Sui H, Thomas R L 2000 *Rev. Sci. Instrum.* **71** 2418
- [9] Wiercigroch M, Neilson R D, Player M A 1999 *Phys. Lett. A* **259** 91
- [10] Han X Y, Zeng Z, Li W, Islam M S, Lu J P, Loggins V, Yitamben E, Favro L D, Newaz G, Thomas R L 2004 *J. Appl. Phys.* **95** 73792
- [11] Han X Y, Loggins V, Zeng Z, Favro L D, Thomas R L 2004 *Appl. Phys. Lett.* **85** 1332
- [12] Zheng K, Zhang S Y, Chen Z J, Fan L, Zhang H 2008 *Appl. Phys. Lett.* **92** 221902
- [13] Babitsky V I, Krupenin V L 2001 *Vibrations of Strongly Nonlinear Systems* (Berlin: Springer-Verlag)
- [14] Wiercigroch M, Dekraker B 2000 *Applied Nonlinear Dynamics and Chaos of Mechanical Systems with Discontinuities* (Singapore: World Scientific)
- [15] Zhang Q C, Wang W, He X J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5384 (in Chinese) [张琪昌、王炜、何学军 2008 物理学报 **57** 5384]
- [16] Wang L, Xu W, Li Y 2008 *Chin. Phys. B* **17** 2446
- [17] Twiefel J, Potthast C, Mracek M, Hemsell T, Sattel T, Wallaschek J 2008 *J. Electroceram.* **20** 209
- [18] Lauterborn W, Cramer E 1981 *Phys. Rev. Lett.* **47** 1445
- [19] Gong Y J, Zhang D, Xi X Y, Gong X F, Liu Z 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 7051 (in Chinese) [龚燕君、章东、郗晓宇、龚秀芬、刘政 2007 物理学报 **56** 7051]
- [20] Wang W J, Lin R M 2003 *J. Sound Vib.* **259** 1
- [21] Packard N H, Crutchfield J P, Farmer J D, Shaw R S 1980 *Phys. Rev. Lett.* **45** 712
- [22] Takens F 1981 *Dynamical Systems and Turbulence, Lecture Notes in Mathematics* (Berlin: Springer) p366
- [23] Yang S Q, Jia C Y 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2452 (in Chinese) [杨绍清、贾传炎 2002 物理学报 **51** 2452]
- [24] Oh K, Nayfeh A H 1996 *Nonlin. Dynam.* **11** 143
- [25] Babitsky V I 1998 *Theory of Vibro-Impact Systems and Applications* (Berlin: Springer)
- [26] Ibrahim R A 2009 *Vibro-Impact Dynamics: Modeling, Mapping and Application* (Berlin: Springer-Verlag)
- [27] Potthast C, Twiefel J, Wallaschek J 2007 *J. Sound Vib.* **308** 405
- [28] Marhefka D W, Orin D E 1996 *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation* (Vol. 2) (Minneapolis: IEEE) p1662
- [29] Von Groll G, Ewins D J 2002 *J. Vib. Acoust.* **124** 350
- [30] Ganiev M M 2008 *Russ. Aeronaut.* **51** 56
- [31] Cao Z Y 1989 *Vibration Theory of Plates and Shells* (Beijing: China Railway Publishing House) p150 (in Chinese) [曹志远 1989 板壳振动理论 (北京: 中国铁道出版社) 第 150 页]
- [32] Holmes P J 1982 *J. Sound Vib.* **84** 173
- [33] Jiang Z H, Liu X Y, Peng Y J, Li J W 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5692 (in Chinese) [姜泽辉、刘新影、彭雅晶、李建伟 2005 物理学报 **54** 5692]
- [34] Luo G W, Me J H, Zhu X F, Zhang J G 2008 *Chaos Soliton Fract.* **36** 1340

Nonlinear vibration in metal plate excited by high-power ultrasonic pulses^{*}

Chen Zhao-Jiang Zhang Shu-Yi[†] Zheng Kai

(Key Laboratory of Modern Acoustics of Ministry of Education, Institute of Acoustics, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

(Received 9 September 2009; revised manuscript received 12 October 2009)

Abstract

Nonlinear vibration phenomena including superharmonics, subharmonics, quasi-subharmonics and chaos in metal plate excited by intensive ultrasonic pulses are studied experimentally and theoretically. In the experiments, the plates are excited by the ultrasonic pulse modulated high frequency vibration, and the nonlinear vibration velocities of the plates are measured by laser vibrometer for different sizes and fixing conditions of the plates. The analysis of time series, frequency spectrum and phase space are also performed to characterize the nonlinear vibration of the plate. According to the experimental conditions, a vibro-impact model with nonlinear contact damping is presented to explore the generation mechanism of the complicated nonlinear vibration in the plate. In the dynamic model, the intermittent vibro-impact between the ultrasonic transducer horn and plate are considered as the main source for generating the strongly nonlinear vibration in the plate. The numerical calculation results are in agreement with the observed experimental phenomena.

Keywords: nonlinear plate vibration, intensive ultrasonic pulse excitation, vibro-impact dynamics

PACC: 4340, 4325, 4335

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10574073).

[†] Corresponding author. E-mail: zhangsy@nju.edu.cn