

# 两个 V 型三能级原子系统的纠缠突然死亡与复苏\*

魏 巧<sup>1)2)</sup> 鄢 嫣<sup>1)</sup> 李高翔<sup>1)†</sup>

1) (华中师范大学物理科学与技术学院, 武汉 430079)

2) (武汉工程大学理学院, 武汉 430073)

(2009 年 10 月 16 日收到; 2009 年 11 月 2 日收到修改稿)

研究了在真空辐射场作用下, 两个 V 型三能级原子系统的纠缠随时间的演化特性. 发现当两原子间距较远, 自发辐射会导致纠缠退化, 甚至导致纠缠突然死亡, 而原子激发态衰变的速率会影响纠缠死亡的时间; 当两原子间距非常小, 由于原子间的合作效应, 死亡后的纠缠会在一段时间后复苏, 初始的纠缠和复苏的纠缠由不同的原因引起.

**关键词:** 纠缠突然死亡, 纠缠突然复苏, 合作效应

**PACC:** 0367, 4250

## 1. 引 言

退相干和退纠缠<sup>[1-4]</sup>一直是量子纠缠动力学<sup>[5-9]</sup>研究的热点, 原子体系与环境相互作用导致的自发辐射会引起纠缠退化. 2004 年, Yu 等<sup>[10, 11]</sup>在研究退相干对纠缠的影响时发现, 初始处于纠缠态的两个二能级原子, 分别与独立真空库相互作用时, 原子间的纠缠经过一小段时间后完全消失, 这个时间比单个原子与真空库相互作用发生退相干的时间短得多, 他们将这种现象称为“纠缠的突然死亡”. 之后, Ficek 等<sup>[12, 13]</sup>发现, 将两个二能级原子耦合到一个真空场中, 纠缠不但会出现突然死亡, 一段时间后还会死而复生. 而对于初始时没有纠缠的两个二能级原子, 通过自发辐射, 一段时间后又会发生纠缠, 即纠缠的延迟复苏现象. 近年来, 人们对不同体系的纠缠死亡及复苏现象进行了研究<sup>[14-19]</sup>与展望<sup>[20]</sup>.

另一方面, Derkacz 等<sup>[21, 22]</sup>将纠缠动力学的研究从二维拓展到三维, 研究了两个三能级原子系统的纠缠演化, 先后讨论了一对置于腔中的近距和远距 V 型三能级原子的纠缠演化现象, 发现对于远距系统, 受激原子的自发辐射引起退纠缠, 原子内跃迁的速率会影响退纠缠过程. 对于近距系统, 他们主要分析了纠缠演化的渐进态, 发现初始时处于分

离态的两原子, 由于集体衰减效应, 会在渐进态时产生强烈而稳定的纠缠. 最近, Zhou 等<sup>[23]</sup>讨论了该系统中自发产生纠缠的问题, 发现在非相干抽运的作用下可以建立稳态自发纠缠.

本文研究了在真空辐射场作用下, 两个 V 型三能级原子系统的纠缠随时间的演化特性. 结果表明, 当两原子间距较远, 即两原子间彼此独立, 此时在真空辐射场的作用下, 原子间的纠缠经过一段时间会出现突然死亡现象; 而当两原子间距非常小, 原子间由于真空辐射场诱导的合作效应会出现纠缠在死亡后又突然复苏的现象. 另外, 我们还讨论了纠缠死亡与复苏和系统初态以及原子激发态衰变速率之间的关系.

## 2. 模型与方程

考虑两个全同的 V 型三能级原子(A 和 B)构成的系统, 将其置于同一个真空腔中, 每个原子有两个近简并的激发态  $|e\rangle$ ,  $|a\rangle$  和一个基态  $|g\rangle$ , 如图 1 所示. 原子内部可以通过自发辐射产生由  $|e\rangle \rightarrow |g\rangle$  和  $|a\rangle \rightarrow |g\rangle$  的电偶极跃迁, 自发辐射率分别为  $\gamma_1, \gamma_2$ , 且跃迁偶极矩相互垂直, 而  $|e\rangle$ ,  $|a\rangle$  之间是电偶极跃迁禁戒的.

当两原子间距  $R$  较大, 此时两原子可以看作是彼此独立的两个原子, 分别在真空辐射场作用下发

\* 国家自然科学基金(批准号:60878004)和高等学校博士学科点专项科研基金(批准号:200805110002)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: gaox@phy.ccnu.edu.cn

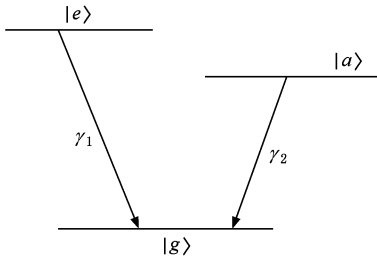


图 1 V 型三能级原子能级结构

生自发辐射. 这时, 两原子系统的主方程可以写成<sup>[24]</sup>

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} = & \frac{1}{2}\gamma_1(2\sigma_{ge}^A\rho\sigma_{eg}^A - \sigma_{ee}^A\rho - \rho\sigma_{ee}^A) \\ & + \frac{1}{2}\gamma_2(2\sigma_{ga}^A\rho\sigma_{ag}^A - \sigma_{aa}^A\rho - \rho\sigma_{aa}^A) \\ & + \frac{1}{2}\gamma_1(2\sigma_{ge}^B\rho\sigma_{eg}^B - \sigma_{ee}^B\rho - \rho\sigma_{ee}^B) \\ & + \frac{1}{2}\gamma_2(2\sigma_{ga}^B\rho\sigma_{ag}^B - \sigma_{aa}^B\rho - \rho\sigma_{aa}^B), \quad (1) \end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned} \sigma_{kl}^A = & \sigma_{kl} \otimes I_3, \quad \sigma_{kl}^B = I_3 \otimes \sigma_{kl} \\ (k, l = & e, a, g), \quad (2) \end{aligned}$$

$\sigma_{kl}^\mu$  是从  $|k_\mu\rangle$  到  $|l_\mu\rangle$  ( $\mu = A, B$ ) 的跃迁算符.

当原子间距  $R$  非常小, 可以与自发辐射波长相比, 此时两原子之间可以通过交换自发发射的光子而耦合, 两原子所满足的主方程可写为<sup>[25]</sup>

$$\frac{d\rho}{dt} = (L^A + L^B + L^{AB})\rho, \quad (3)$$

式中,

$$\begin{aligned} L^\mu\rho = & \frac{1}{2}\gamma_1(2\sigma_{ge}^\mu\rho\sigma_{eg}^\mu - \sigma_{ee}^\mu\sigma_{ge}^\mu\rho - \rho\sigma_{ee}^\mu\sigma_{ge}^\mu) \\ & + \frac{1}{2}\gamma_2(2\sigma_{ga}^\mu\rho\sigma_{ag}^\mu - \sigma_{aa}^\mu\sigma_{ga}^\mu\rho - \rho\sigma_{aa}^\mu\sigma_{ga}^\mu), \\ L_{AB}\rho = & \frac{1}{2}\Gamma_{eg}(2\sigma_{ge}^A\rho\sigma_{eg}^B - \sigma_{eg}^B\sigma_{ge}^A\rho \\ & - \rho\sigma_{eg}^B\sigma_{ge}^A + 2\sigma_{ge}^B\rho\sigma_{eg}^A - \sigma_{eg}^A\sigma_{ge}^B\rho - \rho\sigma_{eg}^A\sigma_{ge}^B) \\ & + \frac{i}{2}\Omega_{eg}[\sigma_{eg}^A\sigma_{ge}^B + \sigma_{eg}^B\sigma_{ge}^A, \rho] \\ & + \frac{1}{2}\Gamma_{ag}(2\sigma_{ga}^A\rho\sigma_{ag}^B - \sigma_{ag}^B\sigma_{ga}^A\rho - \rho\sigma_{ag}^B\sigma_{ga}^A \\ & + 2\sigma_{ga}^B\rho\sigma_{ag}^A - \sigma_{ag}^A\sigma_{ga}^B\rho - \rho\sigma_{ag}^A\sigma_{ga}^B) \\ & + \frac{i}{2}\Omega_{ag}[\sigma_{ag}^A\sigma_{ga}^B + \sigma_{ag}^B\sigma_{ga}^A, \rho], \end{aligned}$$

这里  $\mu = A, B$ ,  $\Gamma_{jg}$  和  $\Omega_{jg}$  ( $j = e, a$ ) 分别表示原子之间相互作用的集体衰减率和偶极-偶极相互作用强

度. 为了计算的方便, 我们将近距系统做如下近似<sup>[21]</sup>:

$$\begin{aligned} \gamma_1 \approx \gamma_2 = \gamma, \quad \Gamma_{eg} = \Gamma_{ag} = \gamma, \\ \Omega_{eg} = \Omega_{ag} = \Omega. \quad (4) \end{aligned}$$

为书写方便起见, 对于两个三能级原子构成的系统的基矢, 采用如下的记号:

$$\begin{aligned} |1\rangle = & |e_A\rangle \otimes |e_B\rangle, \quad |2\rangle = |e_A\rangle \otimes |a_B\rangle, \\ |3\rangle = & |e_A\rangle \otimes |g_B\rangle, \quad |4\rangle = |a_A\rangle \otimes |e_B\rangle, \\ |5\rangle = & |a_A\rangle \otimes |a_B\rangle, \quad |6\rangle = |a_A\rangle \otimes |g_B\rangle, \\ |7\rangle = & |g_A\rangle \otimes |e_B\rangle, \quad |8\rangle = |g_A\rangle \otimes |a_B\rangle, \\ |9\rangle = & |g_A\rangle \otimes |g_B\rangle, \quad (5) \end{aligned}$$

式中  $|1\rangle$  表示两原子都处于激发态, 我们将其简称为激发态, 类似地, 将  $|5\rangle$  和  $|9\rangle$  分别称为中间激发态与基态.

由于纠缠的演化规律与初态有关, 为了研究纠缠在演化过程中的死亡与复苏现象, 我们选择如下—组初态进行讨论:

$$\begin{aligned} \rho_0 = & \frac{1-p}{9}\mathbf{I} + p|\psi_0\rangle\langle\psi_0|, \\ |\psi_0\rangle = & \cos\theta\sin\varphi|1\rangle + \sin\theta\sin\varphi|5\rangle \\ & + \cos\varphi|9\rangle. \quad (6) \end{aligned}$$

它由一个 9 维单位矩阵  $\mathbf{I}$  和态函数  $|\psi_0\rangle$  构成,  $\theta$  和  $\varphi$  的取值不同, 初态也不同, 在某些初态下, 纠缠会出现突然死亡和复苏的现象. 这里  $p$  是实变量, 取值范围为  $0 \leq p \leq 1$ ; 当  $p = 1$  时, 初态为纯态.

为了度量纠缠的大小, 我们采用负本征值 (negativity) 作为纠缠判据, 对于  $d = 3$  的混合态系统, 负本征值可定义为<sup>[26]</sup>

$$N(\rho) = \frac{\|\rho^{TA}\|_1 - 1}{2}, \quad (7)$$

这里  $\rho^{TA}$  表示将  $\rho$  对  $A$  进行部分转置,  $\|\cdot\|_1$  表示矩阵的迹, 实际上  $N$  对应于  $\rho^{TA}$  所有负的本征值的绝对值之和<sup>[27]</sup>. 当  $N = 1$  时, 纠缠最大; 当  $N = 0$  时, 纠缠消失.

### 3. 结果与讨论

为探讨两原子的纠缠随时间的演化规律, 我们利用体系的主方程, 在两原子相距较远和较近的情况下, 分别求出反映两原子的密度算符随时间演化的解析表达式, 然后将密度矩阵进行部分转置, 求得部分转置矩阵的负本征值, 利用负本征值的变化来刻画纠缠的演化规律.

### 3.1. 远距 V 型三能级系统

对于空间距离远大于其自发发射光场波长的两个 V 型三能级原子, 在真空辐射场的作用下, 两原子各自独立的自发衰变, 此时容易求出两原子的密度算符随时间的演化规律满足

$$\begin{aligned}\rho_{22}(t) &= \rho_{22}(0) e^{-(\gamma_1 + \gamma_2)t}, \quad \rho_{44}(t) = \rho_{44}(0) e^{-(\gamma_1 + \gamma_2)t}, \\ \rho_{33}(t) &= [\rho_{11}(0)(1 - e^{-\gamma_1 t}) + \rho_{22}(0)(1 - e^{-\gamma_2 t}) \\ &\quad + \rho_{33}(0)] e^{-\gamma_1 t}, \\ \rho_{77}(t) &= [\rho_{11}(0)(1 - e^{-\gamma_1 t}) + \rho_{44}(0)(1 - e^{-\gamma_2 t}) \\ &\quad + \rho_{77}(0)] e^{-\gamma_1 t},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho_{66}(t) &= [\rho_{55}(0)(1 - e^{-\gamma_2 t}) + \rho_{44}(0)(1 - e^{-\gamma_1 t}) \\ &\quad + \rho_{66}(0)] e^{-\gamma_2 t}, \\ \rho_{88}(t) &= [\rho_{55}(0)(1 - e^{-\gamma_2 t}) + \rho_{22}(0)(1 - e^{-\gamma_1 t}) \\ &\quad + \rho_{88}(0)] e^{-\gamma_2 t}, \\ \rho_{15}(t) &= \rho_{15}(0) e^{-(\gamma_1 + \gamma_2)t}, \\ \rho_{19}(t) &= \rho_{19}(0) e^{-\gamma_1 t}, \\ \rho_{59}(t) &= \rho_{59}(0) e^{-\gamma_2 t}.\end{aligned}\quad (8)$$

求得任意时刻两原子的密度矩阵以后, 将两原子的密度矩阵进行部分转置, 可以得到相应的部分转置矩阵的如下九个本征值:

$$\begin{aligned}E_1 &= \rho_{11}(t), \quad E_2 = \rho_{55}(t), \quad E_3 = \rho_{99}(t), \\ E_{4,5} &= \frac{1}{2} [(\rho_{22}(t) + \rho_{44}(t)) \mp \sqrt{(\rho_{22}(t) + \rho_{44}(t))^2 + 4(|\rho_{15}(t)|^2 - \rho_{22}(t)\rho_{44}(t))}], \\ E_{6,7} &= \frac{1}{2} [(\rho_{33}(t) + \rho_{77}(t)) \mp \sqrt{(\rho_{33}(t) + \rho_{77}(t))^2 + 4(|\rho_{19}(t)|^2 - (\rho_{33}(t)\rho_{77}(t))}], \\ E_{8,9} &= \frac{1}{2} [(\rho_{66}(t) + \rho_{88}(t)) \mp \sqrt{(\rho_{66}(t) + \rho_{88}(t))^2 + 4(|\rho_{59}(t)|^2 - \rho_{66}(t)\rho_{88}(t))}].\end{aligned}\quad (9)$$

容易看出, 上面九个本征值中只有  $E_4, E_6, E_8$  可能为负值. 因此负本征值  $N(t)$  可表示为

$$\begin{aligned}N(t) &= \max\{-E_4, 0\} + \max\{-E_6, 0\} \\ &\quad + \max\{-E_8, 0\}.\end{aligned}\quad (10)$$

由(10)式可以看出, 为使两原子间存在纠缠, 则至少需要满足以下三个不等式中的一个:

$$\begin{aligned}|\rho_{15}(t)|^2 &> \rho_{22}(t)\rho_{44}(t), \\ |\rho_{19}(t)|^2 &> \rho_{33}(t)\rho_{77}(t), \\ |\rho_{59}(t)|^2 &> \rho_{66}(t)\rho_{88}(t).\end{aligned}\quad (11)$$

显然如果在某一时刻,

$$|\rho_{15}(t)|^2 - \rho_{22}(t)\rho_{44}(t) = 0, \quad (12)$$

$$|\rho_{19}(t)|^2 - \rho_{33}(t)\rho_{77}(t) = 0, \quad (13)$$

$$|\rho_{59}(t)|^2 - \rho_{66}(t)\rho_{88}(t) = 0 \quad (14)$$

中有一个成立, 则其对应的本征值会在此刻等于零, 这意味着纠缠会在此时发生突然变化. 我们将(8)式代入上面的式子, 就可以确定纠缠突然死亡或复苏的时刻.

下面, 我们来分析两个 V 型三能级原子处于不同的纠缠初态时其纠缠随时间的演化, 以揭示原子的自发辐射导致的退相干对纠缠动力学的影响.

在(6)式中, 取  $\theta = 0$  且  $\varphi = \frac{\pi}{4}$ , 此时  $|\psi_0\rangle =$

$\frac{\sqrt{2}}{2}(|1\rangle + |9\rangle)$ , 即系统的初态由  $|1\rangle$  和  $|9\rangle$  的相干叠加态与 9 维单位矩阵  $I$  混合而成. 由(9)式可以知道此时本征值  $E_4 > 0, E_8 > 0$ , 因此系统的纠缠性质由本征值  $E_6$  刻画.  $E_6$  表明, 纠缠的存在要求两原子在激发态  $|1\rangle$  与基态  $|9\rangle$  间的量子相干强度大于原子在能级  $|3\rangle$  和  $|7\rangle$  的粒子布居值的几何平均值  $\sqrt{\rho_{33}\rho_{77}}$ , 这也说明, 体系的纠缠由  $\{|1\rangle, |9\rangle, |3\rangle, |7\rangle\}$  这样一个四能级体系的性质所确定, 这一结果与两个二能级原子体系的纠缠性质类似<sup>[7]</sup>. 纠缠随时间的演化规律如图 2 所示.

图 2 中三条曲线分别表示  $\gamma_2/\gamma_1$  取 0, 0.1, 1 时纠缠的演化情况. 从图 2 中可以看出, 系统的纠缠由于原子间的自发辐射而减小, 然后在某一时刻突然死亡, 纠缠死亡的时刻与原子衰变速率  $\gamma_1$  和  $\gamma_2$  的值有关. 由图 2 中还可以看出, 中间激发态衰变的速率  $\gamma_2$  越大, 纠缠退化的速度越快, 纠缠突然死亡的时刻越早. 也就是说, 虽然纠缠的演化规律由两原子激发态和基态构成的四能级体系的性质刻画, 但中间激发态衰变的速率会影响到纠缠退化的速度. 利用(8), (13)和(14)式可得到纠缠死亡时刻的表达式为

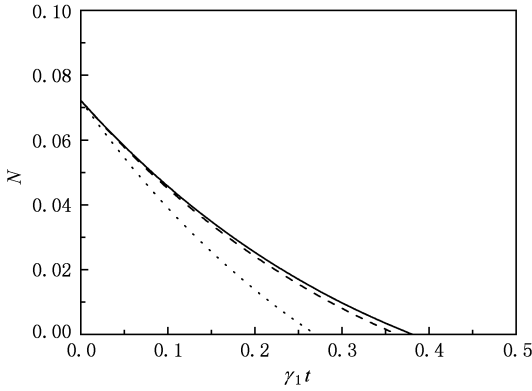


图2 两个远距 V 型三能级原子系统纠缠随时间的演化 初始时  $\theta = 0, \varphi = \pi/4$ , 参数  $p = 0.3$ ; 实线、虚线、点线分别取  $\gamma_2/\gamma_1 = 0, 0.1, 1$ .

$$t_{\gamma_2 = \gamma_1}^{\text{ESD}} = \frac{1}{\gamma_1} \ln \left( 1 + \frac{11p - 2}{6(1 - p)} \right), \quad (15)$$

$$t_{\gamma_2 = 0}^{\text{ESD}} = \frac{1}{\gamma_1} \ln \left( 1 + \frac{11p - 2}{4(1 - p)} \right). \quad (16)$$

在(6)式中,取  $\theta = \frac{\pi}{2}$  且  $\varphi = \frac{\pi}{4}$ , 此时  $|\psi_0\rangle =$

$\frac{\sqrt{2}}{2}(|5\rangle + |9\rangle)$ , 即系统的初态由  $|5\rangle$  和  $|9\rangle$  的

相干叠加态与 9 维单位矩阵  $I$  混合而成. 由(9)式可知此时本征值  $E_4 > 0, E_6 > 0$ , 系统的纠缠性质由本征值  $E_8$  刻画.  $E_8$  表明, 纠缠的存在要求两原子在中间激发态  $|5\rangle$  与基态  $|9\rangle$  间的量子相干强度大于原子在能级  $|6\rangle$  和  $|8\rangle$  的粒子布居值的几何平均值  $\sqrt{\rho_{66}\rho_{88}}$ , 这也说明体系的纠缠由  $\{|5\rangle, |9\rangle, |6\rangle, |8\rangle\}$  这样一个四能级体系的性质所确定. 与第 1 种情况类似, 纠缠也会在某时刻突然死亡, 纠缠死亡的时刻与原子衰变速率  $\gamma_1$  和  $\gamma_2$  的比值有关.  $\gamma_1$  越大, 退纠缠的速度越缓慢, 纠缠死亡的时刻越晚. 它也说明, 虽然纠缠的演化规律由两原子中间激发态和基态构成的四能级体系的性质刻画, 但激发态衰变的速率也会影响到纠缠退化的速度.

当  $\theta = \frac{\pi}{4}, \varphi = \frac{\pi}{2}$ , 此时  $|\psi_0\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}(|1\rangle +$

$|5\rangle)$ , 即系统的初态由  $|1\rangle$  和  $|5\rangle$  的相干叠加态与 9 维单位矩阵  $I$  混合而成, 根据(9)式可知系统的纠缠性质由本征值  $E_4$  刻画. 由(8)式易知,  $\rho_{22}(t)\rho_{44}(t)$  与相干项  $|\rho_{15}(t)|^2$  有相同的衰变速率. 如果  $|\rho_{15}(0)|^2 > \rho_{22}(0)\rho_{44}(0)$ , 则  $E_4(0) < 0$ , 即初始时系统处于纠缠态, 则演化过程中始终有  $|\rho_{15}(t)|^2 - \rho_{22}(t)\rho_{44}(t) > 0$ , 从而  $E_4$  一直小于

零, 也就意味着系统演化过程中一直存在纠缠. 如果  $|\rho_{15}(0)|^2 < \rho_{22}(0)\rho_{44}(0)$ , 则初始时没有纠缠, 由于  $\rho_{22}(t)\rho_{44}(t)$  与  $|\rho_{15}(t)|^2$  有相同的衰变速率, 这就意味着  $E_4$  将一直大于零, 也就是说这种情况下两个原子间不会有纠缠出现.

下面我们考虑更为一般的情形, 在(6)式中取  $\theta$

$= \frac{\pi}{4}$  且  $\varphi = \frac{\pi}{4}$ , 此时  $|\psi_0\rangle = \frac{1}{2}(|1\rangle + |5\rangle) + \frac{\sqrt{2}}{2}|9\rangle$ , 即系统的初态由  $|1\rangle, |5\rangle, |9\rangle$  的相干叠

加态与 9 维单位矩阵  $I$  混合而成, 根据(9)式可知体系的纠缠性质由本征值  $E_4, E_6, E_8$  共同刻画. 从前面的分析知道, 如果  $E_4(0) > 0$ , 则由  $E_4$  刻画的纠缠始终为零, 如果在某一时刻  $E_6$  和  $E_8$  等于零, 那么体系的纠缠会在此刻出现突然死亡的现象, 纠缠随时间的演化规律如图 3(a) 所示, 由图 3(a) 可以看出, 纠缠在本征值  $E_6$  等于零时出现了一次突变, 在本征

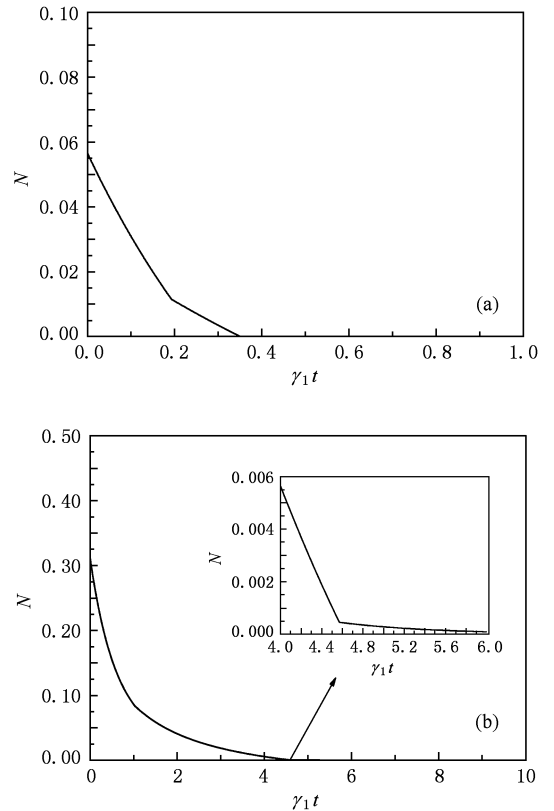


图3 两个远距 V 型三能级原子系统纠缠随时间的演化  $\theta = \pi/4, \varphi = \pi/4$ . (a)  $p = 0.3, \gamma_2/\gamma_1 = 0.1$ ; (b)  $p = 0.5, \gamma_2/\gamma_1 = 0.1$  (内插图为局部放大)

值  $E_6$  和  $E_8$  都等于零时出现突然死亡现象. 如果  $E_4(0) < 0$ , 则由  $E_4$  刻画的纠缠一直存在, 如果在某一时刻  $E_6$  和  $E_8$  等于零, 那么纠缠会在此刻发生突

变,但由于  $E_4$  的存在,体系的纠缠只有突变而不会出现死亡的现象,纠缠随时间的演化规律如图 3(b) 所示,由图 3(b) 可以看出,纠缠在本征值  $E_6$  等于零时出现了一次突变,在本征值  $E_6$  和  $E_8$  都等于零时出现第二次突变,然后逐渐衰减,但不会出现突然死亡现象.

### 3.2. 近距 V 型三能级系统

对于空间距离可与其自发发射光场波长相比的两个 V 型三能级原子,原子之间可以通过交换自发发射的光子而耦合.

选取系统处于中间激发态  $|5\rangle$  和基态  $|9\rangle$  的相干叠加态与九维单位矩阵  $I$  混合作为初态,可以求出两原子的密度算符随时间的演化规律满足

$$\rho_{11}(t) = \rho_{22}(t) = \rho_{44}(t) = \frac{1}{9}e^{-2\gamma t}(1-p),$$

$$\rho_{55}(t) = \frac{1}{18}e^{-2\gamma t}(2+7p),$$

$$\rho_{33}(t) = \rho_{77}(t) = \frac{1}{36}e^{-2\gamma t}(1-p)(1+3e^{2\gamma t}+6\gamma t),$$

$$\rho_{66}(t) = \rho_{88}(t) = \frac{1}{36}e^{-2\gamma t}(1-p)$$

$$\times (1+3e^{2\gamma t}+6\gamma t) + \frac{p}{2}\gamma te^{-2\gamma t},$$

$$\rho_{37}(t) = \rho_{73}(t) = \frac{1}{12}e^{-2\gamma t}(1-p)(1-e^{2\gamma t}+2\gamma t),$$

$$\rho_{68}(t) = \rho_{86}(t) = \frac{1}{12}e^{-2\gamma t}(1-p)$$

$$E_8 = \frac{1}{2}[\rho_{66}(t) + \rho_{88}(t) - \sqrt{(\rho_{66}(t) + \rho_{88}(t))^2 + 4(|\rho_{59}(t)|^2 - \rho_{66}(t)\rho_{88}(t))}]. \quad (18)$$

由上式可以看出,当  $|\rho_{59}(t)|^2 > \rho_{66}(t)\rho_{88}(t)$  时,  $E_8 < 0$ , 原子间存在纠缠;当  $|\rho_{59}(t)|^2 = \rho_{66}(t)\rho_{88}(t)$  时,  $E_8 = 0$ , 纠缠消失. 也就是说,当相干叠加态上的粒子数大于单粒子跃迁态上的粒子数时,体系存在纠缠;而当相干叠加态上的粒子数等于单粒子跃迁态上的粒子数时,纠缠会在此刻突然死亡.

复苏的纠缠由另外一个本征值  $E_3$  刻画,  $E_3$  逐渐增大,最后趋于稳定. 当  $t \rightarrow \infty$  时,稳态纠缠的解析式如下:

$$\begin{aligned} \rho_{11}(\infty) &= \rho_{22}(\infty) = \rho_{44}(\infty) \\ &= \rho_{55}(\infty) = \rho_{59}(\infty) = 0, \\ \rho_{33}(\infty) &= \rho_{77}(\infty) = \rho_{66}(\infty) = \rho_{88}(\infty) \end{aligned}$$

$$\times (1 - e^{2\gamma t} + 2\gamma t) + \frac{p}{2}\gamma te^{-2\gamma t},$$

$$\rho_{59}(t) = \rho_{95}(t) = \frac{1}{2}e^{-\gamma t}p,$$

$$\rho_{99}(t) = 1 - \sum_{i=1}^8 \rho_{ii}(t). \quad (17)$$

求得系统随时间演化的密度矩阵元后,我们同样采用负本征值来度量纠缠,讨论纠缠随时间的演化规律,如图 4 所示.

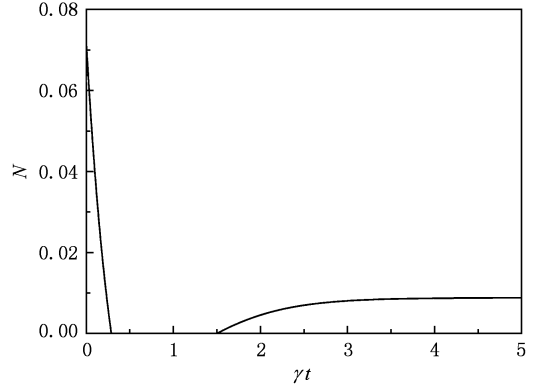


图 4 两个近距 V 型三能级原子系统纠缠随时间的演化 初始时  $\theta = \pi/2$ ,  $\varphi = \pi/4$ , 参数  $p = 0.3$

由图 4 可以看出,初始纠缠由于自发辐射而衰减,在某一时刻纠缠突然死亡,但由于真空辐射场诱导的原子间的合作效应,一段时间后纠缠又突然复苏,并逐渐增大,最后趋于稳定. 通过计算和分析发现初始时纠缠的性质由本征值  $E_8$  刻画,表达式如下:

$$= -\rho_{37}(\infty) = -\rho_{68}(\infty) = \frac{p-1}{12},$$

$$\rho_{99}(\infty) = \frac{2+p}{3}, \quad (19)$$

此时,

$$\begin{aligned} E_3 &= \frac{1}{2}[\rho_{99}(\infty) \\ &- \sqrt{\rho_{99}^2(\infty) + 4(|\rho_{37}(\infty)|^2 + |\rho_{68}(\infty)|^2)}]. \end{aligned} \quad (20)$$

容易看出,稳态纠缠由单粒子跃迁相干态上的粒子数决定,只要单粒子跃迁相干态上的粒子数不为零,纠缠会一直持续下去.

从上面的分析可知,死亡前的纠缠由相干叠加态和单粒子跃迁态上的粒子数共同决定,而复苏后

的稳态纠缠则由单粒子跃迁相干态上的粒子数决定.

## 4. 结 论

研究了在真空辐射场作用下,两个 V 型三能级

原子系统的纠缠随时间的演化特性. 所得结果表明,在远距系统中,自发辐射会导致纠缠退化,甚至导致纠缠突然死亡,而原子激发态衰变的速率会影响纠缠死亡的时间;而在近距系统中,由于原子间的合作效应,纠缠会在一段时间后复苏,死亡前的纠缠和复苏后的纠缠由不同的本征值刻画.

- 
- [1] McAnaney H, Lee J, Kim M S 2003 *Phys. Rev. A* **68** 063814
- [2] Hamieh S D, Katsnelson M I 2005 *Phys. Rev. A* **72** 032316
- [3] Ikram M, Li F L, Zubairy S 2007 *Phys. Rev. A* **75** 062336
- [4] Zhou Q C, Zhu S N 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2043 (in Chinese)  
[周青春、祝世宁 2005 物理学报 **54** 2403]
- [5] Wootters W K 1998 *Phys. Rev. A* **80** 2245
- [6] Zyczkowski K, Horodecki P, Sanpera A, Lewenstein M 1998 *Phys. Rev. A* **58** 883
- [7] Jiang C L, Fang M F, Wu Z Z 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4647 (in Chinese)[江春蕾、方卯发、吴珍珍 2006 物理学报 **55** 4647]
- [8] Ma X S, Wang A M 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2026 (in Chinese)[马小三、王安民 2008 物理学报 **57** 2026]
- [9] Zhang J S, Xu J B 2009 *Chin. Phys. B* **18** 2288
- [10] Yu T, Eberly J H 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 140404
- [11] Yu T, Eberly J H 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 140403
- [12] Ficek Z, Tanas R 2006 *Phys. Rev. A* **74** 024304
- [13] Ficek Z, Tanas R 2008 *Phys. Rev. A* **77** 054301
- [14] Weinstein Y S 2009 *Phys. Rev. A* **79** 012318
- [15] Al-Amri M, Li G X, Tan R, Zubairy S 2009 *Phys. Rev. A* **80** 022314
- [16] Song W, Chen L, Zhu S L 2009 *Phys. Rev. A* **80** 012331
- [17] Guo L, Liang X T 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 0050 (in Chinese)  
[郭亮、梁先庭 2009 物理学报 **58** 0050]
- [18] Cheng Q L, Xie S Y, Yang Y P 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6968 (in Chinese)[成秋丽、谢双媛、羊亚平 2008 物理学报 **57** 6968]
- [19] Zeng H F, Shao B, Yang L G, Li J, Zou J 2009 *Chin. Phys. B* **18** 3265
- [20] Yu T, Eberly J H 2009 *Science* **323** 598
- [21] Derkacz L, Jakobczyk L 2006 *Phys. Rev. A* **74** 032313
- [22] Derkacz L, Jakobczyk L 2008 *J. Phys. A* **41** 205304
- [23] Zhou L, Yang G H, Patnaik A K 2009 *Phys. Rev. A* **79** 062102
- [24] Ficek Z, Swain S 2004 *Phys. Rev. A* **69** 023401
- [25] Agarwal G S 1974 *Quantum Statistical Theories of Spontaneous Emission and Their Relation to Other Approaches* (Berlin: Springer) p28
- [26] Peres A 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 1413
- [27] Zyczkowski K, Horodecki P, Sanpera A, Lewenstein M 1998 *Phys. Rev. A* **58** 883

# Sudden death and revival of entanglement in two V-type three-level atoms \*

Wei Qiao<sup>1)2)</sup> Yan Yan<sup>1)</sup> Li Gao-Xiang<sup>1)†</sup>

1) (*College of Physical Science and Technology, Huazhong Normal University, Wuhan 430079, China*)

2) (*School of Science, Wuhan Institute of Technology, Wuhan 430073, China*)

(Received 16 October 2009; revised manuscript received 2 November 2009)

## Abstract

We have studied the sudden death and revival of entanglement in two V-type three-level atoms coupled to the common vacuum. results show that in the case of largely separated atoms, spontaneous emission leads to decoherence and even causes entanglement sudden death. However, the excited-state decay rate of the atom can affect the time of entanglement sudden death. In the case of closely separated atoms, due to the collective effect of atoms, the entanglement which has been dead will revive in some time. The initial entanglement and the revival of entanglement arise from different causes.

**Keywords:** entanglement sudden death, entanglement sudden revival, collective effects

**PACC:** 0367, 4250

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60878004) and the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China(Grant No. 200805110002).

† Corresponding author. E-mail: gaox@phy.ccnu.edu.cn