第 59 卷 第 8 期 2010 年 8 月
1000-3290/2010/59(08)/5229-06

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol. 59, No. 8, August, 2010

(2+1)维 Konopelchenko-Dubrovsky 方程新的多孤子解*

叶彩儿[1)2)†] 张卫国[1)]

1)(上海理工大学 理学院,上海 200093)

2)(浙江林学院 理学院,临安 311300)

(2009 年 4 月 8 日收到;2009 年 11 月 21 日收到修改稿)

利用齐次平衡方法,将 (2+1)维 Konopelchenko-Dubrovsky 方程转化为两个变量分离的线性偏微分方程,然后采用三种不同的函数假设,得到相应的常系数微分方程,通过求解特征方程,方便地构造出 Konopelchenko-Dubrovsky 方程新的多孤子解.

关键词:(2+1)维 Konopelchenko-Dubrovsky 方程, 齐次平衡法, 多孤子解

PACC: 0340K, 0420J, 0290

1. 引 言

自 1965 年人们第一次提出孤子概念以来,非线性发展方程的求解一直是数学物理工作者研究的重要课题之一. 为了尽可能多地找到非线性偏微分方程的解,人们想出了许多行之有效的方法,如逆散射变换、Backlund 变换、Darboux 变换、齐次平衡法以及分离变量法[1—9]等,其中齐次平衡法的推广应用,获得了一大类非线性波动方程一批新的孤子解. 本文继续利用推广的齐次平衡方法, 求出了下列 (2+1)维 Konopelchenko-Dubrovsky (KD)方程新的多孤子解,

$$u_t - u_{xxx} - 6\beta u u_x + \frac{3}{2}\alpha^2 u^2 u_x - 3v_y + 3\alpha u_x v = 0, \tag{1a}$$

$$v_x = u_y . \tag{1b}$$

当 $u_y=0$ 时, 方程 (1a)变为 Gardner 方程; 当 $\alpha=0$ 时,方程(1a)就是著名的 Kadomtsev-Petviashvili (KP)方程;而当 $\alpha=0,\beta=0$ 时,方程 (1a)简化为修正的 KP 方程. 已有不少作者 [10—18] 对方程(1)进行研究,文献[12—15]都是将方程(1)经过行波约化化为常微分方程,然后使用不同的函数展开法,如 F-展开法,推广的 Riccati 方程有理函数展开法以及 tanh-sech 方法等来获得方程(1)的行波解;文献[16,17]利用标准 Painlevé 截断分析法获得方程(1)的自 Bäcklund 变换和多孤子解;文献[18]则通过齐次平衡方法研究方程(1)的多孤子解. 然而无论是用 Painlevé 截断法还是使用齐次平衡法得到的微分方程组可以进一步化简,化为两个变量分离的线性微分方程组,因此本文继续利用推广的齐次平衡法研究 KD 方程的多孤子解. 本文与文献[16—18]的不同之处在于:1)将 KD 方程经过非线性变换化为两个变量分离的线性偏微分方程;2)选用适当的待定函数假设,将偏微分方程组转化为常系数线性常微分方程组,然后根据特征值的不同情况求出 KD 方程的不同类型的精确解,无须和文献[18]那样一一求解;3)文献[16—18]得到的结果可以看作是本文的特殊情形,因为我们的解中包含更多的任意常数,而且又求出了两类新的精确解.

2. (2+1)维 KD 方程的线性化

根据推广的齐次平衡原则,设方程(1)有如下形式的解:

$$u = [f(w)]_x + u_0, \quad v = [f(w)]_y + v_0, \tag{2}$$

式中 $f=f(w)$, $w=w(x,y,t)$为待定函数,u_0,v_0 为任

* 上海市重点学科项目(批准号:S30501),上海市自然科学基金(批准号:10ZR1420800)资助的课题.

† E-mail:Yecaier@ zjfc. edu. cn

意常数.

把(2)式代入(1)式整理后得到

$$\left(\frac{3}{2}\alpha^2 f'^2 f''-f^{(4)}\right)w_x^4-6f'''w_x^2w_{xx}$$
$$+f''\left(-3w_y^2+w_tw_x+3\alpha v_0w_x^2\right.$$
$$+\frac{3}{2}\alpha^2u_0^2w_x^2-6\beta u_0w_x^2-3w_{xx}^2$$
$$\left.-4w_xw_{xxx}\right)+f'\left(-3w_{yy}+w_{xt}+3\alpha v_0w_{xx}\right.$$
$$\left.+\frac{3}{2}\alpha^2u_0^2w_{xx}-6\beta u_0w_{xx}-w_{xxxx}\right)$$
$$+f'f''(3\alpha w_yw_x^2+3\alpha^2u_0w_x^3-6\beta w_x^3)$$
$$+f'^2(3\alpha w_yw_{xx}+3\alpha^2u_0w_xw_{xx}-6\beta w_xw_{xx})$$
$$+f'^3\frac{3}{2}\alpha^2w_x^2w_{xx}=0. \tag{3}$$

令方程(3)中 w_x^4 前面的系数为零,可得 $f(w)$ 所满足的方程

$$\frac{3}{2}\alpha^2f'^2f''-f^{(4)}=0. \tag{4}$$

从方程(4)解得

$$f(w)=\pm\frac{2}{\alpha}\ln w. \tag{5}$$

从解(5),可知存在下面关系:

$$f'f''=\mp\frac{1}{\alpha}f''',\ f'^2=\mp\frac{2}{\alpha}f'',\ f'^3=\frac{2}{\alpha^2}f'''. \tag{6}$$

将(6)式代入方程(3)式,并令 f',f'',f''' 前面的系数为零,得到一组关于 $w(x,y,t)$ 的偏微分方程组

$$\mp3w_x^2\left[w_y+\left(\alpha u_0-\frac{2\beta}{\alpha}\right)w_x\pm w_{xx}\right]=0, \tag{7}$$

$$-3w_y^2+w_tw_x+\left(3\alpha v_0+\frac{3}{2}\alpha^2u_0^2-6\beta u_0\right)w_x^2$$
$$-3w_{xx}^2-4w_xw_{xxx}\mp6w_yw_{xx}$$
$$\pm\left(\frac{12\beta}{\alpha}-6\alpha u_0\right)w_xw_{xx}=0, \tag{8}$$

$$-3w_{yy}+w_{xt}+\left(3\alpha v_0+\frac{3}{2}\alpha^2u_0^2-6\beta u_0\right)$$
$$\times w_{xx}-w_{xxxx}=0. \tag{9}$$

根据方程(7),可取

$$w_y=\left(\frac{2\beta}{\alpha}-\alpha u_0\right)w_x\mp w_{xx}. \tag{10}$$

将(10)式代入(8)式,化简得

$$w_t=\left(\frac{12\beta^2}{\alpha^2}+\frac{3}{2}\alpha^2u_0^2-3\alpha v_0-6\beta u_0\right)w_x$$
$$\mp6\left(\frac{2\beta}{\alpha}-\alpha u_0\right)w_{xx}+4w_{xxx}. \tag{11}$$

再将方程(10),(11)代入方程(9),结果恒成立.因此方程(1)经过变换(2),(5)后可线性化,化为两个变量分离的线性偏微分方程(10),(11).

3. (2+1)维 KD 方程新的多孤子解

令

$$a=\frac{2\beta}{\alpha}-\alpha u_0,$$
$$b=\frac{12\beta^2}{\alpha^2}+\frac{3}{2}\alpha^2u_0^2-3\alpha v_0-6\beta u_0,$$

则(10),(11)式可以改写成

$$w_y=aw_x\mp w_{xx},$$
$$w_t=bw_x\mp6aw_{xx}+4w_{xxx}. \tag{12}$$

(12)式实际上包含两种情形,第一种是取“-”号;第二种是取“+”号.但这两 种情形可通过下列变换:

$$x=-\bar{x},$$
$$y=-\bar{y},$$
$$t=-\bar{t},$$
$$w(x,y,t)=\bar{w}(\bar{x},\bar{y},\bar{t}),$$

相互转化,因此只需求解(12)式中取“-”号情形的解即可,即求解方程组

$$w_y=aw_x-w_{xx},$$
$$w_t=bw_x-6aw_{xx}+4w_{xxx}. \tag{13}$$

下面就 $w(x,y,t)$ 在三种不同类型的函数假设之下求出方程组(13)的精确解.

3.1. $w=F(\xi)$

将 $w=F(\xi)$,$\xi=kx+ly+ht$,代入方程组(13),得到一个 F 关于 ξ 的常微分方程组,它们的特征方程组成下列线性方程组

$$l\lambda=ak\lambda-k^2\lambda^2,$$
$$h\lambda=bk\lambda-6ak^2\lambda^2+4k^3\lambda^3. \tag{14}$$

取

$$r=\frac{ak-l}{k^2},h=bk-6ak^2r+4k^3r^2, \tag{15}$$

则方程组(14)有解 0,r,因此方程组(13)的两个特解为

$$w_1=1,$$
$$w_2=e^{r\xi}=e^{r(kx+ly+ht)},$$

这里 $k\neq0$,l 是任意的常数,r,h 由(15)式决定.

3.2. $w=F(\xi)\mathrm{e}^{\eta}$

将 $w=F(\xi)\mathrm{e}^{\eta}$，$\xi=Kx+Ly+Ht$，$\eta=\bar{K}x+\bar{L}y+\bar{H}t$ 代入(13)式，两边消去 e^{η}，得到一个 F 关于 ξ 的常微分方程组，它们的特征方程组成下列线性方程组：

$$L\lambda+\bar{L}=a(K\lambda+\bar{K})-(K\lambda+\bar{K})^2, \tag{16}$$

$$H\lambda+\bar{H}=b(K\lambda+\bar{K})-6a(K\lambda+\bar{K})^2+4(K\lambda+\bar{K})^3. \tag{17}$$

记

$$p=-\frac{2K\bar{K}+L-aK}{2K^2},$$

$$q=\frac{\bar{K}^2+\bar{L}-a\bar{K}}{2K^2},$$

$$D(\lambda)=b(K\lambda+\bar{K})-6a(K\lambda+\bar{K})^2+4(K\lambda+\bar{K})^3, \tag{18}$$

方程(16)的特征值为

$$\lambda_{1,2}=p\pm\sqrt{p^2-2q}, \tag{19}$$

如果 $\lambda_1\neq\lambda_2$，且 $\lambda_{1,2}$ 也是方程(17)的特征值，则应有

$$H=\frac{D(\lambda_1)-D(\lambda_2)}{\lambda_1-\lambda_2},$$

$$\bar{H}=\frac{\lambda_1D(\lambda_2)-\lambda_2D(\lambda_1)}{\lambda_1-\lambda_2}. \tag{20}$$

经计算发现，当 $\lambda_1\neq\lambda_2$ 时，不管 $\lambda_{1,2}$ 是实数还是复数，由(18)—(20)式确定的 H，$\bar{H}$ 始终为实数. 如果 $\lambda_1=\lambda_2$，且 $\lambda_{1,2}$ 也是方程(17)的特征值，则应有

$$\bar{H}=D(p)-pH. \tag{21}$$

这样就有下列结果：

1）当 $p^2-2q>0$ 时，方程组(13)的解为

$$w=(c_1\mathrm{e}^{\lambda_1\xi}+c_2\mathrm{e}^{\lambda_2\xi})\mathrm{e}^{\eta}=(c_1\mathrm{e}^{\sqrt{p^2-2q}\xi}+c_2\mathrm{e}^{-\sqrt{p^2-2q}\xi})\mathrm{e}^{p\xi+\eta},$$

特殊地，取 $c_1=\frac{1}{2}$，$c_2=\frac{1}{2}$ 和 $c_1=\frac{1}{2}$，$c_2=-\frac{1}{2}$ 时，得到方程组(13)的两个特解为

$$w_3=\cosh(\sqrt{p^2-2q}(Kx+Ly+Ht))\times\exp((pK+\bar{K})x+(pL+\bar{L})y+(pH+\bar{H})t),$$

$$w_4=\sinh(\sqrt{p^2-2q}(Kx+Ly+Ht))\times\exp((pK+\bar{K})x+(pL+\bar{L})y+(pH+\bar{H})t),$$

这里 $K,\bar{K},L,\bar{L}$ 除了满足 $K\neq0$，$p^2-2q>0$ 外是任意的，$p,q,H,\bar{H}$ 由(18)—(20)式决定.

2）当 $p^2-2q=0$ 时，方程组(13)的两个特解为

$$w_5=\exp((pK+\bar{K})x+(pL+\bar{L})y+(pH+\bar{H})t),$$

$$w_6=(Kx+Ly+Ht)\times\exp((pK+\bar{K})x+(pL+\bar{L})y+(pH+\bar{H})t),$$

这里 $K,\bar{K},L,\bar{L},H$ 除了满足 $K\neq0$，$p^2-2q=0$ 外是任意的，$p,q,\bar{H}$ 由(18)，(21)式决定.

3）当 $p^2-2q<0$ 时，方程组(13)的两个特解为

$$w_7=\cos(\sqrt{2q-p^2}(Kx+Ly+Ht))\times\exp((pK+\bar{K})x+(pL+\bar{L})y+(pH+\bar{H})t),$$

$$w_8=\sin(\sqrt{2q-p^2}(Kx+Ly+Ht))\times\exp((pK+\bar{K})x+(pL+\bar{L})y+(pH+\bar{H})t),$$

这里 $K,\bar{K},L,\bar{L}$ 除了满足 $K\neq0$，$p^2-2q<0$ 外是任意的，$p,q,H,\bar{H}$ 由(18)—(20)式决定.

3.3. $w=F(x)G(y,t)$

将 $w=F(x)G(y,t)$ 代入方程组(13)，化简得

$$\begin{cases}\dfrac{\partial G}{\partial y}=\mu G(y,t),\\[2mm]\dfrac{\partial G}{\partial t}=\nu G(y,t),\end{cases} \tag{22}$$

和

$$\begin{cases}\mu=a\lambda-\lambda^2,\\ \nu=b\lambda-6a\lambda^2+4\lambda^3,\end{cases} \tag{23}$$

其中(23)式是 F 关于 x 的常微分方程组所对应的特征方程组.

容易求得(22)式的一个特解为

$$G = e^{\mu y+\nu t},$$

当 $\mu = \frac{b-2a^2}{4}$, $\nu = \frac{a(b-2a^2)}{2}$ 时,方程(23)的特征值为

$$\lambda_{1,2} = \frac{a \pm \sqrt{3a^2 - b}}{2}.$$

这样就有下列结果:

1) 当 $3a^2 - b > 0$ 时,方程组(13)的解为

$$w = (c_1 e^{\lambda_1 x} + c_2 e^{\lambda_2 x}) e^{\mu y+\nu t},$$

特殊地,取 $c_1 = \frac{1}{2}, c_2 = \frac{1}{2}$ 和 $c_1 = \frac{1}{2}, c_2 = -\frac{1}{2}$ 时,得到方程组(13)的两个特解为

$$\begin{aligned} w_9 &= \cosh\left(\frac{\sqrt{3a^2-b}}{2}x\right) \\ &\quad \times \exp\left(\frac{a}{2}x + \frac{b-2a^2}{4}y + \frac{a(b-2a^2)}{2}t\right), \\ w_{10} &= \sinh\left(\frac{\sqrt{3a^2-b}}{2}x\right) \\ &\quad \times \exp\left(\frac{a}{2}x + \frac{b-2a^2}{4}y + \frac{a(b-2a^2)}{2}t\right). \end{aligned}$$

2) 当 $3a^2 - b = 0$ 时,方程组(13)的两个特解为

$$\begin{aligned} w_{11} &= \exp\left(\frac{a}{2}x + \frac{a^2}{4}y + \frac{a^3}{2}t\right), \\ w_{12} &= x \times \exp\left(\frac{a}{2}x + \frac{a^2}{4}y + \frac{a^3}{2}t\right). \end{aligned}$$

3) 当 $3a^2 - b < 0$ 时,方程组(13)的两个特解为

$$\begin{aligned} w_{13} &= \cos\left(\frac{\sqrt{b-3a^2}}{2}x\right) \\ &\quad \times \exp\left(\frac{a}{2}x + \frac{b-2a^2}{4}y + \frac{a(b-2a^2)}{2}t\right), \\ w_{14} &= \sin\left(\frac{\sqrt{b-3a^2}}{2}x\right) \\ &\quad \times \exp\left(\frac{a}{2}x + \frac{b-2a^2}{4}y + \frac{a(b-2a^2)}{2}t\right). \end{aligned}$$

3.4. KD 方程的多孤子解

因为(13)式是线性的,因此对上面求得的解作线性组合就可得到方程组(13)多种类型的多孤子解与类孤子解,下面仅仅列举了几种非奇异的多孤子解,例如

$$\begin{aligned} w_{15} &= 1 + \sum_{i=1}^{n} c_i \exp(r_i(k_i x \\ &\quad + l_i y + h_i t)), \end{aligned} \tag{24}$$

其中 $k_i \neq 0, l_i, c_i$ 是任意的常数, r_i, h_i 满足式子

$$\begin{aligned} r_i &= \frac{ak_i - l_i}{k_i^2}, \\ h_i &= bk_i - 6ak_i^2 r_i + 4k_i^3 r_i^2. \end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned} w_{16} &= 1 + P\cosh\left(\frac{\sqrt{3a^2-b}}{2}x\right) \\ &\quad \times \exp\left(\frac{a}{2}x + \frac{b-2a^2}{4}y + \frac{a(b-2a^2)}{2}t\right) \\ &\quad + \sum_{i=1}^{n} c_i \exp(r_i(k_i x + l_i y + h_i t)), \end{aligned} \tag{26}$$

其中 $3a^2 - b > 0, P, k_i \neq 0, l_i, c_i$ 是任意的常数, r_i, h_i 由(25)式确定.

$$\begin{aligned} w_{17} &= 1 + \sum_{i=1}^{n} c_i \cosh(\sqrt{p_i^2 - 2q_i}(K_i x \\ &\quad + L_i y + H_i t)) \\ &\quad \times \exp((p_i K_i + \bar{K}_i)x \\ &\quad + (p_i L_i + \bar{L}_i)y \\ &\quad + (p_i H_i + \bar{H}_i)t), \end{aligned} \tag{27}$$

这里 $c_i, K_i, \bar{K}_i, L_i, \bar{L}_i$ 除了满足 $K_i \neq 0, p_i^2 - 2q_i > 0$ 外是任意的, $p_i, q_i, H_i, \bar{H}_i$ 由下式决定:

$$\begin{aligned} p_i &= -\frac{2K_i\bar{K}_i + L_i - aK_i}{2K_i^2}, \\ q_i &= \frac{\bar{K}_i^2 + \bar{L}_i - a\bar{K}_i}{2K_i^2}, \\ D_i(\lambda) &= b(K_i\lambda + \bar{K}_i) - 6a(K_i\lambda + \bar{K}_i)^2 \\ &\quad + 4(K_i\lambda + \bar{K}_i)^3, \\ \lambda_1^{(i)} &= p_i + \sqrt{p_i^2 - 2q_i}, \\ \lambda_2^{(i)} &= p_i - \sqrt{p_i^2 - 2q_i}, \\ H_i &= \frac{D_i(\lambda_1^{(i)}) - D_i(\lambda_2^{(i)})}{\lambda_1^{(i)} - \lambda_2^{(i)}}, \\ \bar{H}_i &= \frac{\lambda_1^{(i)} D_i(\lambda_2^{(i)}) - \lambda_2^{(i)} D_i(\lambda_1^{(i)})}{\lambda_1^{(i)} - \lambda_2^{(i)}}. \end{aligned}$$

图 1 所示为(24)式中场量 $u = 4(\ln w_{15})_x$ 在 $n = 1, t = 0$ 时的单孤子解,这里

$$\alpha = \beta = \frac{1}{2},\ u_0 = v_0 = 0, c_1 = k_1 = l_1 = 1.$$

图 2 所示为(26)式中场量 $u = 4(\ln w_{16})_x - 2$ 在 $n = 1, t = 0$ 时的 3 孤子解,这里

$$\alpha = \beta = \frac{1}{2}, u_0 = -2, v_0 = -\frac{7}{3},$$

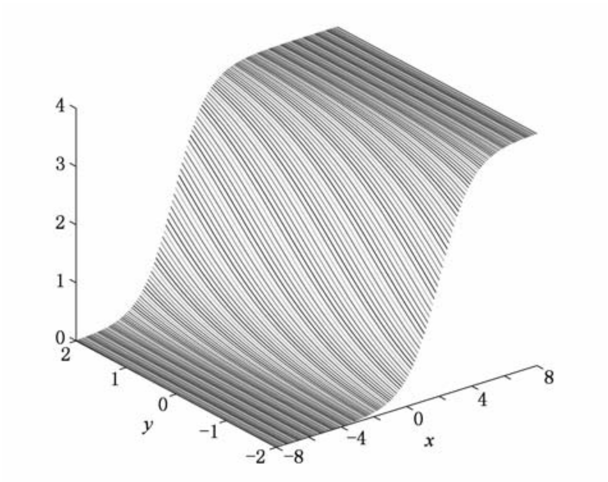

图 1　单孤子解

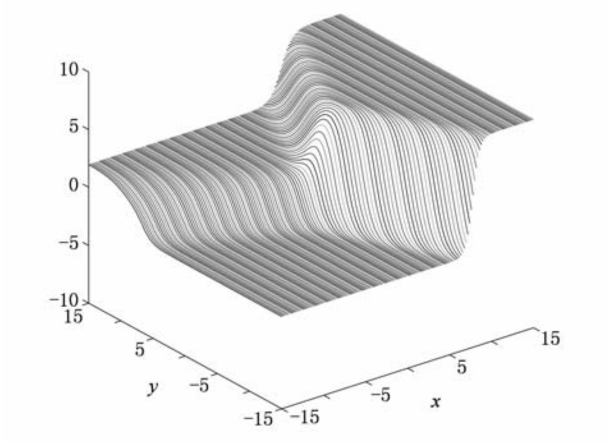

图 2　3 孤子解

$$P = c_1 = k_1 = 1, l_1 = 2.$$

图 3 所示为(27)式中场量 $u = 4(\ln w_{17})_x$ 在 $n = 2, t = 0$ 时的 4 孤子解,这里

$$\alpha = \beta = \frac{1}{2},\ u_0 = v_0 = 0,$$

$$c_1 = c_2 = 1, K_1 = \frac{3}{2}, \bar{K}_1 = \frac{1}{2},$$

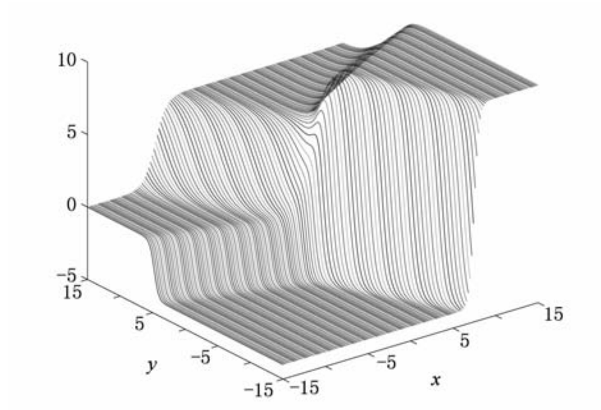

图 3　4 孤子解

$$L_1 = -\bar{L}_1 = \frac{3}{2},\ K_2 = -\frac{1}{2},$$

$$\bar{K}_2 = 2,\ L_2 = 1, \bar{L}_2 = -\frac{1}{4}.$$

4. 结　论

本文利用齐次平衡方法将具有较高非线性项的(2+1)维 Konopelchenko-Dubrovsky 方程化为两个简单的变量分离的线性偏微分方程. 在三种不同类型的待定函数假设之下,进一步简化化为常系数线性微分方程,通过求解特征方程,得到 KD 方程丰富的精确解. 与文献[16—18]出现的解相比,我们的解包含更多的任意常数,而且还求出了文献[16—18]未能给出的 KD 方程形如 w_6, $w_9 - w_{14}$新的精确解. 通过解的线性组合,很容易地获得了 KD 方程的单孤子解、双孤子解以及多孤子解. 齐次平衡方法已经得到了广泛的应用,这里我们又进一步拓展了它的应用范围,这种方法对其他高维非线性物理模型的推广值得深入研究.

[1] Cross M C, Hohenberg P C 1993 *Rev. Mod. Phys.* **65** 851

[2] Ablowitz M J, Kaup D J, Newell A C, Segur H 1974 *Appl. Phys.* **53** 249

[3] Zhu J M, Ma Z Y, Zheng C L 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3248(in Chinese)[朱加民、马正义、郑春龙 2004 物理学报 **53** 3248]

[4] Zhang J F 2000 *J. Huaihua Teachers College* **19** 11(in Chinese)[张解放 2000 怀化师专学报 **19** 11]

[5] Fan E G, Zhang H Q 1998 *Phys. Lett.* A **246** 403

[6] Lou S Y 2002 *J. Math. Phys.* **22** 4078

[7] Wang M L 1996 *Phys. Lett. A* **213** 279

[8] Fan E G 2003 *J. Phys.* A **36** 7009

[9] Zhang J F 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 1416 (in Chinese)[张解放 1998 物理学报 **47** 1416]

[10] Konopelchenko B G, Dubrovsky V G 1984 *Phys. Lett.* A **102** 15

[11] Maccari A 1999 *J. Math. Phys.* **40** 3971

[12] Song L N, Zhang H Q 2006 *Commun. Theor. Phys.* **45** 769

[13] Abdul M J, Waz W 2007 *Math. Comput. Modell.* **45** 473

[14] Zhang J L, Zhang L Y, Wang M L 2005 *Chin. Quart. J. of Math.* **20** 72

[15] Jiao X Y, Wang J H, Zhang H Q 2005 *Commun. Theor. Phys.* **44** 407

[16] Huang W H, Liu M S, Yang H 2004 *J. Huzhou Teachers College* **26** 45 (in Chinese)[黄文华、刘毛生、杨 慧 2004 湖州师范学院学报 **26** 45]
[17] Lin J, Lou S Y, Wang K L 2001 *Chin. Phys. Lett.* **9** 1173
[18] Zhao H, Han J G, Wang W T 2006 *Czech. J. Phys.* **56** 1381

New multisoliton solutions for (2+1) dimensional Konopelchenko-Dubrovsky equations*

Ye Cai-Er[1)2)†] Zhang Wei-Guo[1)]
1) (*School of Science, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China*)
2) (*College of Science, Zhejiang Forestry College, Zhejiang Lin'an 311300, China*)
(Received 8 April 2009; revised manuscript received 21 November 2009)

Abstract

In this paper, using the homogeneous balance method, the (2+1) dimensional Konopelchenko-Dubrovsky equations are converted into two variable-separated linear partial differential equations. for three different function assumptions, the constant coefficient differential equations are obtained, respectively. By solving the eigenequations, new multisoliton solutions of the KD equations are constructed conveniently.

Keywords: (2 + 1) dimensional Konopelchenko-Dubrovsky equations, homogeneous balance method, multisoliton solutions
PACC: 0340K, 0420J, 0290

* Project supported by the Shangnai Leading Academic Discipline, China (Grant No. S30501), the Natural Science Foundation of Shanghai, China (Grant No. 10ZR1420800).
† E-mail: Yecaier@ zjfc. edu. cn