

# 散射彩色数字全息光学系统及 波面重建算法研究\*

李俊昌<sup>1)2)†</sup> 彭祖杰<sup>1)</sup> Tankam Patrice<sup>2)</sup> Picart Pascal<sup>2)3)</sup>

1) (昆明理工大学理学院, 昆明 650093)

2) (LAUM, CNRS, Université du Maine, Av. O. Messiaen, 72085 LE MANS, France)

3) (ENSIM-école Nationale Supérieure d'Ingénieurs du Mans, rue Aristote, 72085 LE MANS, France)

(2009 年 7 月 31 日收到; 2009 年 10 月 26 日收到修改稿)

令物体表面为散射面, 参考光及重建光为球面波, 详细研究了离轴数字全息物光场重建平面的光波场. 导出物光、共轭物光及零级衍射光分布与光学系统参数的关系. 根据彩色数字全息的特点, 提出抑制零级衍射干扰的光学系统设计方法, 并且对一种能够避免插值误差的波面重建算法进行了优化研究, 给出了相应的实验证明.

**关键词:** 全息技术, 彩色数字全息, 波前重建, 零级衍射干扰

**PACC:** 4230, 4230V

## 1. 引 言

随着计算机及 CCD (charge-coupled device) 技术的进步, 用 CCD 代替全息感光板的彩色数字全息<sup>[1-6]</sup>及记录飞秒级超快瞬态过程的脉冲数字全息技术<sup>[7]</sup>受到人们的积极关注. 虽然彩色数字全息重建质量目前还低于数码相机直接拍摄的彩色图, 但是重建彩色图像的研究对于正确综合多波长数字全息检测信息具有重要意义<sup>[6]</sup>. 彩色数字全息重建像的过程大致分为三个步骤: 1) 用单色 CCD 分别记录红、绿、蓝三种激光照明下的数字全息图; 2) 按照单色光的重建方法分别形成三幅物体图像; 3) 让三幅重建图像的强度值分别与像素的红、绿、蓝三色分量相对应合成一幅真彩色图. 由于 CCD 面阵尺寸及分辨率显著小于传统全息感光板, 对实验系统及重建算法进行优化, 高质量地重建物体的真彩色图像, 是一个基本的研究内容.

与单色光照明的数字全息相似, 离轴数字全息系统是常用的实验系统. 并且在物体像的重建研究中, 用菲涅耳衍射积分的一次快速傅里叶变换 (FFT) 重建每一色光的物光场是广泛采用的方法, 简称 1-FFT 法. 然而, 1-FFT 法重建图像的物理尺寸

是光波长的函数<sup>[8]</sup>, 在同一记录条件下, 三种色光重建图像的尺寸不相同, 必须采用插值方法统一图像的尺寸<sup>[2]</sup>. 由于插值计算会引入额外误差, 探索既能统一重建像尺寸, 又能避免插值的算法是一个重要的研究内容<sup>[1]</sup>. 我们最近的研究表明<sup>[4,5]</sup>, 将重建光设为球面波, 利用衍射的角谱理论进行波面重建可以避免插值运算, 获得同一尺寸并充分占有重建平面的物体图像. 由于这种方法需要一次 FFT 及一次快速傅里叶逆变换 IFFT, 简称 2-FFT 法. 实际计算表明, 2-FFT 重建中零级衍射干扰具有与 1-FFT 重建完全不同的形式, 研究零级衍射干扰的分布规律并通过光学系统参数的优化设计抑制干扰, 成为新的研究课题.

令参考光为平面波, 我们曾经证明 2-FFT 法存在一个优化的重建放大率<sup>[6]</sup>, 当选择该放大率进行波面重建时, 零级衍射干扰被抑制在重建平面边缘, 能够获得质量较高的重建图像. 然而, 最近的研究表明<sup>[2]</sup>, 无透镜傅里叶变换系统是一种较适用的彩色数字全息系统. 无透镜傅里叶变换数字全息涉及参考光为球面波的波面重建问题. 我们是否能够将参考光局限平面波的研究结果推广到球面参考波, 需要深入研究.

本文令物体表面为散射面, 参考波为球面波,

\* 国家自然科学基金 (批准号: 60977007) 资助的课题.

† E-mail: jcli@vip.163.com

根据散射光的统计特性对 1-FFT 及 2-FFT 重建物光场过程中零级衍射光、物光及共轭物光的分布特点进行详细研究. 综合理论研究结果, 提出离轴数字全息光学系统的优化设计及优化的 2-FFT 重建方法, 给出相应的实验证明.

## 2. 1-FFT 重建研究

### 2. 1. 1-FFT 重建平面光波场研究

图 1 是数字全息系统的简化光路及坐标定义图. 定义  $x_0, y_0$  是与被测量物体相切的平面,  $x_i, y_i$  是球面波为重现光时物体的像平面. 两平面到 CCD 窗口平面  $xy$  的距离分别是  $z_0$  和  $z_i$ . 为简明起见, 图中未标出照明物光.

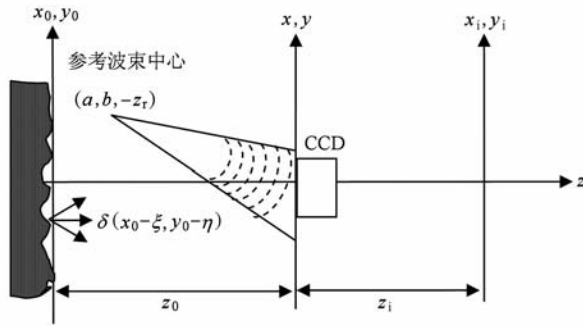


图 1 数字全息系统的简化光路及坐标定义图

根据散射光的统计特性<sup>[9]</sup>, 来自光学粗糙表面的散射光是物体表面大量散射元散射光的叠加. 引入  $\delta$  函数可将物平面上坐标  $(\xi, \eta)$  处基元的光波场表示为

$$u_0(\xi, \eta) = o(\xi, \eta) \delta(x_0 - \xi, y_0 - \eta) \times \exp[j\phi_0(\xi, \eta)], \quad (1)$$

式中  $j = \sqrt{-1}$ ,  $o(\xi, \eta)$  是随机振幅,  $\phi_0(\xi, \eta)$  是取值  $-\pi \sim \pi$  范围的随机相位. 到达 CCD 平面的光波场可以根据菲涅耳衍射积分及  $\delta$  函数的筛选性质得到<sup>[6,10]</sup>, 有

$$U_i(x_i, y_i) = \frac{\exp(jkz_i)}{j\lambda z_i} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_+(x, y) \exp\left\{\frac{jk}{2z_i}[(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2]\right\} dx dy. \quad (7)$$

将相关各量代入上式整理得

$$U_i(x_i, y_i) = \frac{\exp(jkz_i)}{j\lambda z_i} \exp\left[\frac{jk}{2z_i}(x_i^2 + y_i^2)\right] \exp\left\{\frac{jk}{2z_i}[a^2 + b^2]\right\}$$

$$u_s(x, y; \xi, \eta) = \frac{\exp[jkz_0 + j\phi_0(\xi, \eta)]}{j\lambda z_0} o(\xi, \eta) \times \exp\left\{\frac{jk}{2z_0}[(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2]\right\}, \quad (2)$$

式中,  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  是光波长. 于是, 到达 CCD 平面的物光场可以表示为物平面所有散射基元衍射场的叠加, 即

$$U(x, y) = \sum_{\xi} \sum_{\eta} u_s(x, y; \xi, \eta). \quad (3)$$

定义到达 CCD 的参考光是波束中心在  $(a, b, -z_r)$ , 振幅为  $A_r$  的均匀球面波

$$R(x, y) = A_r \exp\left\{\frac{jk}{2z_r}[(x - a)^2 + (y - b)^2]\right\}. \quad (4)$$

CCD 平面上物光及参考光干涉场强度则为

$$I(x, y) = |U(x, y)|^2 + A_r^2 + R(x, y)U^*(x, y) + R^*(x, y)U(x, y). \quad (5)$$

设用单位振幅球面波

$$R_c(x, y) = \exp\left[j\frac{k}{2z_c}(x^2 + y^2)\right]$$

照射数字全息图,  $w(x, y)$  是 CCD 的窗口函数, 根据 (5) 式, 透过全息图的光波由以下四项组成:

$$\begin{aligned} U_{0U}(x, y) &= w(x, y) R_c(x, y) |U(x, y)|^2, \\ U_{0R}(x, y) &= w(x, y) R_c(x, y) A_r^2, \\ U_+(x, y) &= w(x, y) R_c(x, y) R(x, y) U^*(x, y), \\ U_-(x, y) &= w(x, y) R_c(x, y) R^*(x, y) U(x, y), \end{aligned} \quad (6)$$

其中,  $U_{0U}$  及  $U_{0R}$  两项统称零级衍射光,  $U_+$  是共轭物光,  $U_-$  是物光.

下面首先研究共轭物光衍射场, 导出重建物光场的放大率及重建像平面位置与相关参数的关系. 然后, 再对物光及零级衍射光进行研究.

#### 2. 1. 1. 共轭物光衍射场

利用菲涅耳衍射积分可以将经距离  $z_i$  衍射的共轭物光复振幅表示为

$$\begin{aligned}
& \times \sum_{\xi} \sum_{\eta} \frac{\exp[-jkz_0 - j\phi_o(\xi, \eta)]}{-j\lambda z_0} o(\xi, \eta) A_r \exp\left[-\frac{jk}{2z_0}(\xi^2 + \eta^2)\right] \\
& \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(x, y) \exp\left[\frac{jk}{2}\left(\frac{1}{z_c} + \frac{1}{z_r} + \frac{1}{z_i} - \frac{1}{z_0}\right)(x^2 + y^2)\right] \\
& \times \exp\left\{-j2\pi\left[\left(x_i + \frac{z_i}{z_r}a - \frac{z_i}{z_0}\xi\right)\frac{x}{\lambda z_i} + \left(y_i + \frac{z_i}{z_r}b - \frac{z_i}{z_0}\eta\right)\frac{y}{\lambda z_i}\right]\right\} dx dy. \quad (8)
\end{aligned}$$

令  $M = z_i/z_0$ , 不难看出, 若  $\frac{1}{z_c} + \frac{1}{z_r} + \frac{1}{z_i} - \frac{1}{z_0} = 0$ , 即衍射距离满足

$$z_i = \left(\frac{1}{z_0} - \frac{1}{z_c} - \frac{1}{z_r}\right)^{-1}, \quad (9)$$

则(8)式中每一积分变为 CCD 窗口函数  $w(x, y)$  的夫琅禾费衍射图像. 衍射图像中心为  $(-z_i a/z_r + M\xi, -z_i b/z_r + M\eta)$ . 虽然每一衍射图像的相位是随机量, 但夫琅禾费衍射图像能量集中于图像中心, 且图像中心振幅正比于  $o(\xi, \eta)$ , 即  $(-z_i a/z_r + M\xi, -z_i b/z_r + M\eta)$  处的强度正比于  $|o(\xi, \eta)|^2$ . 因此, 对所有  $\xi, \eta$  进行求和运算后, 将在  $z = z_i$  平面上形成放大  $M$  倍中心在  $(-z_i a/z_r, -z_i b/z_r)$  的物光场像. 显然,  $w(x, y)$  尺寸越大, 夫琅禾费衍射图像能量越集中于图像中心, 成像质量越高.

### 2. 1. 2. 物光衍射场

将(6)式中  $U_-$  代入菲涅耳衍射积分进行距离  $z_i$  的衍射, 并令  $z_i$  满足(9)式, 整理后得

$$\begin{aligned}
& U_{i-}(x_i, y_i) \\
& = \sum_{\xi} \sum_{\eta} \Theta_-(\xi, \eta; x_i, y_i) \\
& \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(x/M', y/M') \\
& \times \exp\left\{\frac{jk}{2M'z_i}\left[\left(x_i - \left(x - \frac{z_i}{z_r}a + M\xi\right)\right)^2\right.\right. \\
& \left.\left.+ \left(y_i - \left(y - \frac{z_i}{z_r}b + M\eta\right)\right)^2\right]\right\} dx dy, \quad (10)
\end{aligned}$$

式中  $\Theta_-(\xi, \eta; x_i, y_i)$  是一随机复函数,  $M' = \frac{z_i}{z_0} - \frac{z_i}{z_r} +$

$\frac{z_i}{z_c} + 1$ . 积分代表方孔径距离  $M'z_i$  的菲涅耳衍射图

像, 衍射图像中心坐标为  $\left(\frac{z_i}{z_r}a - M\xi, \frac{z_i}{z_r}b - M\eta\right)$ . 由于

$\Theta_-(\xi, \eta; x_i, y_i)$  是一随机复函数, (10)式求和计算时, 来自不同散射元的光波产生干涉, 将在  $z = z_i$  平面

形成中心在  $(z_i a/z_r, z_i b/z_r)$ , 放大率为  $M$  的散斑场. 考虑到每一菲涅耳衍射图像能量主要集中于边长  $|M'|L$  的孔径投影区, 散斑场的宽度近似为  $MD_0 + |M'|L$ , 其中  $D_0$  为物平面光波场的分布宽度.

### 2. 1. 3. 零级衍射场

根据衍射的菲涅耳近似<sup>[10]</sup>,  $U_{00}$  在重建平面的光波场为

$$\begin{aligned}
& U_{i0}(x_i, y_i) \\
& = \frac{\exp(jkz_i)}{j\lambda z_i} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(x, y) |U(x, y)|^2 \\
& \times \exp\left[j\frac{k}{2z_c}(x^2 + y^2)\right] \\
& \times \exp\left\{j\frac{k}{2z_i}[(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2]\right\} dx dy, \quad (11)
\end{aligned}$$

式中  $|U(x, y)|^2 = U(x, y)U^*(x, y)$ . 引入傅里叶变换符号  $F\{\}$  并利用卷积定理, 可以将上式写为

$$\begin{aligned}
& U_{i0}(x_i, y_i) \\
& = \frac{\exp(jkz_i)}{j\lambda z_i} \exp\left[j\frac{k}{2z_i}(x_i^2 + y_i^2)\right] \times F\{U(x, y)\} \\
& \quad * F\{U^*(x, y)\} * F\left\{w(x, y)\right. \\
& \quad \left. \times \exp\left[j\frac{k}{2}\left(\frac{1}{z_c} + \frac{1}{z_i}\right)(x^2 + y^2)\right]\right\}, \quad (12)
\end{aligned}$$

式中各傅里叶变换取值坐标为  $\left(\frac{x_i}{\lambda z_i}, \frac{y_i}{\lambda z_i}\right)$ . 由于  $U_{i0}(x_i, y_i)$  的分布由三个傅里叶变换式的卷积确定, 下面依次进行讨论.

鉴于光传播在有限空间进行, 引入足够大的光瞳函数  $P(x, y)$ , 可以将  $F\{U(x, y)\}$  的计算由  $F\{P(x, y)U(x, y)\}$  代替. 根据(2)和(3)式将  $F\{U(x, y)\}$  展开, 整理后得

$$\begin{aligned}
& F\{U(x, y)\} \\
& = \sum_{\xi} \sum_{\eta} \frac{\exp[jkz_0 + j\phi_o(\xi, \eta)]}{j\lambda Mz_i} o(\xi, \eta)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \exp \left\{ -\frac{jk}{2Mz_i} [(M\xi + x_i)^2 + (M\eta + y_i)^2] \right. \\ & + \left. \frac{jk(\xi^2 + \eta^2)}{2z_0} \right\} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P \left( \frac{x'}{M}, \frac{y'}{M} \right) \\ & \times \exp \left\{ \frac{jk}{2Mz_i} [(x' - (M\xi + x_i))^2 \right. \\ & + \left. (y' - (M\eta + y_i))^2] \right\} dx'dy', \end{aligned} \quad (15)$$

式中积分表示中心在  $(-M\xi, -M\eta)$  放大  $M$  倍光瞳的非涅耳衍射. 为便于分析整个公式的物理意义, 引入随机复函数  $o'(\xi, \eta; x_i, y_i)$ , 令其辐角为  $\arg(o'(\xi, \eta; x_i, y_i))$ , 将上式改写为

$$\begin{aligned} & F\{U(x, y)\} \\ & = \sum_{\xi} \sum_{\eta} |o'(\xi, \eta; x_i, y_i)| \\ & \times \exp \left\{ -j \frac{k}{2Mz_i} [(M\xi + x_i)^2 + (M\eta + y_i)^2] \right. \\ & + \left. \text{jarg}(o'(\xi, \eta; x_i, y_i)) \right\}. \end{aligned} \quad (13)$$

可以看出, 这是大量振幅及相位均为随机量的球面波的求和运算, 球面波向  $(-M\xi, -M\eta, Mz_i)$  点汇聚. 对所有  $(\xi, \eta)$  的取值求和后,  $F\{U(x, y)\}$  是一个散斑场, 其分布宽度近似为物平面光波场的  $M$  倍.

类似地, 可以得到

$$\begin{aligned} & F\{U^*(\lambda z_i x, \lambda z_i y)\} \\ & = \sum_{\xi} \sum_{\eta} |o''(\xi, \eta; x_i, y_i)| \\ & \times \exp \left\{ j \frac{k}{2Mz_i} [(M\xi - x_i)^2 + (M\eta - y_i)^2] \right. \\ & + \left. \text{jarg}(o''(\xi, \eta; x_i, y_i)) \right\}, \end{aligned} \quad (14)$$

其中  $o''(\xi, \eta; x_i, y_i)$  是另一随机复函数. (14) 式也是大量振幅及相位均为随机量的球面波的求和运算, 球面波束中心为  $(M\xi, M\eta, -Mz_i)$ . 因此,  $F\{U^*(x, y)\}$  也是一个散斑场, 其分布宽度也近似为物平面光波场的  $M$  倍.

容易证明,

$$\begin{aligned} & F \left\{ w(x, y) \exp \left[ j \frac{k}{2} \left( \frac{1}{z_c} + \frac{1}{z_i} \right) (x^2 + y^2) \right] \right\} \\ & = \Psi(x_i, y_i) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w \left( \frac{x}{M_c}, \frac{y}{M_c} \right) \end{aligned}$$

$$\times \exp \left\{ j \frac{k}{2M_c z_i} [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2] \right\} dx dy,$$

这里  $\Psi(x_i, y_i)$  是一复函数,  $M_c = z_i/z_c + 1$ . (15) 式是一由 CCD 窗口函数决定的矩形孔的衍射图像. 为简明起见, 设 CCD 面阵是宽度为  $L$  的方形, (15) 式确定的衍射场宽度近似为  $|M_c|L$ .

综上所述, 令物平面光波场的分布宽度为  $D_0$ , 根据卷积运算的性质, (12) 式卷积运算结果是宽度为  $|M_c|L + 2MD_0$  的散斑场. 由于  $z_i = -z_c$  对应无透镜傅里叶变换全息情况. 这时 (15) 式变为  $F\{w(x, y)\}$  的运算, 其分布范围小于  $z_i \neq -z_c$  的所有情况. 因此, 对于无透镜傅里叶变换全息,  $U_{i0}(x_i, y_i)$  的分布范围最狭窄.

将  $U_{0A}$  经距离  $z_i$  的衍射仍然用菲涅耳近似表示, 可以证明

$$\begin{aligned} & U_{iA}(x_i, y_i) \\ & = \frac{\exp(jkz_i)}{j\lambda z_i M_c^2} A_r^2 \exp \left[ -\frac{jk}{2M_c z_i} (x_i^2 + y_i^2) \right] \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w \left( \frac{x}{M_c}, \frac{y}{M_c} \right) \times \exp \left\{ j \frac{k}{2M_c z_i} [(x_i - x)^2 \right. \\ & + \left. (y_i - y)^2] \right\} dx dy, \end{aligned} \quad (16)$$

这是一个中心在原点, 宽度为  $|M_c|L$  的方孔衍射图像.

由于  $U_{i0}(x_i, y_i)$  及  $U_{iA}(x_i, y_i)$  分别代表与物光及参考光能量相关的零级衍射干扰, 它们的总能量在同一量级. 但前者分布范围较宽, 后者分布相对集中. 因此, 在重建平面上零级衍射光通常呈现强度较弱、宽度较大的散斑场与强度较高、宽度较小的方孔衍射斑的叠加形式. 整个零级衍射干扰场宽度为  $|M_c|L + 2MD_0$ .

## 2.2. 离轴数字全息光学系统参数的优化

基于上面的研究, 重建平面宽度  $L_i$  应大于零级衍射光、共轭物光及物光分布宽度之和, 即

$$L_i > |M_c|L + 4MD_0 + |M'|L. \quad (17)$$

上式为我们优化设计实验系统提供了依据. 由于波面重建在计算机的虚拟空间进行, 并且通常是使用菲涅耳衍射积分的 FFT 计算进行物光场重建, 现根据离散傅里叶变换的特点对系统参数进行讨论.

若 CCD 面阵由  $N \times N$  个像素构成, 菲涅耳衍射

积分经一次离散傅里叶变换计算后物理宽度则是  $L_i = \lambda z_i N / L = \lambda M z_0 N / L^{[6,8]}$ . 这个结论表明, 重建平面上重建物体的像及物光衍射场的相对尺度不随放大率  $M$  的变化而变化. 即选择任意放大率进行 1-FFT 波面重建时, 物体的重建像在重建平面保持相同的相对尺寸.

由于零级衍射场宽度  $|M_e L| + 2MD_0$ , 通常情况其数值略大于  $2MD_0$ . 此外, 物体的重建像及物光衍射场宽度略大于  $2MD_0$ . 引入略大于 1 的一实参数  $\rho$ , 可以通过下式来确定采样系统的记录距离:

$$L_i = \lambda M z_0 N / L = \rho \times 4MD_0, \quad (18)$$

求解得

$$z_0 = \frac{\rho \times 4D_0 L}{\lambda N}. \quad (19)$$

实验研究表明, 取  $\rho = 1.1$  左右已经能够得到很好的重建像.

由于(17)式是假定各光波场彼此不重叠的前提下得出的, 让重建物体像中心坐标的绝对值为  $3L_i/8$  便能较好地实现重建物像与干扰场的分离. 即

$$\left| \frac{z_i}{z_r} a \right| = \frac{3L_i}{8}, \quad (20a)$$

或者

$$\left| \frac{a}{z_r} \right| = \frac{3\lambda N}{8L}, \quad (20b)$$

式中  $a/z_r$  也可以代表参考光为平行光时光束传播方向与光轴夹角沿  $x$  方向的分量.

(19), (20) 式为合理设计彩色数字全息光学系统提供了依据. 因为波长较小的重建像能够与零级衍射干扰分离时, 其余色光的重建像必然能有效分离. 稍后将给出光学系统优化设计的实例.

### 3. 2-FFT 重建算法研究

#### 3.1. 2-FFT 算法简介

设  $f_x, f_y$  为频域坐标, 根据(5)式, 重建波照射后的数字全息图频谱为

$$\begin{aligned} & \text{F}\{w(x, y)R_c(x, y)I(x, y)\} \\ &= G_0(f_x, f_y) + G_+(f_x, f_y) \\ & \quad + G_-(f_x, f_y), \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} G_0(f_x, f_y) &= \text{F}\left\{ |U(x, y)|^2 + A_r^2 \right\} \\ & \quad \times w(x, y)R_c(x, y) \}, \end{aligned} \quad (21a)$$

$$\begin{aligned} G_+(f_x, f_y) &= \text{F}\{R(x, y)U^*(x, y)w(x, y) \\ & \quad \times R_c(x, y)\}, \end{aligned} \quad (21b)$$

$$\begin{aligned} G_-(f_x, f_y) &= \text{F}\{R^*(x, y)U(x, y)w(x, y) \\ & \quad \times R_c(x, y)\}, \end{aligned} \quad (21c)$$

其中  $G_0(f_x, f_y), G_+(f_x, f_y), G_-(f_x, f_y)$  依次为 0 级衍射光频谱、共轭物光频谱及物光频谱. 适当设计参考光及选通滤波窗  $P_+(f_x, f_y)$  分离出共轭物光频谱后, 重建物光场可以用角谱衍射理论表示为<sup>[4,5]</sup>

$$\begin{aligned} U_i(x, y) &= \text{F}^{-1}\left\{ P_+\left(f_x + \frac{a}{\lambda z_r} f_y + \frac{b}{\lambda z_r}\right) \right. \\ & \quad \times G_+\left(f_x + \frac{a}{\lambda z_r} f_y + \frac{b}{\lambda z_r}\right) \\ & \quad \left. \times \exp\left[jkz_i \sqrt{1 - \lambda^2(f_x^2 + f_y^2)}\right] \right\}. \end{aligned} \quad (22)$$

上式通过 FFT 计算后物理宽度不随放大率变化, 根据物体的投影尺寸及 CCD 面阵宽度选择同一放大率对不同色光进行重建计算, 便能方便地合成充分占据重建平面的彩色物体图像.

#### 3.2. 2-FFT 计算中零级衍射干扰的研究及抑制

由于滤波窗  $P_+(f_x, f_y)$  通常不能完全滤除零级衍射光频谱, (22) 式给出的是一个理想的重建表达式. 为研究零级衍射光干扰, 现对零级衍射光的频谱进行研究.

根据(21a)式将全息图上零级衍射光的频谱表示为

$$\begin{aligned} & \text{F}\left\{ (|U(x, y)|^2 + A_r^2)w(x, y)R_c(x, y) \right\} \\ &= \Omega(f_x, f_y) * \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(x, y) \exp\left[\frac{jk}{2z_c}(x^2 + y^2)\right] \\ & \quad \times \exp[-j2\pi(xf_x + yf_y)] dx dy \\ &= \Omega(f_x, f_y) * \exp[-j\pi\lambda z_c(f_x^2 + f_y^2)] \\ & \quad \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{f'_x}{L/|\lambda z_c|}, \frac{f'_y}{L/|\lambda z_c|}\right) \\ & \quad \times \exp\{j\pi\lambda z_c[(f_x - f'_x)^2 + (f_y - f'_y)^2]\} df'_x df'_y, \end{aligned} \quad (23)$$

式中,  $\Omega(f_x, f_y) = \text{F}\{|U(x, y)|^2 + A_r^2\}$ .

基于上面对  $\text{F}\{|U(x, y)|^2\}$  的讨论,  $\Omega(f_x, f_y)$  是  $\text{F}\{A_r^2\}$  与频率空间一散斑场的叠加. 由于到达 CCD 的物光和参考光的振幅有相同量级,  $\text{F}\{A_r^2\}$  在频率平面原点的幅度远大于  $\text{F}\{|U(x, y)|^2\}$ , 因此,  $\Omega(f_x, f_y)$  的性质与  $\delta$  函数相似. 利用  $\delta$  函数卷积

特性<sup>[10]</sup>, (23) 式的分布基本由最后的积分运算确定.

对比空域的非涅耳衍射积分可以看出, (23) 式中频域积分的强度分布与平面波照射方孔的衍射图像相似, 方孔的宽度是  $L/|\lambda z_c|$ . 于是, 重建波面半径越小, 零级衍射频谱分布越宽. 为便于实验证明这个定量的结论, 设频率平面取样数为  $N$ , 零级衍射频谱斑宽度与离散傅里叶变换频谱面的宽度之比则是

$$P_f = \frac{L/|\lambda z_c|}{N/L} = \frac{L^2}{N|\lambda z_c|}. \quad (24)$$

研究 (23) 式还可知, 虽然参考光被设为球面波, 但球面波的相位因子对零级衍射光频谱无影响. 因此, 可以引用文献[6]将参考光视为平面波时抑制零级衍射干扰的研究结论, 即当 CCD 是  $N \times N$  像素的方阵时, 选择物光频谱中心为频率平面某象

限中心, 按下式确定一个优化的放大率:

$$(\lambda z_0 N - 2L^2)M^2 - (2\lambda z_0 N + 4L^2)M + 4L^2 = 0. \quad (25)$$

这时, 通过滤波窗的零级衍射干扰将分布在重建平面的边界区域, 不对重建像形成明显干扰. 实际应用中, 虽然让物光频谱中心与频率平面某象限中心完全一致比较困难, 但是, 按照 (25) 式确定的放大率通常能让物体重建物像远离零级衍射斑, 有效抑制干扰.

为证明理论研究结果, 下面做实验证明.

## 4. 实验研究

### 4.1. 1-FFT 重建实验

为简明起见, 实验研究在波长  $\lambda = 532 \text{ nm}$  及  $\lambda$

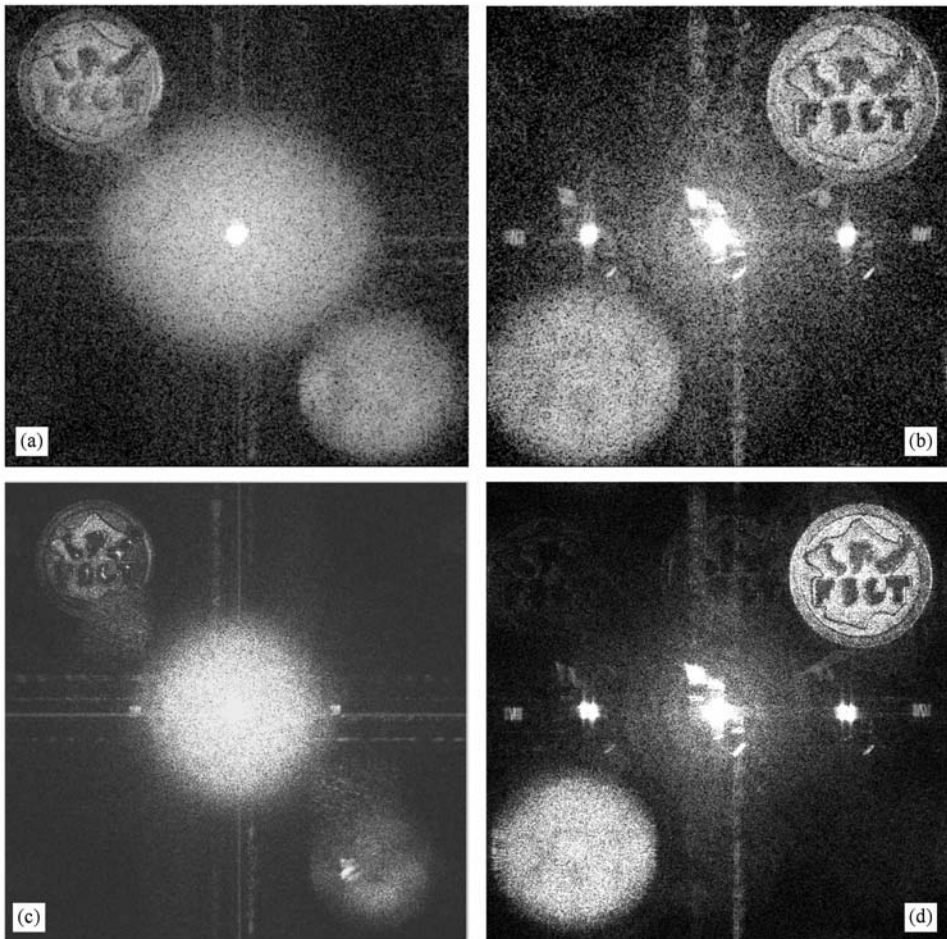


图2 不同记录距离 1-FFT 重建图像比较 (a)  $z_0 = 1250 \text{ mm}$ ,  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ , 重建平面宽度  $M \times 170 \text{ mm}$ ; (b)  $z_0 = 1250 \text{ mm}$ ,  $\lambda = 532 \text{ nm}$ , 重建平面宽度  $M \times 143 \text{ mm}$ ; (c)  $z_0 = 1500 \text{ mm}$ ,  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ , 重建平面宽度  $M \times 243 \text{ mm}$ ; (d)  $z_0 = 1500 \text{ mm}$ ,  $\lambda = 532 \text{ nm}$ , 重建平面宽度  $M \times 204 \text{ mm}$

$= 632.8 \text{ nm}$  两种激光照明下进行. 实验系统基于马赫-詹德 (Mach-Zehnder) 干涉仪设计. 物体是直径为  $50 \text{ mm}$  的一铜质奖牌. 单色 CCD 像素宽度为  $0.00465 \text{ mm}$ , 取样数  $N = 1024$ . 即 CCD 面阵宽度  $L = 4.76 \text{ mm}$ . 由于波长最小的重建像能与零级衍射干扰分离时, 其余色光的重建像必然能有效分离, 令  $\rho = 1$ , 将  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$  和  $\lambda = 532 \text{ nm}$  分别代入 (19) 式得  $z_0 = 1469.7 \text{ mm}$  和  $z_0 = 1745.8 \text{ mm}$ . 即  $1469.7 \text{ mm} < z_0 < 1745.8 \text{ mm}$  时, 只有红光重建图像能有效分离; 当  $z_0 < 1469.7 \text{ mm}$  时, 两种色光的重建像均会受到零级衍射干扰. 为验证理论研究结果, 让物体到 CCD 距离  $z_0$  分别为  $1250$  和  $1500 \text{ mm}$ . 选择参考光为平行光, 并且调整两光束的角度使红光及绿光重建图像分别在重建平面的第一、二象限 (本实验中, 我们通过实验调整及波面重建计算的比较来确认参考光调整的正确性).

选择放大率  $M = 0.2$ , 图 2(a) 和 (b) 分别给出  $z_0 = 1250 \text{ mm}$  时两种色光的 1-FFT 法重建的光波场强度的对数图像. 不难看出, 由于 1-FFT 法重建平面物理宽度与波长成正比, 红光重建像在重建平面的相对尺寸较小. 此外, 零级衍射场与两种色光的物体重建像均有部分重叠,  $\lambda = 532 \text{ nm}$  的情况重叠区域相对较多. 图 2(c) 和 (d) 是  $z_0 = 1500 \text{ mm}$  时对应的重建图像. 这时红光重建平面宽度大于物体像宽度的 4 倍, 红光重建像基本能与零级衍射干扰相分离.

观察每一幅重建图能够看出, 在重建平面中心均有一个亮斑, 这是零级衍射干扰中  $U_{i0}(x_i, y_i)$  一项的强度图像. 由于本实验的参考光为平面波, 令  $z_i \rightarrow \infty$  容易证明  $U_{i0}(x_i, y_i)$  干扰形成的方形衍射斑宽

度  $|M_c L| = |M - 1| L \approx 3.8 \text{ mm}$ , 与实验重建结果符合得很好.

选择不同放大率进行重建后容易证实, 物体的重建图像基本不变化. 这表明光学系统优化设计的讨论适用于参考光及重建光为任意波面半径球面波的情况.

应该指出, 以上实验证明的只是不采取特别的消零级衍射干扰措施时本文提出的光学系统设计方法. 事实上, 基于已有的消零级衍射干扰技术, 在一些情况下还能对系统参数进一步优化. 例如, 参照文献[11], 让参考光引入一非  $2\pi$  整数倍的任意相移拍摄第二幅全息图, 使用两幅全息图的差值图像进行重建将能有效消除零级衍射干扰. 这时, 重建平面的宽度只需要略大于重建像宽度的两倍, CCD 可以进一步接近检测物, 获取更多的物光场高频角谱, 重建质量更高的物光场.

## 4.2. 2-FFT 重建实验

### 4.2.1. 优化放大率公式的可行性验证

仍然选择  $z_0 = 1500 \text{ mm}$  的数字全息图. 令  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$  及  $\lambda = 532 \text{ nm}$ , 根据 (25) 式分别求得  $M = 0.0455$  以及  $M = 0.0539$ . 按照相关参数及公式分别确定出  $z_c$  后, 图 3(a) 给出  $\lambda = 532 \text{ nm}$  时数字全息图的频谱. 选择第二象限中心为共轭光频谱中心取出第二象限频谱后, 图 3(b) 给出 2-FFT 重建图像. 对于  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ , 图 4(a) 是数字全息图的频谱, 图 4(b) 是第一象限中心为共轭光频谱中心的 2-FFT 重建图像. 利用 (24) 式求得图 3(a) 及图 4(a) 中零级衍射光频谱斑宽度与频谱图面宽度之比

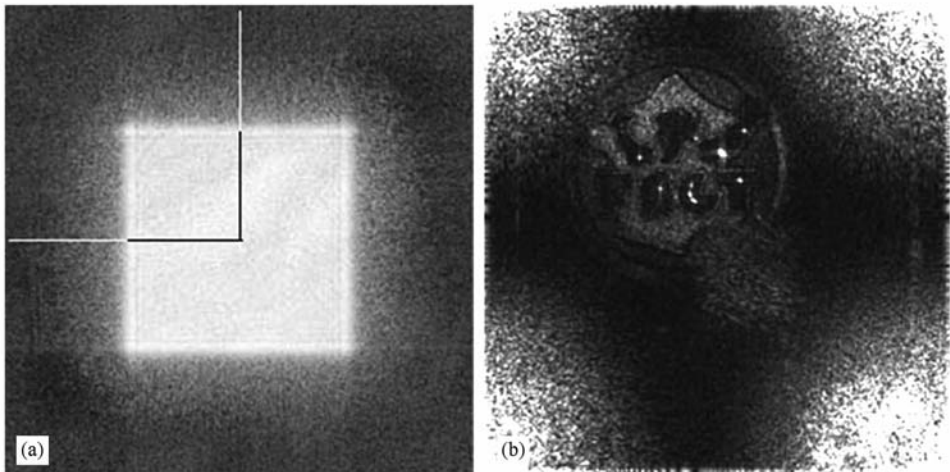


图3  $z_0 = 1500 \text{ mm}$ ,  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ ,  $M = 0.0455$  时 2-FFT 重建的相关图像 (a) 频谱图及选通滤波窗 ( $215 \text{ mm}^{-1} \times 215 \text{ mm}^{-1}$ ); (b) 重建图像 ( $4.76 \text{ mm} \times 4.76 \text{ mm}$ )

别是  $P_f = 0.489$  及  $P_f = 0.487$ , 与理论预计非常符合.

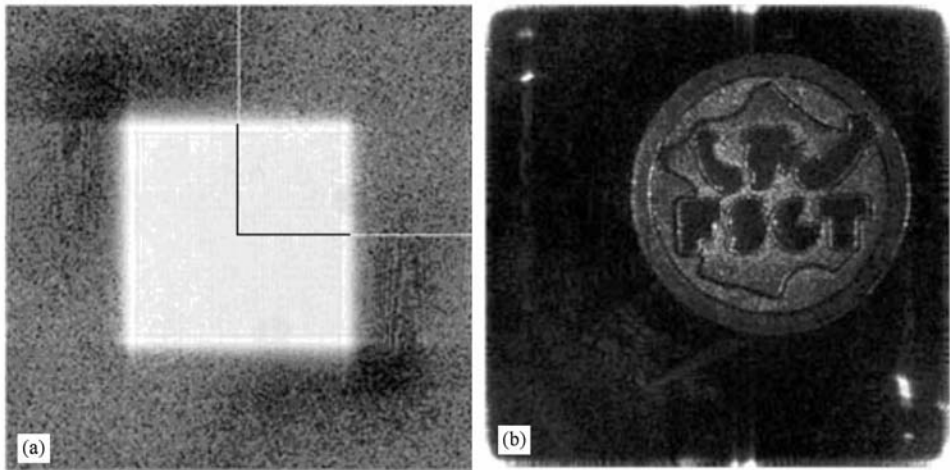


图4  $z_0 = 1500$  mm,  $\lambda = 532$  nm,  $M = 0.0539$  时 2-FFT 重建的相关图像 (a) 频谱图及选通滤波窗 ( $215 \text{ mm}^{-1} \times 215 \text{ mm}^{-1}$ ); (b) 重建图像 ( $4.76 \text{ mm} \times 4.76 \text{ mm}$ )

可以看出,在频谱图中三种衍射波的频谱强烈混叠.但是,由于选择了优化的放大率,尽管有大量零级衍射光频谱通过滤波窗,零级衍射干扰局限于重建平面的边界附近,对物体的重建像不构成明显影响.对于单色光的数字全息,可以根据物体投影尺寸及 CCD 宽度适当设计实验系统,在不受零级衍射干扰的区域对重建物体图像进行相关研究.

#### 4.2.2. 彩色物体图像的重建

由于优化放大率与波长相关,为重建物体的彩色图像,不但必须统一重建像的放大率,还应让重建像在同一位置重建.为此,统一选择  $M = 0.0455$ ,

以 1-FFT 重建像为参考,在频谱图上重新确定共轭物光频谱中心<sup>[6]</sup>.图 5(a)和(b)分别给出  $\lambda = 632.8$  nm,  $\lambda = 532$  nm 时的 2-FFT 重建图像.可以看出,对于所研究的情况,虽然共轭物光频谱中心与频谱面所对应象限的中心相偏离,但零级衍射干扰仍然局限于重建平面的边界附近,对物体的重建像不构成明显影响.

利用图 5(a)和(b)合成的彩色图像示于图 6(a).为便于了解重建图像质量,图 6(b)给出物体的彩色数码相机拍摄像.可以看出,两幅图像的色彩基本一致(这里只给出两幅彩色图对应的灰度图像).

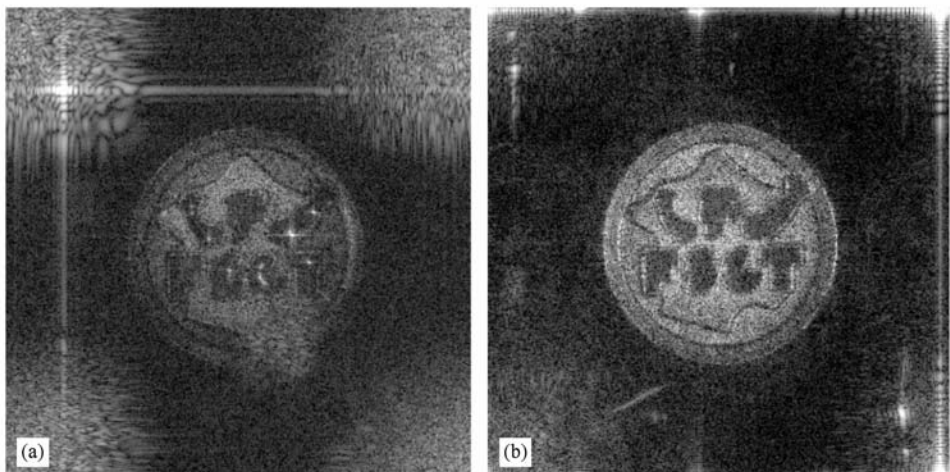


图5  $M = 0.0455$  时两种色光 2-FFT 重建像 (a)  $\lambda = 632.8$  nm ( $4.76 \text{ mm} \times 4.76 \text{ mm}$ ); (b)  $\lambda = 532$  nm ( $4.76 \text{ mm} \times 4.76 \text{ mm}$ )



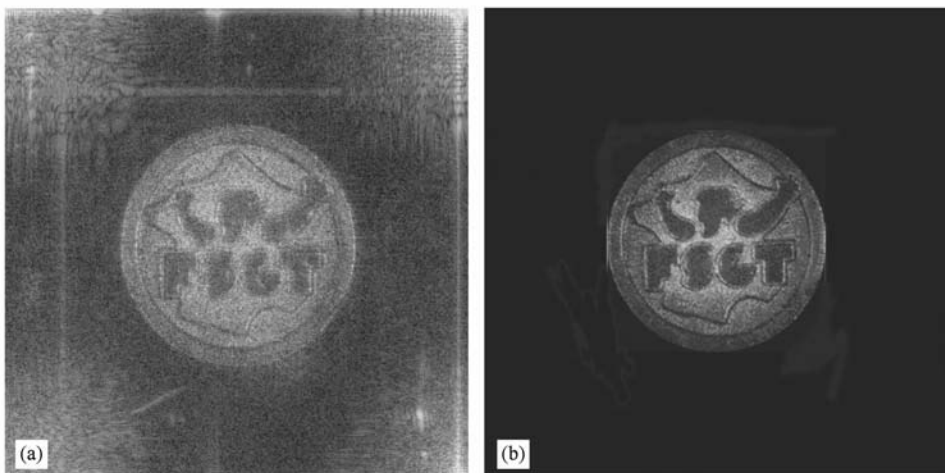


图6  $M=0.0455$  时2-FFT重建的物体彩色图与数码相机拍摄像比较 (a)彩色数字全息重建像(4.76 mm×4.76 mm);(b)真彩色数码相机拍摄像(4.76 mm×4.76 mm)

## 5. 结 论

本文将物体表面视为散射面,对数字全息物光场重建像平面上的光波场分布做了较细致的分析,导出物体重建像、零级衍射及物光衍射场分布的表达式.根据研究结果,给出离轴数字全息光学系统

中 CCD 与物体间最小距离的确定方法及实验证明.实验显示了不需要进行插值运算合成彩色图像的2-FFT重建算法的特点.通过理论分析及实验,推广了文献[6]以平面波为参考波导出的抑制零级衍射干扰的优化重建放大率选择公式.本文的工作为彩色数字全息研究及离轴数字全息系统的优化设计提供了较定量的参考.

- [1] Zhang F, Yamaguchi I 2004 *Opt. Lett.* **29** 1668
- [2] Domenico A, Giuseppe C, Sergio D N, Pietro F, Andrea F, Giovanni P, Bahram J 2006 *Opt. Commun.* **260** 113
- [3] Zhao J L, Jiang H H, Di J 2008 *Opt. Express* **16** 2514
- [4] Li J C, Patrice T, Peng Z J, Pascal P 2009 *Opt. Lett.* **34** 572
- [5] Pascal P, Patrice T, Denis M, Peng J C, Li J C 2009 *Opt. Express* **17** 9145
- [6] Xiong B H, Li J C 2009 *Holography Interference Measure—Principles & Method* (Beijing: Science Press) p642 (in Chinese) [熊秉衡、李俊昌 2009 全息干涉计量——原理和方法(北京:科学出版社)第642页]
- [7] Wang X L, Zhang N, Zhao Y B, Li Z L, Zhai H C, Zhu X N 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 354 (in Chinese) [王晓雷、张楠、赵友博、李智磊、翟宏琛、朱晓农 2008 物理学报 **57** 354]
- [8] David M, Javier G, Carlos F, Luis M B, Francisco M 1999 *Opt. Commun.* **164** 233
- [9] Chen J B, Su X Y 2002 *Optical Information Technique—Principles & Applications* (Beijing: Higher Education Press) p363 (in Chinese) [陈家璧、苏显渝 2002 光学信息技术原理及应用(北京:高等教育出版社)第363页]
- [10] Goodman J W 2006 *Introduction to Fourier Optics* (3rd ed) (Beijing: Publishing House of Electronics Industry) pp116, 375 (in Chinese) [Goodman J W 2006 傅里叶光学导论(第三版)(北京:电子工业出版社)第116, 375页]
- [11] Zhang Y M, Lü Q N, Ge B Z 2004 *Opt. Commun.* **240** 261

# An optical system of scattered light digital color holography and its wave front reconstruction algorithm\*

Li Jun-Chang<sup>1)2)†</sup> Peng Zu-Jie<sup>1)</sup> Tankam Patrice<sup>2)</sup> Picart Pascal<sup>2)3)</sup>

1) (*Faculty of Science, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China*)

2) (*LAUM, CNRS, Université du Maine, Av. O. Messiaen 72085 LE MANS, France*)

3) (*ENSIM-école Nationale Supérieure d'Ingénieurs du Mans, rue Aristote 72085 LE MANS, France*)

(Received 31 July 2009; revised manuscript received 26 October 2009)

## Abstract

Assuming the object surface is a scattering plane and both the reference beam and the reconstructing beam are spherical waves, we study the light wave field of object beam field reconstructing plane of off-axis digital holography in detail. The object beam, the conjugate object beam and the distribution of zero-order diffraction beam as functions of the optical system parameters are obtained. According to the characteristics of digital color holography, an optical system design method for suppressing zero-order diffraction interference is proposed. Furthermore, an optimization study has also been conducted on the wave front reconstruction algorithm to avoid interpolation error. Finally, the corresponding experimental verifications are given.

**Keywords:** holographic technology, color digital holography, wave front reconstruction, zero-order diffraction interference

**PACC:** 4230, 4230V

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60977007).

† E-mail: jcli@vip.163.com