

阈值耦合混沌神经元的同步研究^{*}

何国光 朱 萍 陈宏平 谢小平[†]

(浙江大学物理系, 杭州 310027)

(2009 年 10 月 29 日收到; 2010 年 2 月 1 日收到修改稿)

将阈值控制方法应用于混沌神经元团簇, 构成阈值耦合混沌神经元映射, 研究其时空特性. 仿真实验表明, 控制阈值决定了阈值耦合混沌神经元映射输出的时间周期特性, 而张弛时间影响了输出的空间特性, 阈值耦合混沌神经元映射输出表现出很好的聚类性. 当张弛时间足够大时, 阈值耦合混沌神经元映射输出实现时空完全同步.

关键词: 同步, 混沌神经元, 阈值耦合

PACC: 0545

1. 引 言

为揭示意识、思维等大脑高级活动机理, 许多学者从分子、网络以及功能团等多种层次来研究生物神经系统. 越来越多的研究表明, 生物神经系统是一个混沌系统, 混沌神经网络模型随即被提出^[1-6]. 在众多模型中, Aihara 混沌神经元模型及混沌神经网络模型^[4] 备受关注, 一个主要原因是 Aihara 混沌神经元模型是根据墨鱼巨大神经元轴突电生理实验^[1] 并分析了 Hodgkin-Huxley 方程^[7] 和 Nagamu-Sato 方程^[8] 基础上提出的, 比较真实地反映出神经系统的混沌特性; 另一个重要原因是由混沌神经元构筑而成的混沌神经网络模型在信息处理领域有着广阔的应用前景. Adachi 等人研究表明混沌神经网络具有联想记忆特性^[9], 但混沌神经网络的混沌运动使得混沌神经网络直接用于存储记忆存在技术难题. He 等人通过对混沌神经网络的混沌控制, 部分解决了混沌神经网络用于信息处理中混沌运动这一技术难题^[10-15]. Chen 等人通过对混沌神经网络参数的控制, 提出了暂态混沌神经网络, 可用于解决组合优化问题^[16], 以上这些研究是建立在神经元之间通过完全连接而构成的神经网络模型上的. 研究表明很多生物神经网络是小世界网络, 神经元间并非完全连接, 具有明显的聚类现象^[17,18], 也即神经元间的同步现象, 猫和猴子的神

经系统电生理实验已证实了这一点^[19,20]. 神经元的同步在神经系统的信息交换中起着十分重要的作用, 近年来成为神经动力学研究的一个热点, 这些研究主要集中在 Hindmarsh-Rose 模型、Fitzhugh-Nagumo 模型等系统上^[21-26], 对由 Aihara 混沌神经元的同步研究报道甚少. 在本工作中我们将通过阈值控制方法控制混沌神经元的混沌, 并构成神经元之间局部连接的阈值耦合混沌神经元映射, 研究阈值耦合混沌神经元间的同步特性, 揭示混沌神经网络中的聚类现象.

2. 混沌神经元模型和阈值控制方法

2.1. 混沌神经元模型

本工作选用 Aihara 混沌神经元模型^[4], 该模型是在研究墨鱼巨大神经元轴突电生理混沌响应实验基础上提出的, 具有强力的生物学背景基础. 混沌神经元模型如下所述:

$$y(t+1) = ky(t) - \alpha x(t) + a, \quad (1)$$

$$x(t+1) = f(y(t+1)), \quad (2)$$

$$f(x) = \frac{1}{1 + \exp(-x/\varepsilon)}. \quad (3)$$

其中 $y(t)$ 是神经元在 t 时刻的内部状态, $x(t)$ 是 t 时刻神经元的输出, k 是神经元不应性衰减参数, α 为不应性尺度参数, a 为神经元的门限值, $f(\cdot)$ 为

^{*} 国家教育部留学回国人员科研启动基金(批准号: J200702851108)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: xiexptt@163.com

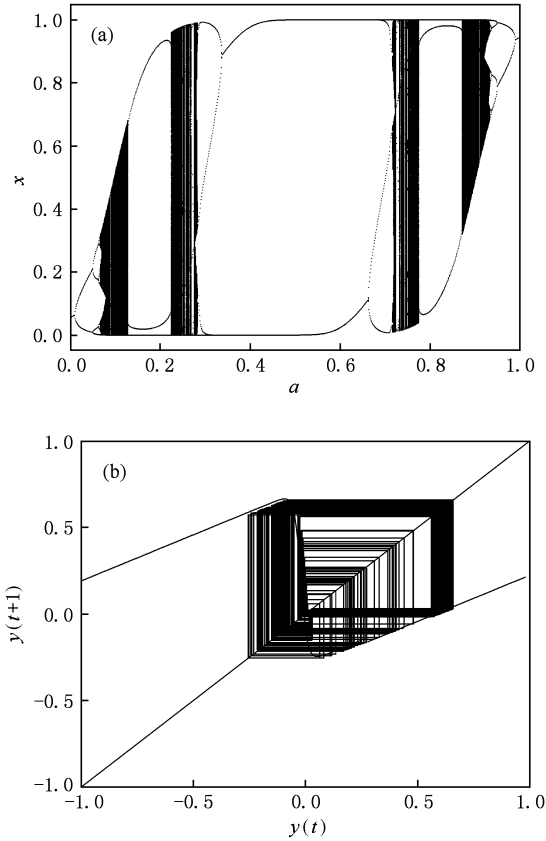


图 1 (a) 混沌神经元的分岔图;(b) 混沌状态下返回映射

神经元的作用函数, ε 为作用函数的梯度参数. 当神经元输出为“1”时, 神经元处于兴奋状态, 当神经元输出为“0”时, 神经元处于静息状态. 在一定的参数下, 由(1)–(3)式所描述的神经元的输出 $x(t)$ 和内部状态 $y(t)$ 呈现出混沌状态. 图 1(a) 显示了当参数 α 取 1, ε 取 0.04, k 取 0.5 时该神经元输出随门限值 a 变化的分岔图, 可知该模型在一定的参数范围内, 表现出混沌特性. 图 1(b) 显示了混沌状态下, 神经元的返回映射, 门限值 a 取 0.75, 其余参数同图 1(a). 在以下的仿真实验中, 将选取参数 $\alpha, \varepsilon, k, a$ 分别为 1, 0.04, 0.5 和 0.75, 使神经元处于混沌状态.

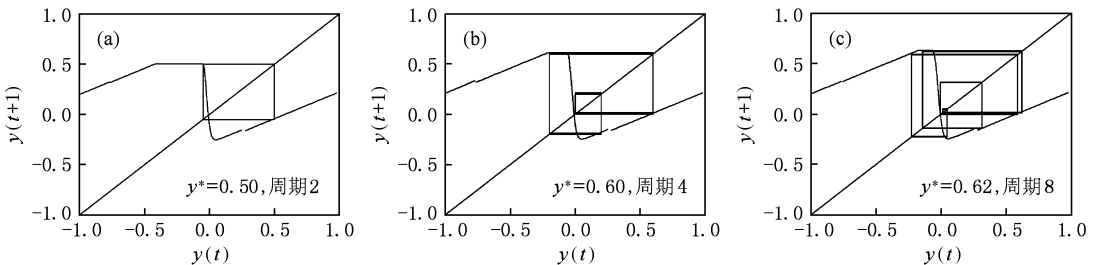


图 2 阈值控制混沌神经元的返回映射

2.2. 阈值控制方法

要实现神经元间的同步, 必须控制混沌神经元的混沌. 为控制混沌神经元的混沌运动, 提出了阈值控制方法^[10,15]. 其基本思想是, 对于混沌神经元内部状态 y 设定一阈值 y^* , y 小于设定阈值 y^* 时, y 保持原来的状态, 当 y 大于设定阈值 y^* 时, 将超出阈值 y^* 部分值截去, 使 $y = y^*$, 即

$$y \rightarrow y^*, y > y^*. \tag{4}$$

阈值控制方法的控制机理可用返回映射图来说明, 图 2 显示了 y^* 取值为 0.5, 0.6 和 0.62 时其对应的神经元的返回映射图. 对照图 1(b) 混沌神经元的返回映射图, 可以发现内部状态 $y(t+1)$ 超出 y^* 部分被截去, 从而部分改变了返回映射曲线, 实现了混沌控制, 阈值控制方法的实质是限制了内部状态在相空间中的自由演变. 从图中可知, 图 1(b) 所描述的混沌神经元在合适的阈值 y^* 控制下, 成为周期 2 (图 2(a))、周期 4 (图 2(b)) 和周期 8 (图 2(c)) 的周期运动. 可见调节控制阈值 y^* , 就可达到控制混沌神经元的动力学特性, 从而实现控制混沌神经元混沌运动的目的. 图 3 给出了不同阈值 y^* 下的神经元的分岔图, 可发现当 $y^* \leq 0.662$, 混沌神经元可以被控制到不同的周期态上, 当 $y^* > 0.662$, 混沌神经元将保持混沌状态.

3. 阈值耦合混沌神经元映射

为考察混沌神经元的聚类行为, 先考察有 N 个神经元集结而成的神经元团簇. 由于每个神经元的混沌运动, 整个团簇神经元也表现出混沌特性. 图 4 显示了 $N = 100$ 时, 即由 100 个神经元组成的团簇的输出状态. 图中, 横坐标表示团簇演化时间, 纵轴表示神经元的编号, 图中颜色灰度代表对应神经元在特定时刻的输出值, 其值与右边颜色灰度棒对应. 从图中看出, 由 100 个混沌神经元组成的神经团

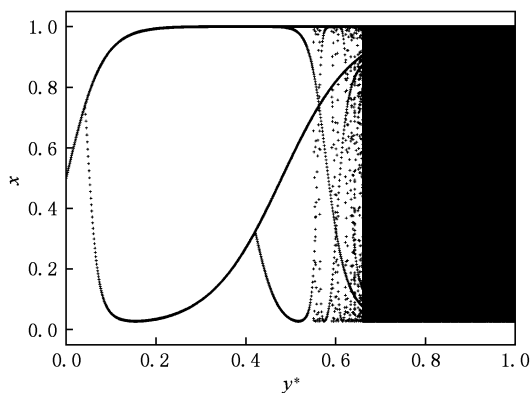


图3 阈值控制混沌神经元的分岔图

簇,每个神经元的输出在时间上表现出混沌特性,同一时刻 100 个混沌神经元的输出构成了空间的混沌状态,从而形成复杂的时空混沌。

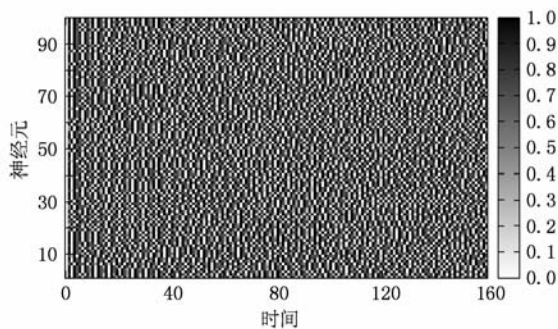


图4 100 个神经元的输出时序

将阈值控制方法引入到混沌神经元团簇中. 在混沌神经元的混沌控制中,将内部状态值中超出给定阈值 y^* 的那部分值丢弃. 在混沌神经元团簇中,我们把被丢弃的值均匀地传递给与其相邻的两个混沌神经元,从而与相邻两神经元形成一种耦合^[15,27],混沌神经元间的耦合强度由内部状态值中超出给定阈值 y^* 的那部分值决定,这种结构称之为阈值耦合混沌神经元映射. 该耦合过程可用如下公式来描述.

如果 $y_i > y_i^*$, 则

$$\delta = y_i - y_i^*, \quad (5)$$

$$y_i = y_i^*, \quad (6)$$

$$y_{i+1} = y_{i+1} + \delta/2, \quad (7)$$

$$y_{i-1} = y_{i-1} + \delta/2. \quad (8)$$

其中,下标 i 表示混沌神经元编号. 采用开放边界条件,对于边界上的神经元,即编号为 1 和 N 的神经元,部分阈值之上值,即 $\delta/2$,将被逸出系统. 阈值耦

合方法,源自沙堆模型,相邻神经元内部状态间的耦合几乎是在瞬间同时进行,可能会导致“雪崩”现象. 仿真实验中,受算法的限制,无法实现瞬间同时耦合. 为实现神经元间瞬间同时耦合以及可能产生的“雪崩”现象,保证神经元间的充分耦合,达到神经元间的阈值耦合过程并行运算,内部状态 y 需经过 r 张弛时间步的阈值耦合,即重复上述(5)–(8)式耦合过程 r 步. (5)–(8)式是一个张弛时间步,经过 r 步张弛阈值耦合后,连同(1)–(3)式构成完整的阈值耦合混沌神经元映射的输出更新模型. 阈值耦合混沌神经元映射的输出更新算法按以下两个过程实现:首先所有混沌神经元按照一定顺序,即从第 1 号神经元到 N 号神经元(本文中 $N = 100$),完成神经元间 r 张弛时间步的阈值耦合,也即按照(5)–(8)式,实施 r 次的阈值耦合运算,这个过程是混沌神经元间阈值耦合的张弛过程,是一个“快过程”;在完成阈值耦合的基础上,进入混沌系统自身的演变过程,所有神经元按照上面所述的顺序,按(1)–(3)式对混沌神经元的输出作 1 次运算,完成混沌神经元的输出更新,这个过程是一个“慢过程”. 这里所说的“快”、“慢”过程是按神经系统本身特性而分的,不是按算法过程中的运算速度来分的.

现在我们研究阈值耦合混沌神经元的动力学特性. 由混沌神经元的阈值控制方法返回映射可知,被控神经元的输出周期与阈值 y^* 有关. 因而,选取不同阈值,研究耦合混沌神经元映射的时空特性,为使研究问题简单化,所有神经元的阈值取相同值,为 y^* . 研究发现阈值 y^* 不同致使耦合混沌神经元映射输出的时空行为不一致. 当 y^* 取值比较小时,如 $y^* = 0.2$,耦合混沌神经元的输出为“0”,“1”两种状态,其时间周期为 2,在空间上同一时刻所有耦合神经元的输出一致,行为完全同步. 随着 y^* 取值的增大,如 $y^* = 0.5$,尽管时间演变上保持周期 2 态,可在空间行为上发生改变,部分神经元的输出出现了“0”与“1”之间的过渡态,但在空间上保持其有序性,即大部分相邻耦合神经元的输出是一致的,体现出了聚类特性. 当 y^* 取值继续增大,如 $y^* = 0.7$,时间周期随之增大到 4,但空间行为继续保持其聚类特性. 当 y^* 的值进一步增大,超出阈值控制的可控范围,混沌神经元的混沌不能被控制,加上空间耦合的减弱,耦合混沌神经元的输出重现时空混沌特性. 图 5 显示了张弛时间步 r 为 1000 时耦合混沌神经元映射的输出时序图,其中图 5(a),

(b), (c) 分别为 y^* 选取 0.2, 0.5, 0.7 时所对应的输出时序图.

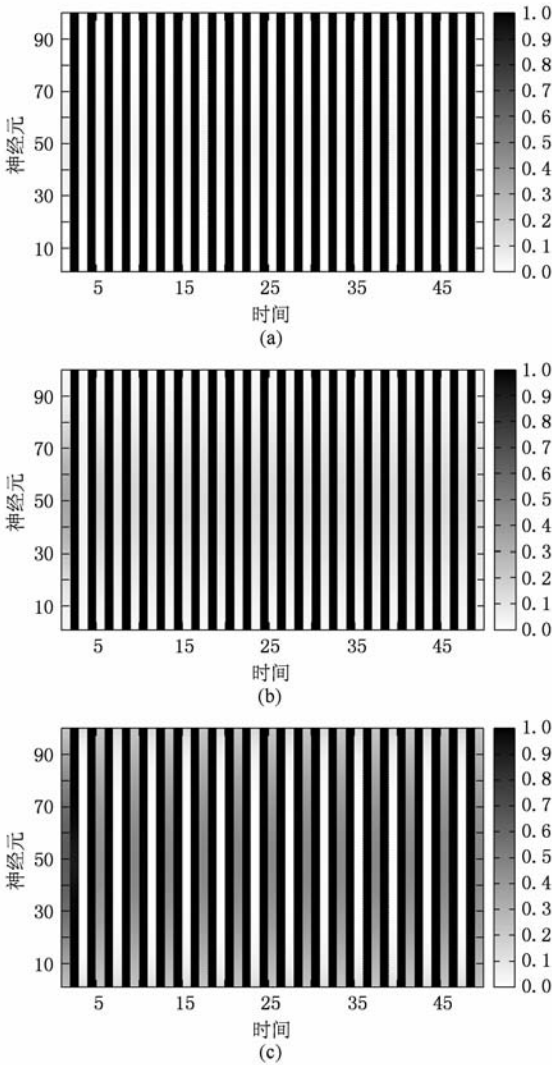


图 5 阈值耦合混沌神经元映射的输出时序, 神经元数为 100, 张弛时间步 r 为 1000 (a) $y^* = 0.20$; (b) $y^* = 0.50$; (c) $y^* = 0.70$

研究还发现, 张弛时间 r 对耦合混沌神经元的空间行为有着较大的影响. 当 r 值较小时, 部分相邻耦合神经元间的输出表现出突变, 当 r 值增大时, 突变行为得到缓和, 有序性增大. 当 r 值进一步增大时, 突变行为消失, 实现完全同步. 图 6 显示了 y^* 取 0.5 时, 张弛时间 r 为 10, 100, 1000 三种情况下的耦合混沌神经元映射的时空行为, 可以发现张弛时间 r 决定了耦合混沌神经元映射的空间行为. 对于图 6 中的突变现象, 是由于阈值耦合混沌神经元映射的时空行为由“快”、“慢”二个过程决定, 即混沌神经元间阈值耦合的张弛过程和混沌系统自身的演变

过程, 张弛过程比混沌系统自身演变过程要来得快, 这两个过程是独立的. 当张弛时间 r 比较小时, 阈值耦合没能完全完成就进入到混沌系统自身的演变过程, 从而出现了如文献 [28] 所述的混沌驱动, 导致部分神经元不同步的“突变”现象.

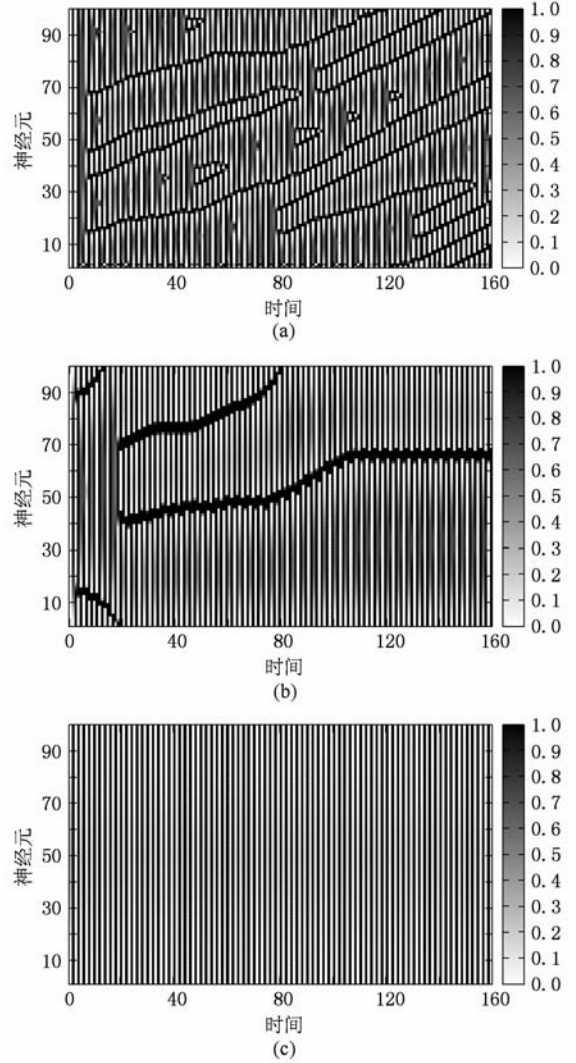


图 6 不同张弛时间 r 下耦合混沌神经元映射的输出时空行为, 其中 y^* 取 0.5 (a) 张弛时间 $r = 10$; (b) 张弛时间 $r = 100$; (c) 张弛时间 $r = 1000$

为进一步研究张弛时间 r 对不同阈值下耦合混沌神经元输出同步特性的影响, 定义同步误差函数 Er , 用于表征耦合混沌神经元映射输出的同步特性. 同步误差函数 Er 定义如下:

$$Er = \sum_{i=1}^{N-1} (x_{i+1} - x_i)^2, \tag{9}$$

由定义知, 当所有神经元的输出一致时, 也即完全同步时, Er 为 0, 当相邻神经元的输出完全不一致

时, E_r 为最大, 其值为 $N - 1$, 如神经元输出的聚类特性明显, 则其值非常小. 图 7 显示了不同阈值 y^* 下同步误差函数 E_r 与张弛时间 r 的关系, 从图中可知, 当 r 较小时, 耦合混沌神经元间的聚类特性较差, 随着 r 值的增大, 神经元间的聚类特性明显改善, 同步行为加强. 当 r 大于 500 时, 耦合混沌神经元的聚类特性进一步加强, 几乎达到完全同步.

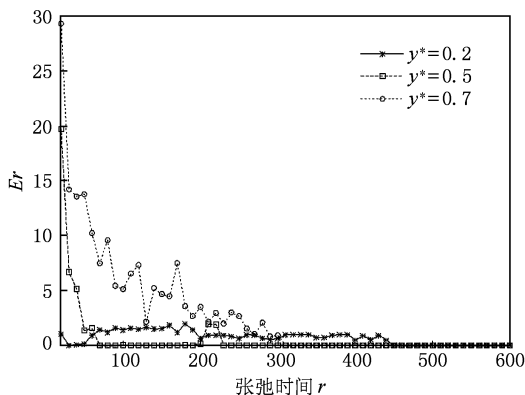


图 7 不同阈值下同步误差函数 E_r 与张弛时间 r 的关系曲线

4. 结 论

本工作中, 我们提出了阈值控制方法, 用以控制混沌神经元的混沌运动, 并将阈值控制方法应用于混沌神经元团簇, 构成阈值耦合混沌神经元映射. 研究了不同阈值对耦合混沌神经元映射时空行为的影响, 当混沌神经元处于混沌可控状态时, 耦合混沌神经元映射表现出时间演变的周期性和空间行为的聚类性和同步特性, 这跟生物真实神经系统中神经元团簇的聚类特性相一致的. 也研究了张弛时间对耦合神经元输出时空同步特性的影响, 当张弛时间足够大时, 耦合神经元间表现出完全同步的性质. 耦合混沌神经网络映射中, 阈值大小, 决定了神经元团簇输出的时间周期, 张弛时间影响了神经元团簇输出的空间特性. 本工作对研究生物神经元间的耦合连接形式、研究神经元的有序、同步特性, 有着积极的意义.

[1] Aihara K, Matsumoto G, Holden A V (Ed.) 1986 *Chaos* (Princeton: Princeton University Press) 257

[2] Degn H, Holden A V, Olsen L F (Eds.) 1987 *Chaos in biological systems* (New York: Plenum)

[3] Freeman W J 1987 *Biological Cybernetics* **56** 139

[4] Aihara K, Takabe T, Toyoda M 1990 *Phys. Lett. A* **144** 333

[5] Tsuda I 1992 *Neural Networks* **5** 313

[6] Nara S, Davis P 1997 *Phys. Rev. E* **55** 826

[7] Hodgkin A L, Huxley A F 1952 *J. Physiol.* **117** 500

[8] Nagumo J, Sato S 1972 *Kybernetik* **10** 155

[9] Adachi M, Aihara K 1997 *Neural Networks* **10** 83

[10] He G, Cao Z, Chen H, Zhu P 2003 *Int. J. Modern Physics B* **17** 4209

[11] He G, Cao Z, Zhu P, Ogura H 2003 *Neural Networks* **16** 1195

[12] He G G, Zhu P, Chen H P, Cao Z T 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1040 (in Chinese) [何国光、朱萍、陈宏平、曹志彤 2006 物理学报 **55** 1040]

[13] He G, Shrimali M D, Aihara K 2007 *Phys. Lett. A* **371** 228

[14] He G, Chen L, Aihara K 2008 *Neurocomputing* **71** 2794

[15] He G, Shrimali M D, Aihara K 2008 *Neural Networks* **21** 114

[16] Chen L, Aihara K 1999 *IEEE Trans. Circuits and Systems I* **46** 974

[17] Fang X L, Jiang Z L 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 7330 (in Chinese) [方小玲、姜宗来 2007 物理学报 **56** 7330]

[18] Zheng H Y, Luo X S, Wu L 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 3380 (in Chinese) [郑鸿宇、罗晓曙、吴雷 2008 物理学报 **57** 3380]

[19] Gray C M, König P, Engel A K, Singer W 1989 *Nature* **338** 334

[20] Steriade M, McCormick D A, Sejnowski T J 1993 *Science* **262** 679

[21] Shuai J, Durand D M 1999 *Phys. Lett. A* **264** 289

[22] Wang Q Y, Lu Q S, Chen G R, Guo D H 2006 *Phys. Lett. A* **356** 17

[23] Jalili M 2009 *Chaos* **19** 033103

[24] Cui B T, Gao M 2009 *Chin. Phys. B* **18** 76

[25] Jing X D, Lü L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 7539 (in Chinese) [敬晓丹、吕翎 2009 物理学报 **58** 7539]

[26] Wu S H, Xu H B, Hao J H 2010 *Chin. Phys. B* **19** 020509-1

[27] Sinha S, Biswas D 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 2010

[28] Modnal A, Sinha S 2006 *Phys. Rev. E* **73** 06215

Synchronization in a threshold coupled chaotic neuronal map^{*}

He Guo-Guang Zhu Ping Chen Hong-Ping Xie Xiao-Ping[†]

(*Department of Physics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China*)

(Received 29 October 2009; revised manuscript received 1 February 2010)

Abstract

We used a threshold controlling method to control chaos of chaotic neuron and constructed a threshold coupled chaotic neuronal map. The synchronization of the threshold coupled chaotic neuronal map was investigated. Simulation results show that the value of threshold determines the temporal period of outputs of the threshold coupled chaotic neuronal map. The spatial behavior of outputs of the threshold coupled chaotic neuronal map is determined by a relaxation time. A cluster character exists in the threshold coupled chaotic neuronal map. The synchronization of outputs of the threshold coupled chaotic neuronal map is achieved if the relaxation time is big enough.

Keywords: synchronization, chaotic neuron, threshold couple

PACC: 0545

^{*} Project supported by the Scientific Research Starting Foundation for the Returned Overseas Chinese Scholars, Ministry of Education of China (Grant No. J200702851108).

[†] Corresponding author. E-mail: xiexptt@163.com