

# 多孔材料在压缩载荷作用下的剪切破坏模式分析<sup>\*</sup>

刘培生<sup>†</sup>

(北京师范大学核科学与技术学院,射线束技术与材料改性教育部重点实验室,北京 100875)

(2009 年 10 月 27 日收到;2009 年 11 月 5 日收到修改稿)

压缩行为是工程材料最基本的力学性能之一。本文通过简化结构模型分析了各向同性的三维网状高孔率多孔材料在压缩载荷作用下的破坏模式,其中包括单向压缩、双向压缩和三向压缩等三种承载情形。在此基础上,得出了这种多孔体受压破坏源于剪切断裂模式时名义主应力与孔率之间的数理关系。结果表明,该类材料承受压缩载荷时的破坏模式与其材质的种类有关,脆性材质多孔体的孔棱呈拉断破坏模式,而韧性材质多孔体的孔棱则可能出现剪切断裂的破坏模式。对应得出的强度设计判据可为该类材料在这种承载破坏模式下的应用提供参考。

**关键词:** 多孔材料, 泡沫材料, 压缩载荷, 剪切破坏

**PACC:** 6220M, 8100

## 1. 引 言

多孔材料(泡沫材料,如泡沫金属)具有许多优异的性能,广泛用于涉及分离、过滤、布气、消音、吸震、包装、屏蔽、热交换、生物移植、电化学过程等许多领域,同时也得到大量的研究<sup>[1-8]</sup>。自由发泡型(随机发泡型)多孔材料如泡沫金属历史悠久,应用普遍,制备工艺成熟并不断发展,市场广泛且性能日益改善,能满足一般的应用需求和较为严格的使用条件。因此,对随机发泡型多孔材料的进一步研究仍然具有重要的理论意义和实际意义。高孔率(孔率高于 70%<sup>[1]</sup>)泡沫材料的诸多工程应用<sup>[1-4]</sup>使其力学性能受到研究者们的广泛关注<sup>[1, 9-24]</sup>,其中最为基础的当属拉伸和压缩行为。在实际工程应用中,除最简单的单向载荷作用外,多孔泡沫材料也经常会受到面内多向载荷作用和空间多向载荷作用<sup>[1, 9]</sup>。因为平面内任意方向的载荷总可以在平面直角坐标系中分解为两个互相垂直方向上的分量,所以面内多向载荷总可以化为双向载荷来处理;而空间任意方向的载荷则总可以在空间直角坐标系中分解为三个互相垂直方向上的分量,所以空间多向载荷总可以化为三向载荷来处理。本文在作者自己对多孔材料力学性能研究工作<sup>[15, 16, 25-29]</sup>的

基础上,进一步探讨宏观结构和内部材质均各向同性的高孔率三维网状泡沫材料在各种压缩载荷作用下的破坏模式,分析不同压缩载荷作用下多孔体破坏源自其中孔棱剪切断裂的可能性,并得到了该类材料在单向、双向和三向压缩载荷作用下多孔体破坏源于孔棱剪断模式的相关力学关系表征。通过这些数理关系式,解析对应于不同载荷情形下的多孔体承载水平,分别得出多孔材料在相应受力状态下使用时的强度设计判据。

## 2. 分析模型

各向同性的均匀结构三维网状多孔材料是由固体孔棱(孔筋)和连通性孔隙构成。为简化其压缩载荷作用下的力学行为分析,可将构成多孔体的这些孔棱考虑成规则地按立方体对角线方式连接<sup>[15, 16, 25, 26]</sup>,从而形成大量正交密积的体心立方式八面体孔隙单元(见图 1)。这些密积的单元八面体构成整个多孔体。由于工艺的圆整性,多孔体中的孔棱在汇合结点处的承载能力一般大于孔棱本身,故断裂破坏一般发生在棱柱体上。无论多孔体是在承受单向压缩载荷、双向压缩载荷还是三向压缩载荷时,其孔棱内部任何位置产生的最大拉应力达到对应密实材质的许用正应力或抗拉强度( $\sigma_0$ )大小,

\* 北京市凝聚态物理重点学科共建项目(批准号:XK100270454)和北京师范大学测试基金(批准号:C09)资助的课题。

† E-mail: liu996@263.net

或者最大切应力达到对应密实材质的许用切应力或剪切强度( $\tau_0$ )大小时,都会导致多孔体整体破坏的断裂出现.

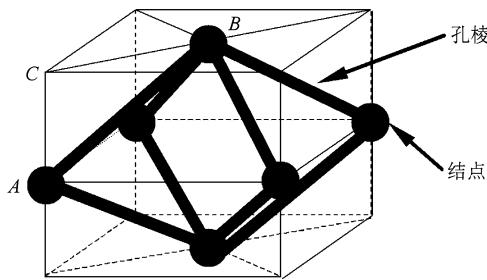


图1 各向同性三维网状多孔材料的简化结构分析模型(八面体模型)

本分析模型的建构原则如下<sup>[15]</sup>:多孔体中所有的孔棱是等价的(这是 Gibson-Ashby 模型和 Kelvin 模型所不能实现的<sup>[1, 15]</sup>),同时多孔体中结构单元与孔隙单元两者是等同的(这是 Gibson-Ashby 模型没有做到的<sup>[1, 15]</sup>),这样在受力分析过程中就可方便地由一个孔隙单元来代表整个结构的受力状态(这是 Gibson-Ashby 模型和 Kelvin 模型所难以实施的<sup>[1, 15]</sup>),同时也可方便地由一条孔棱来推演整个结构单元的力学行为. 如此, 可使问题大大简化.

### 3. 数理关系

#### 3.1. 单向压缩

上述多孔体内的单元八面体是排列规则的均匀结构,故在受到外加载荷时其受力也是均匀的. 当多孔体受到外加载荷时,意味着其内部单元八面体中的孔棱也会受到相应的作用力,从而产生偏转或具有偏转的趋势. 对于本分析模型中的孔棱,无论在结构上还是在受力状态上都是完全等价的,因此任何一条孔棱都可表征其他的孔棱<sup>[15, 16, 25, 26]</sup>. 如可将图1中某一孔棱AB隔离出来进行受力分析(见图2),并将孔棱受力作悬臂梁近似处理(如其中假定侧结点A固定而顶结点B受外加载荷作用). 对于密积中的单元八面体,其每一条孔棱为3个八面体单元所共用. 设多孔体只受竖向外加载荷(应力大小为 $\sigma$ )的单向作用,左右和前后两个方向的外加载荷为零,则受力分析仅需考虑有竖轴向压缩力的单元,即对图1中的孔棱AB只需考虑图中示出

的主单元(其轴向与外加载荷 $\sigma$ 的方向一致)<sup>[16]</sup>. 根据文献[16],先基于孔棱的脆性破坏假设和细梁理论,得出单向压缩载荷作用下(即 $\sigma$ 为压缩载荷)多孔体中孔棱由弯矩引起的最大正应力大小为

$$\sigma_{01} \approx 2 \sqrt{6/3\pi} (1 - \theta)^{-\frac{3}{2}} \sigma, \quad (1)$$

式中 $\sigma$ 是多孔体单向压缩载荷的应力大小, $\theta$ 是多孔体的孔率( $\theta > 70\%$ ).

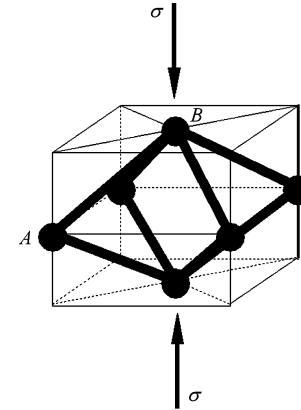


图2 八面体模型单向压缩受力分析图

对应的孔棱轴向压应力大小为

$$\sigma_{02} \approx \frac{1}{1 - \theta} \sigma. \quad (2)$$

由上述两式得到孔棱所受最大拉应力和压应力的大小分别为

$$\begin{aligned} \sigma_{\max}^+ &= \sigma_{01} - \sigma_{02} \\ &\approx [2 \sqrt{6/3\pi} (1 - \theta)^{-\frac{3}{2}} - (1 - \theta)^{-1}] \sigma, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\max}^- &= \sigma_{01} + \sigma_{02} \\ &\approx [2 \sqrt{6/3\pi} (1 - \theta)^{-\frac{3}{2}} + (1 - \theta)^{-1}] \sigma; \end{aligned} \quad (4)$$

对应的最大切应力大小为

$$\begin{aligned} \tau_{\max} &= \sigma_{\max}^- / 2 \\ &\approx \frac{1}{2} [2 \sqrt{6/3\pi} (1 - \theta)^{-\frac{3}{2}} + (1 - \theta)^{-1}] \sigma \\ &\approx [\sqrt{6/3\pi} (1 - \theta)^{-\frac{3}{2}} + 0.5 (1 - \theta)^{-1}] \sigma. \end{aligned} \quad (5)$$

按照与文献[16, 26]完全类似的处理和推演方法,可得出单向压缩载荷作用下(即 $\sigma$ 为压缩载荷)多孔体中孔棱由最大拉应力导致破坏的量值关系、由最大压应力导致破坏的量值关系以及由最大切应力导致破坏的量值关系依次分别为

$$\left[ 1 - \frac{\sqrt{2/3\pi}}{12\pi} (1-\theta)^{\frac{1}{2}} \right] \cdot \sigma \\ \approx K_N (1-\theta)^m \sigma_0, \quad (6)$$

$$\left[ 1 + \frac{\sqrt{2/3\pi}}{12\pi} (1-\theta)^{\frac{1}{2}} \right] \cdot \sigma \\ \approx K_N (1-\theta)^m \sigma'_0, \quad (7)$$

$$\left[ 1 + \frac{\sqrt{2/3\pi}}{12\pi} (1-\theta)^{\frac{1}{2}} \right] \sigma \\ \approx 2K_N (1-\theta)^m \tau_0, \quad (8)$$

式中  $K_N$  是由修正正应力大小而引入的材料常数<sup>[14, 24]</sup>, 取决于多孔体的材质种类和制备工艺条件, 因而集中了材质种类、材质缺陷、孔隙具体形状和大小分布等因素的综合作用;  $m$  是对应致密材料的塑脆性指标, 介于 1—1.5 之间: 当对应为脆性材质时,  $m$  取 1.5; 对应为柔软材质时,  $m$  取 1. 脆性越大,  $m$  取值越大, 即越趋近于 1.5. 当对应为塑性适中的一般金属或合金时, 可近似取  $m \approx 1.25$ , 比如金属镍.  $\sigma_0$ ,  $\sigma'_0$  和  $\tau_0$  依次分别为多孔体对应致密材质的抗拉强度、抗压强度和剪切强度.

在上述多孔体的孔棱由剪切作用导致破坏的模式中, 仅考虑了由棱柱体边缘最大正应力引起的切应力所导致的剪切破坏作用. 这主要是基于如下原因: 棱柱横向力(剪力)本身直接导致的最大切应力一般发生在横截面的中性轴上, 且其大小远小于横向力导致的弯曲正应力的最大值<sup>[30]</sup>.

### 3.2. 双向压缩

承前所述, 在多孔体受到双向压缩载荷作用时, 仍可将图 1 中某一条孔棱( $AB$ )隔离出来进行受力分析(见图 3), 并假定侧结点( $A$ )固定而顶结点( $B$ )受外加载荷作用. 对于密积中的单元八面体, 其每条孔棱均为 3 个八面体单元所共用. 设多孔体受到上下和左右两个方向的外加载荷作用, 其应力大小依次为  $\sigma_1$  和  $\sigma_2$ . 图 1 中的双向压缩受力分析需考虑有轴向压缩力的单元, 即对图 1 中的孔棱( $AB$ )需考虑图中示出的主单元(其轴向与外加载荷  $\sigma_1$  的方向平行)以及主单元左上角的副单元(其轴向与外加载荷  $\sigma_2$  的方向平行). 根据文献[26], 先基于孔棱的“脆性破坏”假设和细梁理论, 得出双向压缩载荷作用下(即  $\sigma_1$  和  $\sigma_2$  同为压缩载荷)多孔体中孔棱由弯矩引起的最大正应力大小为<sup>[26, 27]</sup>

$$\sigma_{01} \approx 2 \sqrt{6/3\pi} (1-\theta)^{-\frac{3}{2}} / \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}. \quad (9)$$

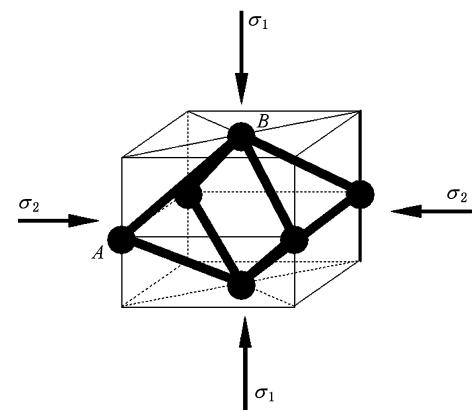


图 3 八面体模型双向压缩受力分析图 每棱均为 3 个轴向相互垂直的八面体结构单元所共用

对应的孔棱轴向压应力大小为

$$\sigma_{02} \approx \frac{1}{1-\theta} (\sigma_1 + \sigma_2). \quad (10)$$

由上述两式得到孔棱所受最大拉应力和最大压应力大小分别为

$$\sigma_{\max}^+ = \sigma_{01} - \sigma_{02} \\ \approx 2 \sqrt{6/3\pi} (1-\theta)^{-\frac{3}{2}} / \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2} \\ - (1-\theta)^{-1} (\sigma_1 + \sigma_2), \quad (11)$$

$$\sigma_{\max}^- = \sigma_{01} + \sigma_{02} \\ \approx 2 \sqrt{6/3\pi} (1-\theta)^{-\frac{3}{2}} / \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2} \\ + (1-\theta)^{-1} (\sigma_1 + \sigma_2). \quad (12)$$

对应的最大切应力大小为

$$\tau_{\max} = \sigma_{\max}^- / 2 \\ \approx \frac{1}{2} [2 \sqrt{6/3\pi} (1-\theta)^{-\frac{3}{2}} / \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2} \\ + (1-\theta)^{-1} (\sigma_1 + \sigma_2)], \\ \approx \sqrt{6/3\pi} (1-\theta)^{-\frac{3}{2}} / \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2} \\ + 0.5 (1-\theta)^{-1} (\sigma_1 + \sigma_2). \quad (13)$$

承本文第 3.1 节, 仍按照与文献[26]完全类似的处理和推演方法, 最后可得出在两向压缩载荷作用下(见图 3, 即  $\sigma_1$  和  $\sigma_2$  同为压缩载荷)多孔体中孔棱发生拉断破坏模式和剪切破坏模式时两个名义主应力与孔率的数理关系表征依次分别为

$$\sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) - \sigma_1 \sigma_2} - \frac{\sqrt{2/3\pi}}{12\pi} (1-\theta)^{\frac{1}{2}} (\sigma_1 + \sigma_2) \\ \approx K_N (1-\theta)^m \sigma_0, \quad (14)$$

$$\sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) - \sigma_1 \sigma_2} + \frac{\sqrt{2/3\pi}}{12\pi} (1-\theta)^{\frac{1}{2}} (\sigma_1 + \sigma_2)$$

$$\approx 2K_N(1-\theta)^m\tau_0. \quad (15)$$

### 3.3. 三向压缩

承前所述,在多孔体受到三向压缩载荷作用时,仍可将图1中某一条孔棱( $AB$ )隔离出来进行受力分析(见图4),并同样假定侧结点( $A$ )固定而顶结点( $B$ )受外加载荷作用。对于密积中的单元八面体,其每条孔棱为3个八面体单元所共用。设多孔体所受上下、左右和前后3个方向的外加载荷应力大小依次为 $\sigma_1$ , $\sigma_2$ 和 $\sigma_3$ ,图4中的三向压缩受力分析需同时考虑3个有轴向压缩力的单元,即对图4中的孔棱( $AB$ )需考虑图中示出的主单元(其轴向与外加载荷 $\sigma_1$ 的方向平行)以及主单元左上角的副单元(其轴向与外加载荷 $\sigma_2$ 的方向平行)和主单元前上角的副单元(其轴向与外加载荷 $\sigma_3$ 的方向平行)。根据文献[26—29],先基于棱柱的脆性破坏假设和细梁理论,得出三向压缩载荷作用下(即 $\sigma_1$ , $\sigma_2$ 和 $\sigma_3$ 同为压缩载荷)多孔体中孔棱由弯矩引起的最大正应力大小为<sup>[27]</sup>

$$\begin{aligned} \sigma_{01} &\approx 2\sqrt{6/3\pi}(1-\theta)^{-\frac{3}{2}} \\ &\times \sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)}, \end{aligned} \quad (16)$$

对应的孔棱轴向压应力大小为

$$\sigma_{02} \approx \frac{1}{1-\theta}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3). \quad (17)$$

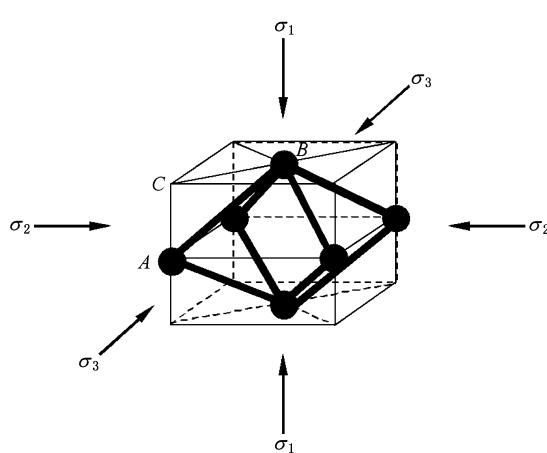


图4 八面体模型三向压缩受力分析图 每棱均为3个轴向相互垂直的八面体结构单元所共用

由上述两式得到孔棱所受最大拉应力和最大压应力大小分别为

$$\sigma_{\max}^+ = \sigma_{01} - \sigma_{02}$$

$$\begin{aligned} &\approx 2\sqrt{6/3\pi}(1-\theta)^{-\frac{3}{2}} \\ &\times \sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)} \\ &- (1-\theta)^{-1}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3), \end{aligned} \quad (18)$$

$$\sigma_{\max}^- = \sigma_{01} + \sigma_{02}$$

$$\begin{aligned} &\approx 2\sqrt{6/3\pi}(1-\theta)^{-\frac{3}{2}} \\ &\times \sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)} \\ &+ (1-\theta)^{-1}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3). \end{aligned} \quad (19)$$

对应的最大切应力大小为

$$\tau_{\max} = \sigma_{\max}^- / 2$$

$$\begin{aligned} &\approx \frac{1}{2}[2\sqrt{6/3\pi}(1-\theta)^{-\frac{3}{2}} \\ &\times \sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)} \\ &+ (1-\theta)^{-1}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)]. \end{aligned} \quad (20)$$

承本文第3.1节,仍按照与文献[26, 28, 29]完全类似的处理和推演方法,最后可得出在三向压缩载荷作用下(见图4,即 $\sigma_1$ , $\sigma_2$ 和 $\sigma_3$ 同为压缩载荷)多孔体中棱柱发生拉断破坏模式和剪切破坏模式时两个名义主应力与孔率的数理关系表征依次分别为

$$\begin{aligned} &\sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)} \\ &- \frac{\sqrt{2/3\pi}}{12\pi}(1-\theta)^{\frac{1}{2}}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3), \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} &\approx K_N(1-\theta)^m\sigma_0, \\ &\sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)} \\ &+ \frac{\sqrt{2/3\pi}}{12\pi}(1-\theta)^{\frac{1}{2}}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \\ &\approx 2K_N(1-\theta)^m\tau_0. \end{aligned} \quad (22)$$

### 3.4. 模型的本质

由上可见,在本工作结果所得的数理关系中,所需用到的参数为多孔体的易测指标孔率以及对应的材料常数,如此便于关系公式的应用。

本文的八面体分析模型是对所有各向同性三维网状多孔材料的抽象。如前所述,在这个模型中,将该类多孔材料抽象地简化为由大量孔棱(孔筋)按立方体对角线方式连结而成,这些孔棱作为棱边而构成大量体心立方式的八面体孔隙单元。这种结构方式不但可以实现多孔体中所有棱体的等价,同时也可实现多孔体中结构单元与孔隙单元的同一,

还可使多孔体在前后、左右、上下三个垂直方位具有等同性<sup>[15]</sup>. 本文的推演虽是基于“八面体分析模型”,但正如文中所言,该模型其实是一个对三维网状泡沫体进行抽象简化而得到的结构-性能分析模型,因此结果可以表征所有三维网状的高孔率泡沫材料,而不限于八面体结构的多孔体. 就像 Gibson-Ashby 模型并不限于立方体结构的多孔材料和 Kelvin 模型并不限于十四体结构的多孔材料一样. 关于八面体分析模型对多孔材料力学行为的实际表征,文献[25]中提供了应用于具有代表性的三维网状多孔材料——开孔泡沫金属(随机孔隙结构)在双向承载状态下的相应实验数据,证明表征效果良好,明显优于 Gibson-Ashby 模型. 这也从一个侧面表明了八面体分析模型的优越性<sup>[15, 31]</sup>. 对于本文的实验结果佐证问题,由于所要求的同工艺同材质系列孔率的多孔泡沫材料制样工作量太大,目前还不易实施. 从目前所能查阅的文献资料来看,国内外的其他研究者也都未见取得对应的实验数据.

实际泡沫材料的破坏一般呈现递进的演变过程,由微小的破坏带逐渐发展,最终诱导发生整体性的宏观破坏. 这是由多孔体中孔棱及其分布的非绝对均匀性所造成的,而本文模型是以理想的孔棱等同和分布均匀假设为前提. 因此,实际破坏不会如作者模型假设的那样,即孔棱上一点的局部应力达到相应的许用值就发生宏观整体破坏,但上述修正性的材料常数  $K_N$  引入后就可成功地解决这一问题,类似的做法已得到文献[15]和[25]中实验数据的支持,结果为良好的验证.

## 4. 承载判据

### 4.1. 单向压缩

对于同种致密材质而言,其抗压强度总是大于或等于其抗拉强度,即  $\sigma'_0 \geq \sigma_0$ . 因此,根据本文第 2.1 节,多孔材料在单向压缩载荷作用下若满足条件

$$\left[ 1 - \frac{\sqrt{2/3\pi}}{12\pi} (1-\theta)^{\frac{1}{2}} \right] \sigma \geq K_N (1-\theta)^m \sigma_0 \quad (23)$$

时,多孔体将产生破坏,其破坏将源于孔棱最大正应力(拉应力)导致的孔棱拉断;而满足

$$\left[ 1 + \frac{\sqrt{2/3\pi}}{12\pi} (1-\theta)^{\frac{1}{2}} \right] \sigma$$

$$\geq 2K_N (1-\theta)^m \tau_0 \quad (24)$$

时,多孔体也将产生破坏,其破坏将源于孔棱最大切应力导致的孔棱剪切断裂.

对于相同孔率  $\theta$  的多孔材料,若由相同材质和相同工艺方式制备,则其材料常数  $K_N$  相同,其塑脆性指标  $m$  亦相同. 根据上述两个关系式,可以推知:对于脆性材质,因其剪切强度的大小与其抗拉强度的大小相当,即  $\tau_0 \approx \sigma_0$ <sup>[30]</sup>, 加之上述两式((23), (24)式)中左边中括号内的第二项远小于 1, 所以前式((23)式)条件更易满足,即此时多孔体的孔棱呈拉断破坏模式;而对于韧性材质,其剪切强度的大小一般略高于其抗拉强度大小的一半,即  $\tau_0 \approx (0.5-0.577)\sigma_0$ <sup>[30]</sup>, 且后式((24)式)的等号左边中括号内的值又略大于前式((23)式)的,所以两式条件相当,当材质的  $\tau_0$  为其  $\sigma_0$  的一半或接近一半时多孔体的孔棱趋于剪切断裂破坏模式,当材质  $\tau_0$  的大小超过其  $\sigma_0/2$  一定值时多孔体的孔棱将趋于拉断破坏模式.

### 4.2. 双向压缩

承上文,并根据本文第 2.2 节,多孔泡沫材料在两向同为压缩载荷作用下若满足关系

$$\begin{aligned} & /(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) - \sigma_1 \sigma_2 - \frac{\sqrt{2/3\pi}}{12\pi} (1-\theta)^{\frac{1}{2}} \\ & \times (\sigma_1 + \sigma_2) \geq K_N (1-\theta)^m \sigma_0 \end{aligned} \quad (25)$$

时,多孔体将产生破坏,其破坏将源于孔棱最大正应力(拉应力)导致的孔棱拉断;而满足

$$\begin{aligned} & /(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) + \sigma_1 \sigma_2 + \frac{\sqrt{2/3\pi}}{12\pi} (1-\theta)^{\frac{1}{2}} \\ & \times (\sigma_1 - \sigma_2) \geq 2K_N (1-\theta)^m \tau_0 \end{aligned} \quad (26)$$

时,多孔体也将产生破坏,其破坏将源于孔棱最大切应力导致的孔棱剪断.

对于相同孔率  $\theta$  的多孔材料,若由相同材质和相同工艺方式制备,则其材料常数  $K_N$  相同,其塑脆性指标  $m$  亦相同. 根据上述两个关系式,同样可以推知:对于脆性材质,因其剪切强度的大小与其抗拉强度的大小相当,即  $\tau_0 \approx \sigma_0$ <sup>[30]</sup>, 加之上述两式((25), (26)式)中等号左边中括号内的第二项远小于其第一项,所以前式((25)式)条件更易满足,即此时多孔体的孔棱呈拉断破坏模式;而对于韧性材质,其剪切强度的大小一般略高于其抗拉强度大小的一半,即  $\tau_0 \approx (0.5-0.577)\sigma_0$ <sup>[30]</sup>, 且后式((26)式)的等号左边中括号内的值又略大于前式

((25)式)的,所以两式条件相当,当材质的 $\tau_0$ 为其 $\sigma_0$ 的一半或接近一半时多孔体的孔棱趋于剪切断裂破坏模式,当材质 $\tau_0$ 的大小超过其 $\sigma_0/2$ 一定值时多孔体的孔棱将趋于拉断破坏模式.

### 4.3. 三向压缩

承上文,并根据本文第2.2节,多孔泡沫材料在三向同为压缩载荷作用下若满足关系

$$\begin{aligned} & \sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)} \\ & - \frac{\sqrt{2\sqrt{3}\pi}}{12\pi}(1-\theta)^{\frac{1}{2}}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \\ & \geq K_N(1-\theta)^m\sigma_0 \end{aligned} \quad (27)$$

时,多孔体将产生破坏,其破坏将源于孔棱最大正应力(拉应力)导致的孔棱拉断;而满足

$$\begin{aligned} & \sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)} \\ & + \frac{\sqrt{2\sqrt{3}\pi}}{12\pi}(1-\theta)^{\frac{1}{2}}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \\ & \geq 2K_N(1-\theta)^m\tau_0 \end{aligned} \quad (28)$$

时,多孔体也将产生破坏,其破坏将源于孔棱最大切应力导致的孔棱剪断.

对于相同孔率 $\theta$ 的多孔材料,若由相同材质和相同工艺方式制备,则其材料常数 $K_N$ 相同,其塑脆性指标 $m$ 亦相同.由上述两个关系式也可以推知:对于脆性材质,因其剪切强度的大小与其抗拉强度的大小相当,即 $\tau_0 \approx \sigma_0$ <sup>[30]</sup>,加之上述两式((27), (28)式)中等号左边中括号内的第二项远小于其第一项,所以前式((27)式)条件更易满足,即此时多孔体的孔棱呈拉断破坏模式;而对于韧性材质,其剪切强度的大小一般略高于其抗拉强度大小的一半,即 $\tau_0 \approx (0.5-0.577)\sigma_0$ <sup>[30]</sup>,且后式((28)式)的等号左边中括号内的值又略大于前式((27)式)的,所以两式条件相当,当材质的 $\tau_0$ 为其 $\sigma_0$ 的一半或接近一半时多孔体的孔棱趋于剪切断裂破坏模式,当材质 $\tau_0$ 的大小超过其 $\sigma_0/2$ 一定值时多孔体的孔棱将趋于拉断破坏模式.

## 5. 结 论

1) 对于宏观结构和内部材质均各向同性的三维网状高孔率(孔率高于70%)泡沫态多孔材料,在单向压缩载荷作用下,若满足条件

$$\left[1 - \frac{\sqrt{2\sqrt{3}\pi}}{12\pi}(1-\theta)^{\frac{1}{2}}\right]\sigma \geq K_N(1-\theta)^m\sigma_0,$$

或者

$$\left[1 + \frac{\sqrt{2\sqrt{3}\pi}}{12\pi}(1-\theta)^{\frac{1}{2}}\right]\sigma \geq 2K_N(1-\theta)^m\tau_0$$

时,多孔体都将产生破坏:前者其破坏将源于孔棱最大正应力(拉应力)导致的孔棱拉断,而后者其破坏将源于孔棱最大切应力导致的孔棱剪切断裂.

在上述两式中, $\sigma$ 是多孔体在单向压缩载荷作用下的名义主应力值大小; $\theta$ 是多孔体的孔率; $\sigma_0$ 和 $\tau_0$ 分别是多孔体对应致密材质的抗拉强度和剪切强度; $K_N$ 是依赖于多孔体的材质种类和制备工艺条件的材料常数; $m$ 是对应致密材料的塑脆性指标,介于1—1.5之间:当对应为脆性材质时, $m$ 取1.5;对应为柔软材质时, $m$ 取1.脆性越大, $m$ 取值越大,即越趋近于1.5.当对应为塑性适中的一般金属或合金时,可近似取 $m \approx 1.25$ ,比如金属镍.

2) 上述多孔材料在双向压缩载荷作用下,若满足条件

$$\begin{aligned} & \sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) - \sigma_1\sigma_2} - \frac{\sqrt{2\sqrt{3}\pi}}{12\pi}(1-\theta)^{\frac{1}{2}} \\ & \times (\sigma_1 + \sigma_2) \geq K_N(1-\theta)^m\sigma_0, \end{aligned}$$

或者

$$\begin{aligned} & \sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) + \sigma_1\sigma_2} + \frac{\sqrt{2\sqrt{3}\pi}}{12\pi}(1-\theta)^{\frac{1}{2}} \\ & \times (\sigma_1 - \sigma_2) \geq 2K_N(1-\theta)^m\tau_0 \end{aligned}$$

时,多孔体都将产生破坏:前者其破坏将源于孔棱最大正应力(拉应力)导致的孔棱拉断,而后者其破坏将源于孔棱最大切应力导致的孔棱剪切断裂.

在上述两式中, $\sigma_1$ 和 $\sigma_2$ 是多孔体在双向压缩载荷作用下两个名义主应力值的大小,其他符号意义对应同前.

3) 上述多孔材料在三向压缩载荷作用下,若满足条件

$$\begin{aligned} & \sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)} \\ & - \frac{\sqrt{2\sqrt{3}\pi}}{12\pi}(1-\theta)^{\frac{1}{2}}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \\ & \geq K_N(1-\theta)^m\sigma_0, \end{aligned}$$

或者

$$\begin{aligned} & \sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)} \\ & + \frac{\sqrt{2\sqrt{3}\pi}}{12\pi}(1-\theta)^{\frac{1}{2}}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \\ & \geq 2K_N(1-\theta)^m\tau_0 \end{aligned}$$

时,多孔体都将产生破坏:前者其破坏将源于孔棱

最大正应力(拉应力)导致的孔棱拉断,而后者其破坏将源于孔棱最大切应力导致的孔棱剪切断裂。

在上述两式中, $\sigma_1$ , $\sigma_2$  和  $\sigma_3$  分别是多孔体在三向压缩载荷作用下三个名义主应力值的大小,其他符号意义对应同前。

4) 在压缩载荷的作用下,对于由相同材质和相同工艺方式制备的同孔率上述多孔材料,若为脆性

材质,则多孔体的孔棱呈拉断破坏模式;若为韧性材质,则当材质的  $\tau_0$  的大小为其  $\sigma_0$  的一半或接近一半时多孔体的孔棱趋于剪切断裂破坏模式,而当材质  $\tau_0$  的大小超过其  $\sigma_0/2$  一定值时多孔体的孔棱将趋于拉断破坏模式。可见,上述多孔材料承受压缩载荷时在多数场合将表现出孔棱拉断的破坏模式,但也有孔棱趋于剪切断裂这一破坏模式的情况。

- [1] Gibson L J, Ashby M F 1999 *Cellular Solids: Structure and Properties* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [2] Banhart J 2001 *Prog. Mater. Sci.* **46** 559
- [3] Liu P S, Liang K M 2001 *J. Mater. Sci.* **36** 5059
- [4] Liu P S 2004 *Introduction to Porous Materials* (Beijing: Tsinghua University Press) (in Chinese) [刘培生 2004 多孔材料引论 (北京: 清华大学出版社)]
- [5] Ma Q L 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1952 (in Chinese) [马春兰 2004 物理学报 **53** 1952]
- [6] Zhao X F, Fang Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3785 (in Chinese) [赵信峰、方 炎 2006 物理学报 **55** 3785]
- [7] Zhang H W, Li Y X 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 4864 (in Chinese) [张华伟、李言祥 2007 物理学报 **56** 4864]
- [8] Wang C F, Li Q S, Hu B, Li W B 2009 *Chin. Phys. B* **18** 2610
- [9] Ashby M F, Evans A, Fleck N A, Gibson L J, Hutchinson J W, Wadley H N G 2000 *Metal Foams: A Design Guide* (Boston: Elsevier Science)
- [10] Nagaki S, Sowerby R, Goya M 1991 *Mater. Sci. Engi. A* **142** 163
- [11] Silva M G D A, Ramesh K T 1997 *Mater. Sci. Engi. A* **232** 11
- [12] Simone A E, Gibson L J 1997 *Mater. Sci. Engi. A* **229** 55
- [13] Han F S, Liu C S, Zhu Z G 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 520 (in Chinese) [韩福生、刘长松、朱震刚 1998 物理学报 **47** 520]
- [14] Kovacik J 1998 *Acta Materialia* **46** 5413
- [15] Liu P S 2007 *Materials Science Research Horizon* (New York: NOVA Science Publishers)
- [16] Liu P S 2000 *J. Advan. Mater.* **32** 9
- [17] Deshpande V S, Fleck N A 2000 *J. Mechan. Phys. Solids* **48** 1253
- [18] Badiche X, Forest S, Guibert T, Bienvenu Y, Bartout J D, Ienny P, Croset M, Bernet H 2000 *Mater. Sci. Engi. A* **289** 276
- [19] Nieh T G, Higashi K, Wadsworth J 2000 *Mater. Sci. Engi. A* **283** 105
- [20] Benouali A H, Froyen L, Delerue J F, Wevers M 2002 *Mater. Sci. Technol.* **18** 489
- [21] Kwon Y W, Cooke R E, Park C 2003 *Mater. Sci. Engi. A* **343** 63
- [22] Choe H, Dunand D C 2004 *Mater. Sci. Engi. A* **384** 184
- [23] Fan H L, Fang D N 2009 *Materials and Design* **30** 1659
- [24] Liu P S, Sang H B 2004 *International Journal of Iron and Steel Research* **11** 53
- [25] Liu P S 2006 *Mater. Sci. Engi. A* **422** 176
- [26] Liu P S 2007 *Materials and Design* **28** 2678
- [27] Liu P S 2009 *Mater. Sci. Engi. A* **507** 190
- [28] Liu P S, Chen G F, Chen Y M 2009 *Philosophical Magazine Letters* **89** 655
- [29] Liu P S 2009 *Materials and Design* **31** 2264
- [30] Fan Q S 2008 *Engineering Mechanics* (Beijing: Machinery Industrial Press) (in Chinese) [范钦珊 2008 工程力学 (北京: 机械工业出版社)]
- [31] Liu P S 2006 *Chin. J. Mater. Res.* **20** 64 (in Chinese) [刘培生 2006 材料研究学报 **20** 64]

# Analysis of shearing failure mode for porous materials under compression\*

Liu Pei-Sheng<sup>†</sup>

(Key Laboratory of Beam Technology and Material Modification of Ministry of Education, College of Nuclear Science and Technology, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

(Received 27 October 2009; revised manuscript received 5 November 2009)

## Abstract

The compressive behavior is one of the most basic mechanical properties of engineering materials. With the simplified structural model, the compressive failure mode is analyzed for isotropic three-dimensional reticulated porous materials, and the mathematical relationships between nominal main stress and porosity are obtained for these materials at shearing failure under uniaxial compression, biaxial compression and triaxial compression, respectively. The results show that, the porous body of brittle material species shows the tensile fracture mode of pore struts, and the porous body of ductile material species may display the shearing fracture mode of pore struts. The correspondingly obtained criteria of strength design can be referred to in applications of these materials under respective loading failure modes.

**Keywords:** porous material, foamed material, compressive load, shearing failure

**PACC:** 6220M, 8100

\* Project supported by the Beijing Co-funded Project for the Key Subject of Condensed Physics, China (Grant No. XK100270454) and the Testing Foundation of Beijing Normal University, China (Grant No. C09).

† E-mail: liu996@263.net