

冲击压缩下物质黏性系数与 冲击波阵面扰动衰减特性研究^{*}

马小娟 刘福生[†] 李一磊 张明建 李永宏 孙燕云 彭小娟 经福谦

(西南交通大学物理科学与技术学院, 成都 610031)

(2009 年 10 月 13 日收到; 2009 年 12 月 18 日收到修改稿)

为解决高温高压下物质黏性的测量问题,Sakharov 曾提出一种冲击波小扰动实验方法,但人们一直未从理论上给出这类特定冲击波流场中扰动振幅衰减特性与黏性系数之间的量化关联. 本文首次针对 Mineev 等的实验条件采用数值解方法定量地研究了金属铝(Al)中复杂流场演化过程、正弦形波阵面上相对扰动幅度的演化特征和它们的黏性效应,给出了相对扰动幅度衰减曲线的零点相对距离与黏性系数之间的定量关系. 与 Zaidel 的均匀流场模型以及 Miller 等的非均匀流场模型相比,本文求解的流场演变问题已经接近实验的真实情况. 利用本文数值解建立起来的实验数据分析方法,Sakharov 小扰动方法可以给出更为可信的黏性系数测量结果. 本文重新分析了 Mineev 等的实验数据,发现 Al 在 31 GPa 冲击压力和 $2 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ 应变率条件下等效黏性系数值应修正为 $1100 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, 仅为原实验分析结果的二分之一.

关键词: 黏性系数, 二维欧拉流场, 冲击波阵面, 正弦形扰动

PACC: 5120, 6250, 6740H

1. 引 言

地球外核和下地幔的动力学演化问题以及核-幔边界的不稳定性问题是人们认识地球深部动力学过程的重要基础性课题之一, 地幔物质的等效晶格黏性和地核物质的流体黏性是解决该问题的重要研究内容和重要参量^[1,2]. 另外, 研究地磁场产生机理、地震波衰减以及火山活动等^[3,4] 问题时, 也需要知道对应条件下相应物质的黏性系数值. 众所周知, 地球内部的压力和温度高达 10^{11} Pa 和 10^3 K ^[4], 这样的极端条件下直接测量物质黏性很难实现. 因此, 高温高压下物质黏性的研究成为人们关切却又难以攻克的难题.

到目前为止, 高温高压下物质黏性的测量方法很多^[5], 其中多数方法需要事先进行标定或对测量对象提出苛刻要求, 而直接测量物质黏性且具有普适性的方法首推冲击波小扰动方法, 它通过测量冲击波阵面的形状扰动随传播距离的演变特性确定波后流场的等效黏性. 1965 年, 俄罗斯著名科学家

Sakharov 等^[6]首先利用接触爆轰加载方式实现了冲击波传播过程的连续观测(我们称这种实验方法为 Sakharov 小扰动方法, 简称 SEM). 但如何找到冲击波阵面扰动幅度的演变特征与黏性系数之间的定量关系? 当时条件下, 人们既给不出 SEM 流场的解析解也未解决该类流场的数值求解问题, 因此当时的实验数据分析不得不依靠仅有的一种理想流场模型的解析解. Zaidel^[7]首先利用理想均匀几何流场模型给出波阵面相对扰动幅度的解析解, Mineev 等^[8,9]应用 SEM 测量了多种材料的扰动演化情况(但他们至今只发表过 Al 在 31 GPa 冲击压力下的实验数据^[8,9]), 并利用 Zaidel 的解析解公式分析得到了对应条件下物质的剪切黏性系数. 虽然 Miller 等^[5]扩展了 Zaidel 的工作, 并且提出一种非均匀的几何扰动流场模型, 但他们在解析解中采用的初始流场模型都与 SEM 中产生的复杂流场相差甚远, 根本无力解决 SEM 的定量分析问题. 至今, 人们还未曾从理论上求解过在这种实际流场中正弦形冲击波阵面的演化问题.

本文利用黏性流体模型(暂不考虑材料弹塑性

* 国家自然科学基金(批准号:10974160)和中央高校基本科研业务费(批准号:SWJTU09BR244)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: fusheng_1@163.com

效应^[10,11]),首次得到 Sakharov 实验流场的正弦形冲击波阵面的演化过程,分析波后黏性对扰动幅度衰减情况的影响,据此重新处理 Mineev 等^[8]在冲击压力 31 GPa 条件下 Al 的实验数据,得到 Al 在这一条件下的等效黏性系数值。

2. 数值方法

2.1. 基本方程

以 Mineev 等^[8]在冲击压力 31 GPa 条件下 Al 的实验为例。这一条件下 Al 的状态方程由其 Hugoniot 状态方程和 Grüneisen 状态方程决定。它的初始密度 ρ_0 , Hugoniot 参数 c_0 和 s 的值分别为 2.738 g/cm³, 5.393 km/s 和 1.337^[12]。初始 Grüneisen 参数值 γ_0 为 2.16, 并且假定 $\rho\gamma = \rho_0\gamma_0$ 。

流场运动由二维欧拉流体力学方程组描述^[13], 其质量、动量、能量守恒方程如下:

质量守恒方程为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + u_z \frac{\partial \rho}{\partial z} = -\rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right);$$

动量守恒方程为

$$\rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) = \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z},$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x},$$

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= -P + q + \frac{2}{3}\eta \left(2 \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \\ &\quad + \kappa \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right), \end{aligned}$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \eta \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right),$$

$$\begin{aligned} \tau_{zz} &= -P + q + \frac{2}{3}\eta \left(2 \frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) \\ &\quad + \kappa \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right); \end{aligned}$$

能量守恒方程为

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial E}{\partial t} + u_z \frac{\partial E}{\partial x} + u_z \frac{\partial E}{\partial z} \right) \\ = \tau_{xx} \frac{\partial u_x}{\partial x} + \tau_{zz} \frac{\partial u_z}{\partial z} + \tau_{xz} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right); \end{aligned}$$

上述方程中, ρ 为流场质量密度; u_x, u_z 分别为 x, z 方向流场速度分量; $\tau_{xx}, \tau_{xz}, \tau_{zz}$ 分别为应力分量; P 为压力; η 为剪切黏性系数; κ 为体黏性系数; q 为人工

黏性项, 其值为 $q = \alpha\rho \frac{\partial u_x}{\partial x}$, 或 $q = \alpha\rho \frac{\partial u_z}{\partial z}$, 这里 α 为人工黏性系数, 引入该项是为了抑制冲击波前沿处数值震荡。

本文中人工黏性的作用效果主要表现在波阵面前沿区, 并要求其取值范围不影响研究波阵面几何扰动的震荡行为。人工黏性是进行数值计算时引入的人为耗散, 它不反映前沿区域真实黏性的分布情况。在前沿区域, 流场的最大应变速率比波后区域高 2—3 个数量级且随空间呈比较复杂的分布^[14—16], 其真实的黏性行为非常复杂。由于本文不特别关心波阵面厚度或上升沿历史, 因此在该区域内我们仅采用人工黏性而不考虑其真实黏性效应。在前沿后方, 我们采用牛顿黏性流体模型, 即不考虑黏性系数随应变率发生变化。我们注意到这种简化处理并不适用于前沿区黏性行为的描述, 因此本文同时采用人工黏性和真实黏性, 前者体现前沿区动量耗散而后者描述波后区物质的黏性行为。本文中采用 Mader^[13] 的二维欧拉方程的差分格式进行数值计算。根据这种方法, 人工黏性和真实黏性效应采用统一的差分格式, 本文对人工黏性系数的取值和网格大小分别进行了优化, 确保得到收敛的计算结果。

2.2. 有限差分模型

二维流场的差分格子划分与边界条件设置情况见图 1, 其中冲击波被设定为沿水平方向向右运动 (x 方向), 流场的差分网格在 x 方向的尺度为 3 cm, 在 z 方向为 1 cm, 差分网格为正方形。基板与样品接触的表面设为正弦形曲面以便在波阵面上引入正弦扰动, 这一曲面由波长 (λ , 代表 z 方向周期) 和沟槽深度 ($2a_0$) 确定。由于正弦函数具有周期性, 因此在求解流场方程组时在垂直于运动方向上设置周期性边界条件, 而在流场的两端设置连续边界以避免波反射效应。基板和样品均设为金属铝 (Al)。

本文重点模拟碰撞间隙完全闭合后扰动流场演变问题。为避免早期流场分布过分复杂化, 模拟时暂不考虑冲击波到达间隙处可能出现的微喷射效应。在间隙闭合过程中, 要求未充满网格 (压强计算值为负值) 的压强始终等于零且质量不移出。

2.3. 初始条件

Sakharov 流场是在接触爆轰实验条件下形成的

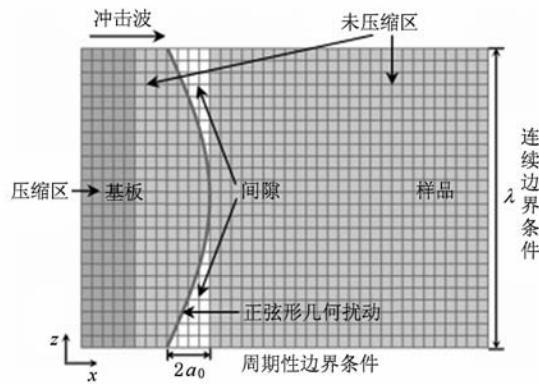


图 1 Mineev 实验流场的格子划分和边界条件

一种特殊非均匀流场分布. 如图 1 所示, 计算中设定未压缩区的初始压力和内能为零, 密度为样品的初始密度值 ρ_0 , 在空隙处密度被设为样品初始密度的 10^{-6} 倍, 在压缩区的压力值设为 31 GPa. 根据 Al 的物态方程参量计算出流场初始速度 u_x 为 1.525 km/s, 设其纵向初始速度 $u_z = 0$ km/s, 流场的压力、密度、内能和速度满足 Rankine-Hugoniot 关系.

在实验中, 冲击波透过基板对样品进行加载, 基板与样品接触的表面上刻有正弦形曲面(见图 1). 当冲击波到达间隙时在样品和飞片中都产生了曲面冲击波, 同时压缩流场在间隙处发生侧向卸载膨胀现象, 导致流场中质量和能量向间隙处汇聚(见图 2(a)). 当间隙完全闭合时, 在基板和样品中各自形成一行完整的冲击波, 如图 2(b) 波阵面几何形状接近正弦函数. 此时作为我们研究扰动演化过程的初始时刻, 其流场分布即称为初始流场. 由于波阵面后方流场的分布不均匀, 靠近波谷区域密度和压力比较高, 这完全由物质的高温高压物性决定, 无法预先写出流场的解析表达式, 因此称之为 Sakharov 流场. 在随后的流场演化过程中, 波阵面扰动幅度发生衰减和震荡过程, 如图 2(c)–(f) 所示. 在两行波阵面之间波-波相互作用比较弱, 样品中冲击波扰动的早期衰减速率主要取决于波阵面附近的流场分布, 而受基板中冲击波扰动影响比较小.

2.4. 冲击波俘获方法

研究冲击波扰动情况的关键是准确定位冲击波前沿的位置. 文中冲击波阵面的位置由压力和速度分布描述, 在 x 方向利用压力梯度的极值判据确定任意时刻冲击波阵面的位置, 图 3 表明压力梯度绝对值随位置的变化情况. 每一条水平网格线的压

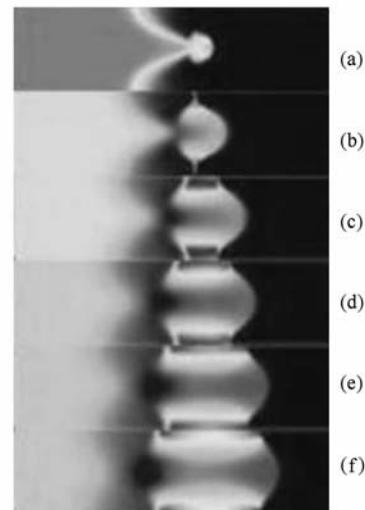


图 2 Sakharov 流场中压强分布及演化 (a) 飞片与样品碰撞后, 二者间隙闭合前的冲击波图像; (b) 飞片与样品间隙闭合瞬间的冲击波图像; (c)–(f) 飞片与样品间隙闭合之后冲击波随时间演化图像

力梯度用多项式 $P(x)$ 进行拟合, 这样很容易就可以找到压力梯度的极值点 B , 它就代表了冲击波阵面的位置. 在 $x-z$ 平面内将所有时刻冲击波阵面上的压力梯度绝对值的极值点连接起来就得到了冲击波阵面的扰动演化过程, 如图 4 所示(为便于观察, 图中忽略了某些点). 扰动振幅和波阵面移动距离由与其有相同波长的正弦函数 $f = x + a \cos(2\pi z/\lambda)$ 逼近的方法确定.

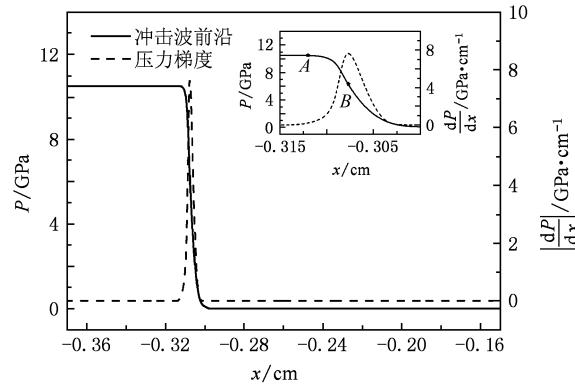


图 3 冲击波俘获方法和压力梯度绝对值 内插图为局部放大

2.5. 黏性流体模型

本文的数值解中冲击波阵面具有有限厚度, 这一厚度值由人工黏性系数 α 决定. 计算中格子尽量取得足够小, 当 $\alpha = 1.0 \times 10^4$ Pa·s 时, 冲击波阵面

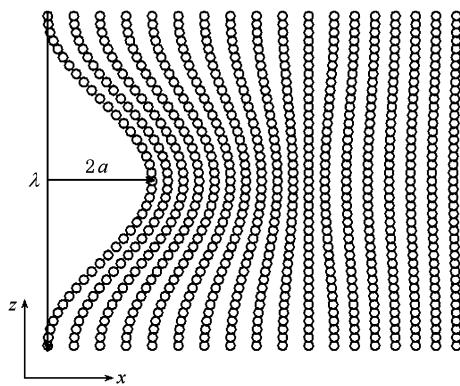


图 4 正弦形扰动冲击波阵面的演化

分布在 4 个格子的区域上。由于被压缩流场的应变率分布落差较大,将其分为波阵面和波后两个区域,靠近冲击波阵面且压力梯度为零的点 A 作为两者的分界点,如图 3 所示。A 点的选取需要尽可能地显现波后的黏性效应,而又要保证具有稳定的单波。波后区域的应变率由扰动条件控制保持一定的数值,所以波后流场的真实黏性可近似由牛顿黏性流体理论描述,根据这一理论真实黏性分为由剪切应变和体应变分别决定的剪切黏性系数和体黏性系数^[5]。但是在冲击波阵面区域应变率变化达几个数量级^[14-16],由于应变率的剧烈变化,真实黏性的变化不得不考虑。如果可以利用高精度的高速摄影相机测试技术精确测量冲击波阵面剖面的细节,特别是黏性随冲击波前沿区内应变率变化的细节,根据位错动力学理论^[17]就可以了解真实黏性的具体变化情况。但本文暂不考虑冲击波阵面内的黏性效应,因此假定冲击波阵面内真实黏性为零,只有人工黏性会影响冲击波前沿的压力上升情况。所以本文只讨论冲击波阵面后方流场中黏性对冲击波阵面扰动幅度衰减情况的影响。

3. 计算结果

Mineev 等^[8,9]利用 SEM 测量了多种材料的扰动幅度衰减情况,并利用 Zaidel 的解析解得到了对应的剪切黏性系数。但至今他们只给出 Al 在冲击压力 31 GPa 条件下的实验数据,因此本文只有针对这一实验进行数值分析。实验装置中基板扰动波长分别为 $\lambda_1 = 1 \text{ cm}$, $\lambda_2 = 2 \text{ cm}$, 相对扰动幅度为 $a_0/\lambda = 0.139$ 。本文利用我们得到的 Sakharov 流场,从平面波入射阶段开始数值模拟这一实验的冲击波阵面

的扰动过程。在整个冲击过程中扰动波长保持不变,初始正弦扰动幅度 a_0 由相对扰动幅度 $a_0/\lambda = 0.139$ 决定。

冲击波阵面扰动幅度的演化利用相对扰动幅度的震荡衰减曲线来描述,其横坐标为相对幅度 (a/a_0 , 即任意时刻的扰动幅度 a 与初始扰动幅度 a_0 的比值),纵坐标为相对距离 (x/λ , 即冲击波的传播距离 x 与正弦扰动波长 λ 的比值)。当假定等效剪切黏性系数 η 与等效体黏性系数 κ 相等时, Mineev 实验中流场的黏性对扰动幅度衰减情况的影响如图 5 所示,数值计算时基板扰动波长为 $\lambda_2 = 2 \text{ cm}$ 。

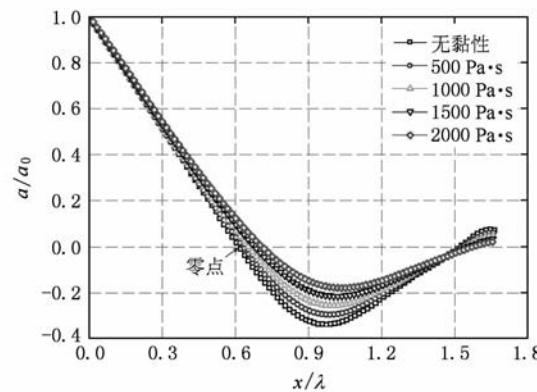


图 5 黏性对冲击波阵面扰动幅度衰减曲线的影响

我们发现:1)所有扰动幅度衰减曲线都有一个共同的演化特征,前期扰动幅度迅速降低,越过零点(第一个相对幅度为零的点)之后反向幅度增大,达到反向最大值(这一值远小于初始扰动幅度),完成扰动震荡的前半周期,这一时间段正是我们确定黏性所关心的区间。随着时间推移,扰动幅度继续减小,第二次达到零幅度点,如果系统能量足够大,它还会正向增大,然后减小,一直震荡下去。2)无论等效黏性系数的取值如何,扰动幅度衰减情况在早期彼此没有区别,中后期随着等效黏性系数的增加,衰减速率减小,零点位置后移,且反向幅度降低。当基板扰动波长为 $\lambda_1 = 1 \text{ cm}$ 时,也得到了类似的演化规律。改变人工黏性数值,发现冲击波阵面位置的判断不受其影响,因此以上观察到的现象不受人工黏性的影响。

通过上面的分析我们可以看出,在初始流场、初始幅度和波长确定的前提下,黏性主要影响扰动幅度的中后期衰减,且等效黏性系数与零点相对距离一一对应,因此我们可以利用这一特征点确定等

效黏性系数。如图 6 给出零点相对距离和等效黏性系数的定量关系。很显然, 零点相对距离随着等效

黏性系数的增加非线性增大。

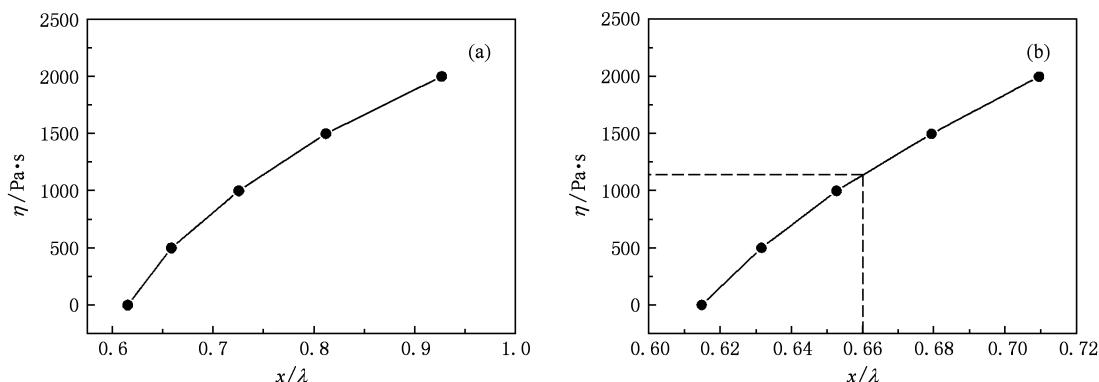


图 6 黏性系数与零点相对距离的定量关系 (a) 基板扰动波长 $\lambda_1 = 1 \text{ cm}$, (b) 基板扰动波长 $\lambda_2 = 2 \text{ cm}$

根据 Mineev 等给出的 Al 在冲击压力 31 GPa 条件下的实验数据, 可知扰动衰减曲线零点相对距离分别为 $x/\lambda = 0.49$ ($\lambda_1 = 1 \text{ cm}$) 和 $x/\lambda = 0.66$ ($\lambda_2 = 2 \text{ cm}$)。如图 6(a) 所示, 黏性为零时零点相对距离为 $x/\lambda = 0.61$, 而实验数据中的零点相对距离 ($x/\lambda = 0.49$) 居然小于这一数值, 根据黏性系数与零点相对距离的定量关系, 实验数据显然不合理, 有待进一步验证。因此我们只有利用基板扰动波长 $\lambda_2 = 2 \text{ cm}$ 的实验数据来确定黏性系数。如图 6(b) 所示, 零点相对距离为 $x/\lambda = 0.66$ 时对应的黏性系数 $\eta = 1100 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, 所以 Al 在冲击压力 31 GPa 条件下的黏性系数为 $\eta = 1100 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, 这一实验条件下对应的应变率为 $2 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ 。

4. 结 论

本文通过数值求解二维流体力学方程组, 结合黏性流体模型和冲击波阵面位置的最大压力梯度判据, 首次针对 Mineev 等^[8]的实验条件定量研究了 Al 中复杂流场的演化过程, 得到了正弦形冲击波阵面相对扰动幅度的数值解及其黏性效应, 并且给出了扰动幅度衰减曲线的零点相对距离与黏性系数之间的定量关系。结果表明, 正弦形冲击波阵面相

对扰动幅度呈震荡衰减趋势, 人工黏性项的引入并不影响其演化过程; 波后真实黏性主要影响相对扰动幅度的中后期衰减, 且随着黏性系数增加衰减速率减小, 零点相对距离增大, 最大反向幅度减小。本文重新分析了 Mineev 等给出的实验数据, 发现 Al 在 31 GPa 冲击压力和 $2 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ 应变率条件下等效黏性系数值应修正为 1100 Pa·s, 仅为原实验分析结果的二分之一。与利用高速摄影相机测量冲击波阵面厚度得到的 Al 在冲击压力 35 GPa 时^[15]的波阵面平均黏性系数 60—80 Pa·s 的结果相比, 波后黏性高出十倍以上。这种差异可能是应变率不同所致, 波后区应变率 (10^6 s^{-1}) 比前沿区 (10^8 s^{-1}) 低两个数量级。当然实验中可能出现的微喷射等现象也会对测量结果产生影响, 今后我们将更为深入地研究弹塑性存在时冲击波扰动的衰减情况。总之, 本文首次比较详细地考查了 Sakharov 小扰动方法的流体力学基础, 与 Zaidel 的均匀流场模型以及 Miller 等的非均匀流场模型相比, 本文求解的流场演变问题已经接近实验的真实情况。基于本文数值解建立起来的实验数据分析方法, Sakharov 小扰动方法可以给出更为可信的黏性系数测量结果, 为地球深部演化动力学和爆炸动力学等方面的研究提供更可靠的黏性参数。

[1] Hide R 1967 *Science* **157** 3784

[2] Buffett B A 1997 *Nature* **388** 6642

[3] Pyrak-Nolte L J, Myer L R, Cook N G W 1990 *J. Geophys. Res.* **95** B6

[4] Mineev V N, Funtikov A I 2004 *Phys-Usp* **47** 671

[5] Miller G H and Ahrens T J 1991 *Rev. Mod. Phys.* **63** 919

[6] Sakharov A D, Zaidel R M, Mineev V N 1964 *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **159** 1019

- [7] Zaidel R M 1967 *Prikl. Matem. Tekh. Fiz.* **4** 30
[8] Mineev V N, Mineev A V 1997 *J. Phys. IV* **7** C3-583
[9] Mineev V N, Funtikov A I 2005 *High Temp.* **43** 136
[10] Yu Y Y, Tan H, Hu J B, Dai C D, Chen D N, Wang H R 2008
Acta Phys. Sin. **57** 2352 (in Chinese) [俞宇颖、谭华、胡建波、戴诚达、陈大年、王焕然 2008 物理学报 **57** 2352]
[11] Hou R L, Peng J X, Jing F Q 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6413
(in Chinese) [侯日立、彭建祥、经福谦 2009 物理学报 **58**
6413]
[12] Mitchell A C, Nellis W J 1982 *J. Chem. Phys.* **76** 6273
[13] Mader C H 1998 *Numerical Modeling of Explosives and Propellants* (Florida: CRC Press) p327
[14] Grady D E 1981 *Appl. Phys. Lett.* **38** 825
[15] Chhabildas L C, Asay J R 1979 *J. Appl. Phys.* **50** 4
[16] Boudet J F, Amarouchene Y, Kellay H 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 254503
[17] Johnson J N, Baker L M 1969 *J. Appl. Phys.* **40** 4321

Quantitative relation between the viscosity coefficient of substances under shock compression and the disturbance damping of shock front *

Ma Xiao-Juan Liu Fu-Sheng[†] Li Yi-Lei Zhang Ming-Jian Li Yong-Hong Sun Yan-Yun
Peng Xiao-Juan Jing Fu-Qian

(College of Physical Science and Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

(Received 13 October 2009; revised manuscript received 18 December 2009)

Abstract

To solve the method of measuring the viscosity of related substance at high pressures and high temperatures, Sakharov has proposed an experimental method of small disturbance in shock wave. However, the quantitative relation between the disturbance amplitude damping and viscosity in Sakharov flow field has not been given by theory. In this paper, the propagation of complex flow in Al, the development of relative disturbance amplitude on sinusoidal shock front, and the effect of viscosity on it are studied, and the relation between the relative distance of zero-point on the disturbance amplitude damping curve and viscosity is given. Compared with Zaidel's uniform flow model and Millers' nonuniform flow model, our Sakharov flow is close to real experiment. From our numerical analysis method, Sakharov small disturbance experiment can give a credible viscosity coefficient. We analyze the experimental data of Mineev again, and find the effective viscosity coefficient of Al at shock pressure 31 GPa and strain rate $2 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ should be modified by 1100 Pa·s, which is half of the former analytic result.

Keywords: viscosity coefficient, two-dimensional Eulerian flow, shock front, sinusoidal disturbance

PACC: 5120, 6250, 6740H

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10974160) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities of Ministry of Education of China (Grant No. SWJTU09BR244).

† Corresponding author. E-mail: fusheng_l@163.com