

# 非局域非线性克尔介质中两极孤子的变分解<sup>\*</sup>

杨振军 李少华 陆大全 胡 巍<sup>†</sup>

(华南师范大学光子信息技术广东省高校重点实验室, 广州 510631)

(2009 年 10 月 16 日收到; 2009 年 11 月 10 日收到修改稿)

利用变分法对一种假设的两极孤子进行了研究, 得到了该两极孤子的参数耦合方程, 并对由参数耦合方程得到的结果进行了数值模拟. 结果表明, 在光束能量较高, 趋近于强非局域的情况下, 两极孤子横向强度呈一阶厄米-高斯型分布; 光束能量较低的弱非局域情况下, 两极孤子的两个强度峰之间有一个平台出现. 此两极孤子模型还可退化为高斯光束, 得到高斯孤子解.

**关键词:** 非局域非线性, 两极孤子, 变分法

**PACC:** 4265S, 4265J

## 1. 引 言

由于孤子的特殊性质及其巨大的潜在应用价值, 对孤子的研究一直是物理科学研究中最为活跃的研究方向之一. 在非线性光学中, 介质的非线性响应一般认为是局域的, 即介质对光场的非线性响应仅与该点的光强有关. 然而在实际的物理系统中, 很多介质对光场的响应是非局域的, 即介质对光场的非线性响应不仅与该点的光强有关, 而且还与该点周围的光强有关. 例如, 光折变晶体<sup>[1,2]</sup>、向列相液晶<sup>[3-5]</sup>、铅玻璃<sup>[6,7]</sup>、原子蒸气<sup>[8]</sup>、玻色-爱因斯坦凝聚体<sup>[9]</sup>等介质分别由于载流子的漂移、分子的再取向、热传导、原子或分子扩散等原因均会引起非局域非线性响应. 根据介质响应函数的宽度与光束宽度的相对大小可以将非局域程度分成局域、弱非局域、一般非局域和强非局域等四类<sup>[10,11]</sup>.

光束在非局域非线性介质中的传输可由非局域非线性薛定谔方程描述. 在强非局域介质中, Snyder 和 Mitchell<sup>[12]</sup>将非局域非线性薛定谔方程简化成了一个简单的线性模型, 从而把复杂的非线性问题转化成了简单的线性问题, 使得强非局域光孤子成为近几年来的一大研究热点. 与以往的局域光孤子相比, 由于非局域的特殊性质, 非局域光孤子

在非局域非线性介质中的传输呈现出很多新的性质. 近些年来对非局域光孤子的研究获得了很多成果. 在理论上, Guo 等<sup>[13]</sup>通过泰勒展开的方法得到了强非局域非线性模型中存在严格的高斯型孤子解析解和大相移等结果, 光束在非局域非线性介质中具有自诱导分数傅里叶变换效应<sup>[14]</sup>, 亮孤子之间总是相互吸引而与孤子之间的相位无关<sup>[12,15]</sup>, 暗孤子之间也可以相互吸引<sup>[16]</sup>. 在非局域介质中已经得到高斯孤子解<sup>[12,13]</sup>、涡旋孤子解<sup>[17-19]</sup>、多极孤子解<sup>[7,20]</sup>、拉盖尔-高斯和厄米-高斯孤子解<sup>[21-24]</sup>、因斯-高斯孤子解<sup>[25]</sup>等. 实验上, 目前已经证实向列相液晶<sup>[26]</sup>和铅玻璃<sup>[6]</sup>属于强非局域介质, 非局域光孤子的很多性质得到了验证<sup>[3-7,14,27-30]</sup>. 并且基于强非局域空间孤子相互作用特性的光子开关和光子逻辑门在实验上也得到了实现<sup>[31,32]</sup>.

就研究方法而言, 可以使用分离变量法或变分法等方法. 分离变量法虽然简单实用, 但仅在强非局域时才可以使使用, 具有一定的局限性. 对于一般非局域情况而言, 其传输方程仍存在一定的复杂性, 分离变量法不再适用, 所以对一般非局域情况的研究也相对较少. 变分法最早由 Anderson 用于求解光纤中孤子的传输问题<sup>[33]</sup>, 该方法虽然有些繁琐, 但结果证明还是实用和有效的, 并且该方法可以适用于不同非局域程度的情况. 利用变分法已经

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号: 10674050, 10804033)、广东省高等学校科技创新团队计划(批准号: 06CXTD005)、教育部高等学校博士学科点专项科研基金(批准号: 200805740002)和河北省自然科学基金(批准号: F2009000321)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人. E-mail: huwei@senu.edu.cn

研究了强非局域情况下高斯孤子<sup>[34]</sup>、拉盖尔-高斯和厄米-高斯孤子<sup>[35-37]</sup>、亚强非局域下的光束传输<sup>[38]</sup>、有损耗情况下的非局域光孤子<sup>[39,40]</sup>、非局域介质中的暗孤子<sup>[41]</sup>等。

强非局域光孤子相互作用与局域光孤子相互作用的一个显著差别就是:对于局域光孤子而言,两相互作用的孤子相位相同则互相吸引,相位相反则相互排斥;而对于强非局域光孤子而言,不管两个相互作用的光孤子相位如何,它们之间总是吸引的.那么对于两个相位相反的光孤子来说,在一定的非局域程度下,相位相反的两孤子应该能够既不吸引也不排斥,形成较为稳定的传输.本文中假设了一种两极孤子,相当于两个相位相反的孤子叠加,通过变分法研究了该两极孤子传输时各参数之间所应满足的关系,并通过数值模拟进行了验证.结果表明,当非局域程度较大时两极孤子呈一阶厄米-高斯形状;当非局域程度变小则孤子两极之间出现一平台,并且随着非局域程度的减小,孤子的两极相距越远,两极之间的平台越宽.

## 2. 归一化的非局域非线性薛定谔方程及其变分问题

傍轴光束在非局域非线性克尔介质中的传输可以用非局域非线性薛定谔方程(nonlocal nonlinear Schrödinger equation, NNLSE)来描述. 1 + 1 维 NNLSE 由下式给出:

$$2ik \frac{\partial \Phi}{\partial Z} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} + 2k^2 \eta \Phi \times \int_{-\infty}^{+\infty} R_i(X - X') |\Phi(X', Z)|^2 dX' = 0, \quad (1)$$

其中  $\Phi(X', Z)$  为傍轴光束;  $k$  表示仅考虑线性折射率时的波数;  $\eta$  是与介质有关的常数 ( $\eta > 0$  时为自聚焦介质,  $\eta < 0$  时为自散焦介质);  $R_i(X)$  为介质的实对称空间响应函数.

为计算方便,对上式采用以下方式进行归一化:

$$\begin{aligned} z &= \frac{Z}{z_R}, \\ x &= \frac{X}{w_0}, \\ \phi &= kw_0 \sqrt{\eta} \Phi, \end{aligned} \quad (2)$$

其中  $w_0$  为归一化束腰宽度;  $z_R = kw_0^2$  为归一化瑞利距离. (1) 式可以简化为

$$i \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \phi \times \int_{-\infty}^{+\infty} R(x - x') |\phi(x', z)|^2 dx' = 0, \quad (3)$$

其中  $R(x) = w_0 R_i(X)$ , 且满足归一化条件

$$\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx = 1. \quad (4)$$

光束在传输过程中的能量守恒,即

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\phi(x, z)|^2 dx \equiv P_0,$$

哈密顿量可写为

$$H = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{1}{2} \left| \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|^2 - \frac{1}{2} |\phi|^2 \times \int_{-\infty}^{+\infty} R(x - x') |\phi(x')|^2 dx' \right] dx. \quad (5)$$

(3) 式为归一化的 NNLSE. 根据变分法, 归一化的 NNLSE 是泛函

$$J = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L(\phi, \phi^*, \frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi^*}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial z}, \frac{\partial \phi^*}{\partial z}) dx dz \quad (6)$$

的变分问题的欧拉方程, 式中的星号表示复共轭. 其变分方程为

$$\delta \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L(\phi, \phi^*, \frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi^*}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial z}, \frac{\partial \phi^*}{\partial z}) dx dz = 0 \quad (7)$$

其中拉格朗日函数为

$$\begin{aligned} L &= \frac{i}{2} \left( \phi^* \frac{\partial \phi}{\partial z} - \phi \frac{\partial \phi^*}{\partial z} \right) \\ &\quad - \frac{1}{2} \left| \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|^2 + \frac{1}{2} |\phi|^2 \\ &\quad \times \int_{-\infty}^{+\infty} R(x - x') |\phi(x')|^2 dx'. \end{aligned} \quad (8)$$

假设在非局域非线性介质中有 1 + 1 维两极孤子解, 其形式为

$$\phi(x, z) = Ax^m \exp \left[ -\frac{x^2}{2w^2} + ib(z) \right], \quad (9)$$

其中  $A$  为振幅;  $w$  为高斯光束的束腰宽度;  $b(z)$  为光束的相位 ( $b(z)$  也可以表示为  $b(z) = \beta z$ , 其中  $\beta$  为传播常数);  $m = 1, 3, 5, \dots$ .  $m = 0$  时, 该光束退化为高斯光孤子解;  $m = 2n - 1$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) 时, 该光束的电场分布具有相反的两极, 参数  $m$  决定了两极距离的远近, 即  $m$  越大, 两极相距越远. 图 1 给出了  $m$  取不同值时,  $\phi(x)$  的归一化电场分布示意图.

将孤子试探解(9)式代入方程(7)中, 可以得到平均变分问题

$$\delta \int_{-\infty}^{+\infty} [L] dz = 0, \quad (10)$$

其中平均拉格朗日函数 $[L]$ 为

$$[L] = \int_{-\infty}^{+\infty} L dx. \quad (11)$$

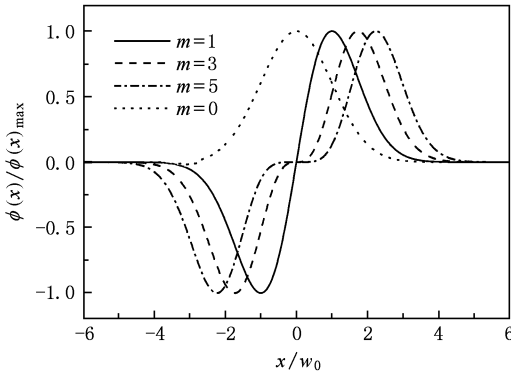


图1  $m$  取不同值时,  $\phi(x)$  的归一化电场分布示意图

### 3. 试探函数的参量耦合方程

假设介质的响应函数为高斯型, 即响应函数  $R(x)$  为

$$R(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}w_m} \exp\left(-\frac{x^2}{2w_m^2}\right), \quad (12)$$

其中  $w_m$  为介质响应的特征宽度. 由 (8), (9) 和

(12) 式以及积分公式

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} y^{2m} \exp\left[-\frac{(x-y)^2}{2w_m^2}\right] \exp\left(-\frac{x^2}{2w^2}\right) dy \\ &= \Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right) {}_1F_1\left(m + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{w^2 x^2}{2w_m^2 w^2 + 4w_m^4}\right) \\ & \times (ww_m)^{2m+1} \left(\frac{w^2}{2} + w_m^2\right)^{-\frac{1}{2}-m} \\ & \times \exp\left(-\frac{x^2}{2w_m^2}\right), \end{aligned} \quad (13)$$

可以求得拉格朗日函数为

$$\begin{aligned} L &= -\beta |\phi|^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{m}{x} - \frac{x}{w^2}\right)^2 |\phi|^2 \\ &+ \frac{A^2 \Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right)}{2 \sqrt{2\pi}} w^{2m+1} w_m^{2m} \left(\frac{w^2}{2} + w_m^2\right)^{-m-\frac{1}{2}} \\ & \times {}_1F_1\left(m + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{w^2 x^2}{2w_m^2 w^2 + 4w_m^4}\right) \\ & \times \exp\left(-\frac{x^2}{2w_m^2}\right) |\phi|^2, \end{aligned} \quad (14)$$

其中  $\Gamma(x)$  为伽玛函数 (Gamma function),  ${}_1F_1$  为合流超几何函数 (hypergeometric function). 由 (11) 和 (14) 式以及积分公式

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^{2m} \exp\left(-\frac{x^2}{w^2}\right) dx = w^{2m+1} \Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right), \quad (15)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{m}{x} - \frac{x}{w^2}\right)^2 x^{2m} \exp\left(-\frac{x^2}{w^2}\right) dx = \frac{(4m-1)w^{2m-1}}{4} \Gamma\left(m - \frac{1}{2}\right), \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} x^{2m} {}_1F_1\left(m + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{w^2 x^2}{2w_m^2 w^2 + 4w_m^4}\right) \exp\left(-\frac{x^2}{w^2} - \frac{x^2}{2w_m^2}\right) dx \\ &= 2^{m+\frac{1}{2}} \Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right) {}_2F_1\left(m + \frac{1}{2}, m + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{w^4}{(w^2 + 2w_m^2)^2}\right) \left(\frac{2}{w^2} + \frac{1}{w_m^2}\right)^{-m-\frac{1}{2}}, \end{aligned} \quad (17)$$

可以求得平均拉格朗日函数 $[L]$ 为

$$\begin{aligned} [L] &= -A^2 \beta w^{2m+1} \Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right) - \frac{(4m-1)A^2}{8} w^{2m-1} \Gamma\left(m - \frac{1}{2}\right) \\ &+ \frac{4^m A^4}{\sqrt{2\pi}} \frac{w^{4m+2} w_m^{4m+1}}{(w^2 + 2w_m^2)^{2m+1}} \Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 {}_2F_1\left(m + \frac{1}{2}, m + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{w^4}{(w^2 + 2w_m^2)^2}\right). \end{aligned} \quad (18)$$

对应欧拉方程

$$\frac{\partial [L]}{\partial b} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial [L]}{\partial b_z} \right) = 0, \quad (19)$$

$$\frac{\partial [L]}{\partial A} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial [L]}{\partial A_z} \right) = 0, \quad (20)$$

$$\frac{\partial [L]}{\partial w} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial [L]}{\partial w_z} \right) = 0, \quad (21)$$

可得

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[ A^2 \Gamma \left( m + \frac{1}{2} \right) w^{2m+1} \right] = 0, \quad (22)$$

$$\beta w^2 + \frac{4m-1}{8m-4} - \frac{4^m \sqrt{2} A^2 w^{2m+3} w_m^{4m+1}}{\sqrt{\pi} (w^2 + 2w_m^2)^{2m+1}} \Gamma \left( m + \frac{1}{2} \right) {}_2F_1 \left( m + \frac{1}{2}, m + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{w^4}{(w^2 + 2w_m^2)^2} \right) = 0, \quad (23)$$

$$\beta w^2 + \frac{4m-1}{8m-4} - \frac{2^{2m+4} \sqrt{2} A^2 w^{2m+3} w_m^{4m+3}}{\sqrt{\pi} (w^2 + 2w_m^2)^3} \Gamma \left( m + \frac{3}{2} \right) {}_2F_1 \left( m + \frac{1}{2}, m + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{w^4}{(w^2 + 2w_m^2)^2} \right) = 0. \quad (24)$$

(22)式其实是代表了光束在传输过程中的能量守恒,即

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\phi(x, z)|^2 dx \equiv P_0,$$

其中  $P_0$  为光束具有的能量,因此可得

$$A^2 w^{2m+1} \Gamma \left( m + \frac{1}{2} \right) = P_0. \quad (25)$$

(23)—(25)式即为两极孤子的参数耦合方程.

#### 4. 解析结果与数值模拟结果的分析

当  $m=0$  时,假设解(9)式为高斯光束,此时的情况最简单,根据耦合方程(23)—(25)式可以计算得

$$A^2 = \frac{\sqrt{2}\beta(5 + \sqrt{9 + 64\beta w_m^2}) \sqrt{3 + 8\beta w_m^2 + \sqrt{9 + 64\beta w_m^2}}}{(3 + \sqrt{9 + 64\beta w_m^2})^{3/2}}, \quad (26)$$

$$w = \left( \frac{3 + \sqrt{9 + 64\beta w_m^2}}{8\beta} \right)^{1/2}, \quad (27)$$

$$P_0 = \frac{\sqrt{\beta\pi}(5 + \sqrt{9 + 64\beta w_m^2}) \sqrt{3 + 8\beta w_m^2 + \sqrt{9 + 64\beta w_m^2}}}{2(3 + \sqrt{9 + 64\beta w_m^2})}. \quad (28)$$

对于给定一组  $(m, \beta, w_m)$  的值,根据(26)—(28)式,即可求得高斯孤子解的参数  $A, w$  及其所具有的能量  $P_0$ . 图2中实线给出了  $m, w_m$  取不同值时,高斯孤子能量  $P_0$  随传播常数  $\beta$  变化的示意图. 从图中可以看出高斯孤子具有的能量随着传播常数的增大而增大,随着  $w_m$  的增大也会增大. 对非局域介质中的高斯型孤子已有较多讨论<sup>[12,13,34,38]</sup>,此处不再详细阐述.

当  $m \neq 0$  时,两极孤子的参数耦合方程的解比较复杂,不容易给出解析表达式,但对于给定的一组  $(m, \beta, w_m)$  值,根据参数耦合方程(23)—(25)式可以很容易得到  $(A, w, P_0)$  的值. 图2中给出了  $m, w_m$  取不同值时,光束能量  $P_0$  随传播常数  $\beta$  变化的示意图. 从图中可以看出  $m=1, 3, 5$  时,光束能量与高斯光束能量随着传播常数变化的规律是一致的,都是随传播常数的增大而增大,随着  $w_m$  的增大也会增大. 图3给出了根据非局域非线性薛定谔方程

进行数值模拟的结果. 光束的初始参数由两极孤子的参数耦合方程(23)—(25)式给出. 图3(a)—(d)通过参数耦合方程可计算得到  $(A, w, P_0)$  分别为  $(1.185, 2.161, 12.556)$ ,  $(7.826 \times 10^{-4}, 7.046, 1.755)$ ,  $(9.981 \times 10^{-9}, 18.429, 0.434)$ ,  $(0.101, 2.381, 14.787)$ . 从图3(a)—(c)可以看出,在所选参数下,光束可以较为稳定的传输,形成孤子. 而图3(d)则显示出光束的两强度峰出现了碰撞,与两反相高斯孤子在强非局域非线性介质中的碰撞类似<sup>[12]</sup>,在碰撞区域中心光强最弱. 图4中实线给出了光束在初始位置的横向电场分布,虚线给出了光诱导的折射率的相对变化,即折射率变化量的相对形状. 从图4(a)可以看到,折射率变化的分布呈高斯型,而且覆盖了整个光束强度的分布范围,可近似认为是强非局域,此时可以形成很好的孤子传输. 事实上此时与强非局域中一阶厄米-高斯孤子<sup>[23,37]</sup>是一致的. 从图4(b)和(c)可以看到,光束

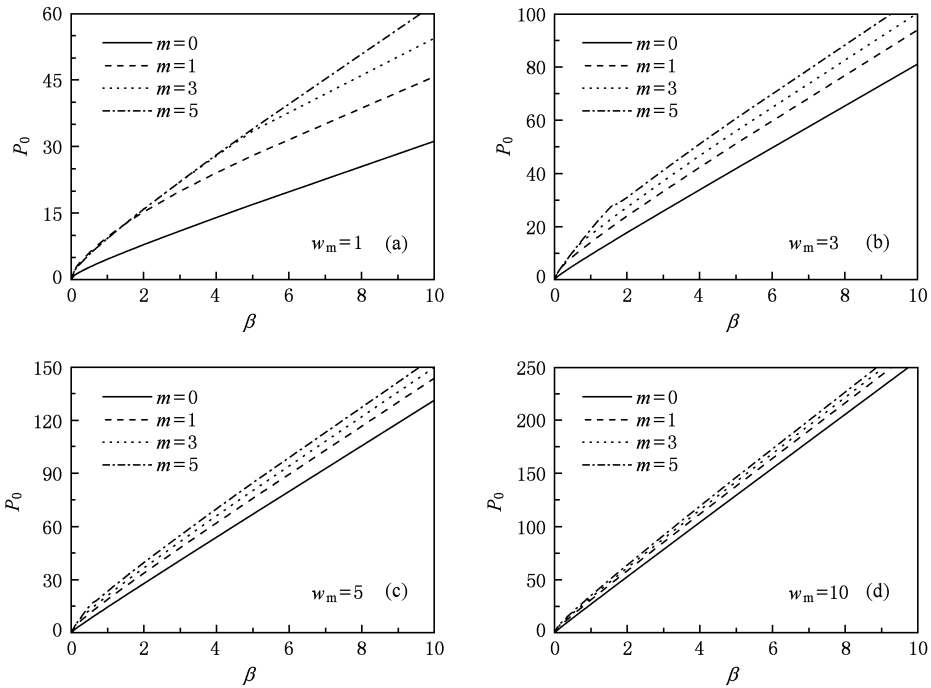


图2  $m, w_m$  取不同值时光束能量随传播常数  $\beta$  变化的示意图 (a)  $w_m = 1$ , (b)  $w_m = 3$ , (c)  $w_m = 5$ , (d)  $w_m = 10$

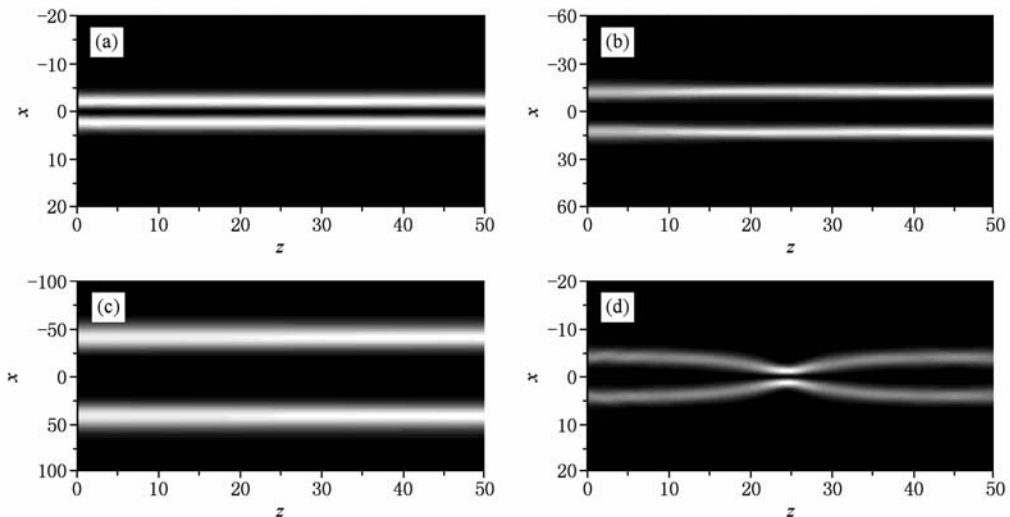


图3 不同参数下光束强度传输的数值模拟图 (a)  $m=1, w_m=3, \beta=0.85$ ; (b)  $m=3, w_m=3, \beta=0.05$ ; (c)  $m=5, w_m=3, \beta=0.005$ ; (d)  $m=3, w_m=3, \beta=0.8$

强度分布引起的折射率变化呈现两个峰,应属于弱非局域的情况.此时两反向强度峰之间出现一个平台,即  $m=3, 5$  的情况.这与文献[15, 20]中的情况类似.在数值模拟时发现,当光束能量较大时,只能支持  $m=1$  的孤子出现,即两反向峰之间没有平台.光束能量较小时,可以支持  $m=3, 5$  等两反向峰之

间有平台的孤子.对于具有较大能量的高阶光束,传输过程中则会出现两强度峰的碰撞情况(见图3(d)).由图4(d)可以看出,此时在  $x=0$  附近的折射率变化不为零,已经趋向于强非局域情况,所以两个强度峰开始相互吸引并发生碰撞.此时参数耦合方程失效,这是由于变分法的局限性造成的.

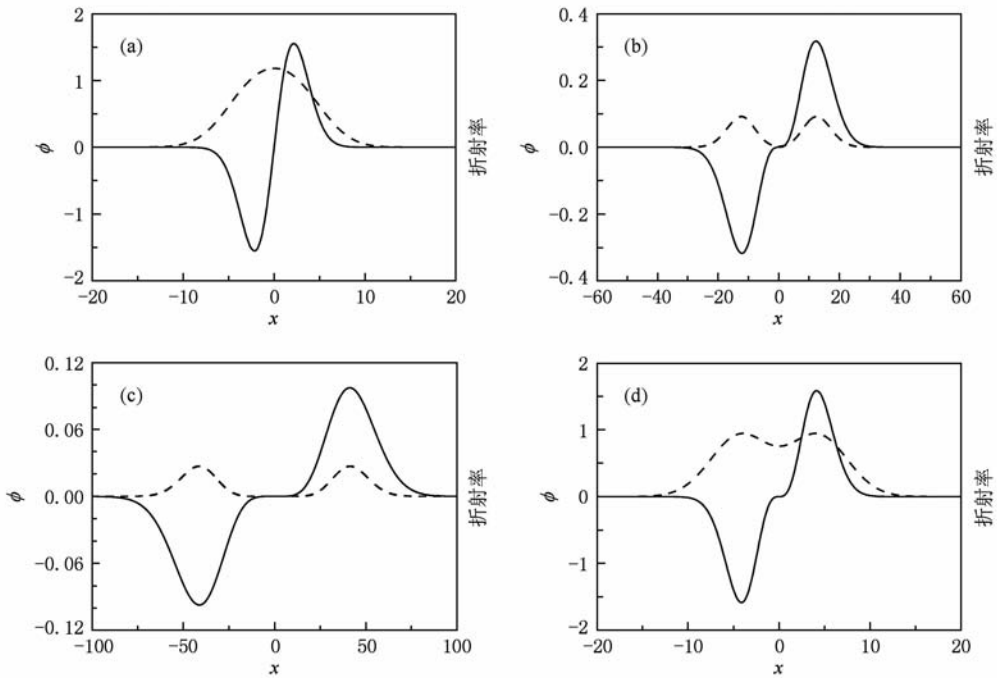


图4 对应图3中光束的横向电场初始分布(实线)以及光束诱导的折射率变化(虚线)示意图 (a)–(d)分别对应图3中的(a)–(d)

## 5. 结 论

本文利用变分法对一种反向两极孤子进行了研究,得到了反向两极孤子的参数耦合方程,并对由参数耦合方程得到的结果进行了数值模拟.结果表明,光束能量较高时,解析结果可以较好地描述  $m = 0, 1$  的情况,即获得高斯孤子和一阶厄米-高斯孤子;而对于  $m > 1$  的情况,当光束能量较高时,数值模拟的结果表明反向两极孤子传输时类似于相位

相反的两个高斯孤子在强非局域介质中的传输,将发生碰撞.此时的情况趋近于强非局域.当光束能量较低时可支持  $m > 1$  的情况,反向两极孤子的两强度峰之间有一个平台出现,此时的情况属于弱非局域.在实际的物理系统中,例如向列相液晶和铅玻璃,实验上已经证实了两极孤子是存在的<sup>[7,30]</sup>.而且两极孤子的两个强度峰之间可以存在一定的距离,即两强度峰之间有一平台出现.因此本文的结果具有一定的实际意义.

- 
- [1] Mitchell M, Segev M, Christodoulides D N 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 4657
- [2] Mamaev A V, Zozulya A A, Mezentsev V K, Anderson D Z, Saffman M 1997 *Phys. Rev. A* **56** R1110
- [3] Peccianti M, Brzdkiewicz K A, Assanto G 2002 *Opt. Lett.* **27** 1460
- [4] Peccianti M, Conti C, Assanto G 2005 *Opt. Lett.* **30** 415
- [5] Hu W, Zhang T, Guo Q, Li X, Lan S 2006 *Appl. Phys. Lett.* **89** 07111
- [6] Rotschild C, Cohen O, Manela O, Segev M, Carmon T 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 213904
- [7] Rotschild C, Segev M, Xu Z, Kartashov Y V, Torner L, Cohen O 2006 *Opt. Lett.* **31** 3312
- [8] Skupin S, Saffman M, Krolikowski W 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 263902
- [9] Pedri P, Santos L 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 200404
- [10] Krolikowski W, Bang O, Rasmussen J J, Wyller J 2001 *Phys. Rev. E* **64** 016612
- [11] Krolikowski W, Bang O, Nikolov N I, Neshev D, Wyller J, Rasmussen J J, Edmundson D 2004 *J. Opt. B* **6** S288
- [12] Snyder A W, Mitchell D J 1997 *Science* **276** 1538
- [13] Guo Q, Luo B, Yi F H, Chi S, Xie Y Q 2004 *Phys. Rev. E* **69** 016602
- [14] Lu D, Hu W, Zheng Y J, Liang Y B, Cao L G, Lan S, Guo Q 2008 *Phys. Rev. A* **78** 043815

- [15] Rasmussen P D, Bang O, Krolikowski W 2005 *Phys. Rev. E* **72** 066611
- [16] Nikolov N I, Neshev D, Krolikowski W, Bang O, Rasmussen J, Christiansen P L 2004 *Opt. Lett.* **29** 286
- [17] Dai J H, Guo Q 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1752 (in Chinese) [戴继慧、郭旗 2009 物理学报 **58** 1752]
- [18] Lu D, Hu W 2009 *Phys. Rev. A* **79** 043833
- [19] Yakimenko A I, Lashkin V M, Prikhodko O O 2006 *Phys. Rev. E* **73** 066605
- [20] Xu Z Y, Kartashov Y V, Torner L 2005 *Opt. Lett.* **30** 3171
- [21] Buccoliero D, Desyatnikov A S, Krolikowski W, Kivshar Y S 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 053901
- [22] Deng D M, Guo Q 2008 *J. Opt. A* **10** 035101
- [23] Zhang X P, Guo Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3178 (in Chinese) [张霞萍、郭旗 2005 物理学报 **54** 3187]
- [24] Zhang X P, Guo Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5189 (in Chinese) [张霞萍、郭旗 2005 物理学报 **54** 5189]
- [25] Deng D M, Guo Q 2007 *Opt. Lett.* **32** 3206
- [26] Conti C, Peccianti M, Assanto G 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 113902
- [27] Dreischuh A, Neshev D N, Petersen D E, Bang O, Krolikowski W 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 043901
- [28] Zhu Y Q, Long X W, Hu W, Cao L G, Yang P B, Guo Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2262 (in Chinese) [朱叶青、龙学文、胡巍、曹龙贵、杨平保、郭旗 2008 物理学报 **57** 2262]
- [29] Yang P B, Cao L G, Hu W, Zhu Y Q, Guo Q, Yang X B 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 285 (in Chinese) [杨平保、曹龙贵、胡巍、朱叶青、郭旗、杨湘波 2008 物理学报 **57** 285]
- [30] Hutsebaut X, Cambournac C, Haelterman M, Adamski A, Neyts K 2004 *Opt. Commun.* **233** 211
- [31] Peccianti M, Conti C, Assanto G, Luca A D, Umetsu C 2002 *Appl. Phys. Lett.* **81** 3335
- [32] Guo Q, Zhang X P, Hu W, Shou Q 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1832 (in Chinese) [郭旗、张霞萍、胡巍、寿倩 2006 物理学报 **55** 1832]
- [33] Anderson D 1983 *Phys. Rev. A* **27** 3135
- [34] Shen M, Xi N, Kong Q, Ge L J, Shi J L, Wang Q 2009 *Chin. Phys. B* **18** 2822
- [35] Dai J H, Guo Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5001 (in Chinese) [戴继慧、郭旗 2008 物理学报 **57** 5001]
- [36] Bai D F, Guo Q, Hu W 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5684 (in Chinese) [白东峰、郭旗、胡巍 2008 物理学报 **57** 5684]
- [37] Bai D F, Huang C C, He J F, Wang Y 2009 *Chin. Phys. B* **18** 2853
- [38] Guo Q, Luo B, Chi S 2006 *Opt. Commun.* **259** 336
- [39] Huang Y, Guo Q, Cao J 2006 *Opt. Commun.* **261** 175
- [40] Cao L, Zhu Y, Lu D, Hu W, Guo Q 2008 *Opt. Commun.* **281** 5004
- [41] Ge L, Wang Q, Shen M, Shi J, Kong Q, Hou P 2009 *J. Opt. A* **11** 065207

# Variational analysis of dipole soliton in nonlocal nonlinear Kerr media<sup>\*</sup>

Yang Zhen-Jun Li Shao-Hua Lu Da-Quan Hu Wei<sup>†</sup>

(Key Laboratory of Photonic Information Technology of Guangdong Province, South China Normal University, Guangzhou 510631, China)

(Received 16 October 2009; revised manuscript received 10 November 2009)

## Abstract

By applying the variational method, we studied a kind of dipole soliton in the nonlocal nonlinear Kerr media. The parameter coupling equations of the dipole soliton were obtained, and numerical simulations were carried out. The results show that the transverse intensity distribution of the dipole soliton is similar to Hermite-Gaussian shape under the condition that the dipole soliton has a high energy which approaches the case of strongly nonlocal nonlinearity. There is a platform between the two intensity peaks of the dipole soliton under the condition that the dipole soliton has a low energy which belongs to the case of weakly nonlocal nonlinearity.

**Keywords:** nonlocal nonlinearity, dipole soliton, variational approach

**PACC:** 4265S, 4265J

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10674050, 10804033), the Program for Innovative Research Team of Higher Education in Guangdong Province, China (Grant No. 06CXTD005), the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 200805740002), and the Natural Science Foundation of Hebei Province, China (Grant No. F2009000321).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: huwei@scnu.edu.cn