

两电极静电同心球系统的成像电子光学及其空间-时间像差*

周立伟^{1)†} 公 慧¹⁾ 张智诠²⁾ 张轶飞²⁾

1) (北京理工大学光电学院, 北京 100081)

2) (装甲兵工程学院控制工程系, 北京 100072)

(2009 年 8 月 22 日收到; 2010 年 2 月 28 日收到修改稿)

基于实际轨迹方程和电子运动方程对两电极静电同心球系统求解由光阴极逸出的运动电子的空间和时间轨迹, 推导成像位置和电子飞行时间的精确和近似表达式, 并由空间和时间轨迹的解析解出发讨论系统的空间-时间特性. 对空间像差和时间像差给出统一的定义, 即横向像差可视为近轴横向像差和几何横向像差的合成, 时间像差可视为近轴时间像差和几何时间像差的合成, 并导出了所有相应的像差表示式.

关键词: 静态成像电子光学, 动态成像电子光学, 空间像差和时间像差, 两电极静电同心球系统

PACC: 4180, 4180D

1. 引 言

对于成像电子光学系统, 由光电子发射的初能量和初角度所形成的空间成像离散和渡越时间弥散是像管和高速摄影变像管的基本问题. 在静态模式下, 电子轨迹在像面上的空间成像离散决定了系统的极限分辨率; 而在高速摄影变像管的条纹模式下, 极短暂留光子事件的点像被相机成像由于渡越时间弥散成一条线状. 此线的长度比例于渡越时间弥散. 显然, 线的长度愈短, 相机的时间分辨率愈好.

业已证明, 成像系统的空间成像离散主要决定于二级近轴横向像差, 它通常被表示为 Recknagel-Artimovich 公式^[1,2]. 公式表明, 二级近轴横向像差(亦称二级近轴色差)与电极的具体结构和电位分布无关, 而与电子发射的初能量、阴极面上的电场强度、系统的线放大率以及像面位置有关. 同样, 成像系统的时间渡越弥散主要决定于一级近轴时间像差, 它通常被表示为 Savoisky-Fanchenko 公式^[3]. 公式表明, 一级近轴时间像差(亦称一级时间色差)同样与电极的具体结构和电位分布无关, 而与电子

发射的初能量、阴极面上的电场强度有关; 此外, 它还与系统的线放大率以及像面位置无关. 关于阴极透镜的三级像差理论, Ximen, Zhou, Ai 等有较为详细的报道^[4-8].

Recknagel-Artimovich 公式和 Savoisky-Fanchenko^[3]公式之间有很多相似点, 但其差异也很明显. 仔细考察这两个公式, 就可发现此二公式之间的不和谐性和不对称性. 实际, 无论是空间成像离散或是渡越时间弥散, 都是由阴极面逸出电子发射的初能量和初角度的空-时轨迹所形成的, 它们之间必然有联系. 而奇怪的是, 前者与像面位置有关, 而后者与像面位置无关.

两电极静电同心球系统是研究这一差异较好的模型, 这是因为, 系统的电位分布和电子轨迹都能表成解析形式, 能定量地研究系统的聚焦成像性质以及空间-时间像差. 对两电极静电同心球系统的研究, 前人的工作见文献[9, 10], 但这些工作停留在成像的零级近似上. 求解此系统的电子轨迹和横向像差的较为精确的公式可见文献[11, 12]. 对两电极静电同心球系统的动态光学, 文献[13]仅是证实 Savoisky-Fanchenko 的结论; 更为精确的时间像差的公式见文献[14].

* 国家自然科学基金(批准号:60771070)资助的课题

† E-mail: zhoulw@vip.sina.com

2. 两电极静电同心球系统的静态电子光学及其空间像差

2.1. 轨迹方程及其求解

图 1 所示的是两电极静电同心球系统. 设球面阴极 C 和栅状球面阳极 A 的曲率半径分别为 R_c 和 R_a , 系统的共同曲率中心为 O . 由于系统的球对称性, 故可用极坐标 (ρ, φ) 来描述电子轨迹. 令极坐标的原点位于系统的曲率中心 O , 并设阴极 C 的电

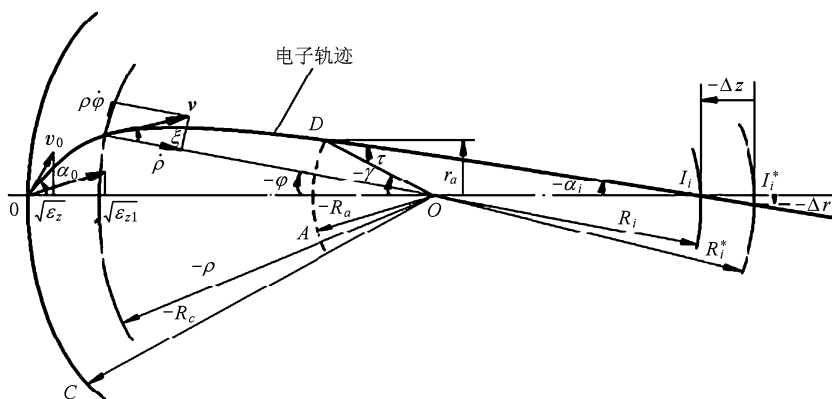


图 1 两电极静电同心球系统 ($n = R_c/R_a > 2$)

同心球系统两电极间的场等效于集中的球心的点电荷所产生的场. 故不难求得矢径坐标 ρ 处相对于阴极 C 的电位 $\phi_{\rho c}$ 的表达式为

$$\phi_{\rho c} = E_c R_c \left(\frac{R_c}{\rho} - 1 \right), \quad (1)$$

式中 E_c — 阴极面上的电场强度. 当 $\rho = R_a$ 时, 则有

$$E_c = \frac{\phi_{ac}}{R_c(n-1)}, \quad (2)$$

这里 $n = R_c/R_a$, 对于凹面阴极-阳极系统, R_c, R_a 为负值, $n > 1$; 对于凸面阴极-阳极系统, R_c, R_a 为正值, $n < 1$. 由此可见, 无论 $n > 1$ 或 $n < 1$, E_c 永为负值.

在两电极同心球系统中, 电子在初速度 v_0 , 初角度 α_0 的逸出方向与中心轴线所构成的平面内的运动遵循能量守恒定律和有心力场角动量守恒定律, 即

$$\frac{1}{2} m_0 v^2 = \frac{1}{2} m_0 v_0^2 + e \phi_{\rho c}, \quad (3)$$

$$\rho^2 \dot{\varphi} = R_c^2 \dot{\varphi}_0 = \text{const.} \quad (4)$$

式中, m_0, e 分别为电子的质量和电荷, e 取绝对值,

位 $\phi_c = 0$, 栅状阳极 A 对于阴极 C 的电位为 ϕ_{ac} , 电子以初速度 v_0 , 初角度 α_0 自阴极原点射出. 设射线行进方向自左至右, 故规定线段由左向右为正, 由下向上为正, 反之则为负. 线段 $R_c, R_a, \rho, R_i, R_i^*$ 均以曲率中心 O 算起到相应球面的顶点; Δz 自理想像面位置 I_i^* 点算起; Δr 由 $\varphi = 0$ 轴线算起. 角度一律以锐角来度量, 规定逆时针转为正, 顺时针转为负. 和线段参量要规定计算起点一样, 角度也要规定起始轴. 图 1-1 中 $\alpha_0, \varphi, \gamma, \alpha_i$ 均以 $\varphi = 0$ 轴线为起始轴, ζ, τ 均以过该点与中心 O 的连线为起始轴, 逆时针转为正, 顺时针转为负.

v 为电子在极坐标 (ρ, φ) 处的速度; $\dot{\varphi} = d\varphi/dt$.

由(3)和(4)式, 可求得两种形式的轨迹方程.

1) Ruska^[9] 方程, 它以 φ 为变量, 即 $\rho = f(\varphi)$, 可表示如下:

$$\mu = \left(1 - \frac{p}{2 \sin^2 \alpha_0} \right) \cos \varphi - \frac{1}{\tan \alpha_0} \sin \varphi + \frac{p}{2 \sin^2 \alpha_0}. \quad (5)$$

2) Schagen^[10] 方程, 它以 ρ 为变量, 即 $\varphi = f(\rho)$, 表示如下:

$$\tan \frac{\varphi}{2} = \frac{-\cos \alpha_0 + [1 + p(\mu - 1) - \mu^2 \sin^2 \alpha_0]^{1/2}}{-\frac{p}{\sin \alpha_0} + (\mu + 1) \sin \alpha_0}, \quad (6)$$

这里, $\mu = R_c/\rho, p(n-1) = \phi_{ac}/\epsilon_0, \epsilon_0 = m_0 v_0^2/2e$. ϵ_0 为静止的光电子为获得其发射能量所要求的加速电位, 称为初电位; p 仅是一个参量, 但 $p(n-1)$ 具有明显的物理意义, 表示系统的加速电位与初电位的比值. 在像管中, 一般, $p(n-1) = 10^4 - 10^5$.

应该指出, Ruska 和 Schagen 给出的方程仅给出

自光阴极逸出电子的飞行位置,而没有清晰地给出电子在任一位置的飞行方向.在实际计算时,应用 Schagen^[10]方程和 Ruska^[9]方程求解轨迹行进的方向和位置等参量,都很不方便,为解决这一问题,周立伟给出了此系统中求解电子的飞行轨迹位置及其行进方向的方程^[11,12],它以 $\sin\varphi, \cos\varphi, \tan\zeta$ 的形式表示为

$$\sin\varphi = -\frac{(\mu-1)(c+d_0)}{bd_0+b_0c}\sin\alpha_0, \quad (7a)$$

$$\cos\varphi = \frac{bc+b_0d_0}{bd_0+b_0c}, \quad (7b)$$

$$\tan\zeta = \frac{\mu\sin\alpha_0}{b}, \quad (8)$$

这里

$$b_0 = \cos\alpha_0,$$

$$b = \left[1 + \frac{\phi_{ac}(\mu-1)}{\varepsilon_0(n-1)} - \mu^2\sin^2\alpha_0 \right]^{1/2},$$

$$c = 1 - 2\mu(n-1)\frac{\varepsilon_0}{\phi_{ac}}\sin^2\alpha_0,$$

$$d_0 = 1 - 2(n-1)\frac{\varepsilon_0}{\phi_{ac}}\sin^2\alpha_0.$$

(7a), (7b), (8)式在计算上更为简捷方便,无论对于 $n > 1$ 或 $n < 1$ 的系统都是普遍适用的.特别是在求解多电极静电同心球系统的轨迹时, (7a), (7b), (8)式具有类推性,这是其最大优点.

2.2. 理想成像位置 R_i^* 的确定及其近轴成像

由(7a), (7b)和(8)式,不难求得自阴极上原点以初条件($\sqrt{\varepsilon_0}, \alpha_0$)射出的电子到达阳极A上D点的轨迹,由此可以定出角度 τ 和 γ ,如图1所示.假定阳极是对于电子透明等电位的栅状电极,在栅状阳极后面的空间为无场空间.当电子通过栅状阳极时,假定电子速度的大小和方向都不变,轨迹的解及其斜率都是连续的.因此,通过栅状阳极后的轨迹将是一条切于过D点轨迹的直线,交于 $\varphi=0$ 的轴线于 I_i 点.

按照图1所给出的三角形 $\triangle ODI_i$,不难求得交点 I_i 位置 R_i 的表达式

$$R_i = R_a \frac{\sin\tau}{\sin\alpha_i} = R_a \frac{\tan\tau}{\sin\gamma + \tan\tau\cos\gamma}, \quad (9)$$

式中 α_i 为电子轨迹在交点 I_i 处与轴线 $\varphi=0$ 的交角; R_i 为曲率中心O至交点 I_i 的距离.

显然,若 $\mu=n, \varphi=\gamma, \zeta=\tau, b=b_1, c=c_0$;由(7a), (7b)和(8)式可以获得 $\sin\gamma, \cos\gamma$ 和 $\tan\tau$ 的表示式.利用(9)式,便得到两电极同心球系统中以初条件($\sqrt{\varepsilon_0}, \alpha_0$)自阴极原点射出轨迹的交轴位置 I_i 及其斜率的精确表达式

$$R_i = -R_a \frac{n(b_1d_0 + b_0c_0)}{b_1(n-1)(c_0 + d_0) - n(b_1c_0 + b_0d_0)}, \quad (10)$$

$$\tan\alpha_i = -\frac{b_1(n-1)(c_0 + d_0) - n(b_1c_0 + b_0d_0)}{b_1(b_1c_0 + b_0d_0) + n(n-1)(c_0 + d_0)\sin^2\alpha_0} \times \sin\alpha_0. \quad (11)$$

式中

$$b_1 = \left[1 + \frac{\phi_{ac}}{\varepsilon_0} - n^2\sin^2\alpha_0 \right]^{1/2},$$

$$c_0 = 1 - 2n(n-1)\frac{\varepsilon_0}{\phi_{ac}}\sin^2\alpha_0.$$

现简化上述的 R_i 和 $\tan\alpha_i$ 的表达式.令 $\sqrt{\varepsilon_z} = \sqrt{\varepsilon_0}\cos\alpha_0, \sqrt{\varepsilon_r} = \sqrt{\varepsilon_0}\sin\alpha_0$,用二项式定理按乘幂展开(10)和(11)式各项,略去较1小得多的 $(\varepsilon_0/\phi_{ac})^{3/2}$ 及其以上高阶乘幂项,便得到轨迹交轴位置 I_i 处的 R_i 及其斜率 $\tan\alpha_i$ 的近似式为

$$R_i = -R_a \frac{n}{n-2} \left\{ 1 + \frac{2(n-1)}{n-2} \frac{\sqrt{\varepsilon_z}}{\phi_{ac}} + \frac{2n(n-1)}{(n-2)^2} \frac{\varepsilon_z}{\phi_{ac}} - \frac{2(n-1)^2}{n-2} \frac{\varepsilon_r}{\phi_{ac}} \right\}, \quad (12)$$

$$\tan\alpha_i = -(n-2) \frac{\sqrt{\varepsilon_r}}{\phi_{ac}} \left\{ 1 - \frac{2(n-1)}{n-2} \frac{\sqrt{\varepsilon_z}}{\phi_{ac}} + \frac{3n-2}{2(n-2)} \frac{\varepsilon_z}{\phi_{ac}} + \frac{(n-1)(n^2-n+2)}{2(n-2)} \times \frac{\varepsilon_r}{\phi_{ac}} \right\}. \quad (13)$$

由此出发,可以研究两电极静电同心球系统的电子光学成像性质及空间像差.在(12)和(13)式中,令 $\sqrt{\varepsilon_z} = \sqrt{\varepsilon_{z1}}, \sqrt{\varepsilon_r} = \sqrt{\varepsilon_{r1}}$ 为近轴电子到达近轴成像位置 I_i^* 所对应的轴向初速.考虑成像系统的近轴条件,略去上两式括弧内含有 ε_r/ϕ_{ac} 的各项,则可得到自阴极面原点以轴向初速 $\sqrt{\varepsilon_{z1}}$ 逸出的近轴轨迹到达近轴成像位置 I_i^* 处的 R_i^* 和 $\tan\alpha_i^*$ 的表达式

$$R_i^* = -R_a \frac{n}{n-2} \left\{ 1 + \frac{2(n-1)}{n-2} \frac{\sqrt{\varepsilon_{z1}}}{\phi_{ac}} + \frac{2n(n-1)}{(n-2)^2} \frac{\varepsilon_{z1}}{\phi_{ac}} \right\}, \quad (14)$$

$$\tan\alpha_i^* = -(n-2) \sqrt{\frac{\varepsilon_r}{\phi_{ac}}} \left\{ 1 - \frac{2(n-1)}{n-2} \sqrt{\frac{\varepsilon_{z1}}{\phi_{ac}}} + \frac{3n-2}{2(n-2)} \frac{\varepsilon_{z1}}{\phi_{ac}} \right\}, \quad (15)$$

式中星号 * 表示近轴情况。

(14) 式表明, 在近轴条件下, 只有 $\sqrt{\varepsilon_{z1}}$ 相同电子束才能理想聚焦, 当 $\sqrt{\varepsilon_{z1}}$ 改变时, 理想成像的位置也随着变动。

系统的线放大率 M 可以表为

$$M = \frac{R_i^*}{R_c} = -\frac{1}{n-2} \left\{ 1 + \frac{2(n-1)}{n-2} \sqrt{\frac{\varepsilon_{z1}}{\phi_{ac}}} + \frac{2n(n-1)}{(n-2)^2} \frac{\varepsilon_{z1}}{\phi_{ac}} \right\}. \quad (16)$$

很明显, 在 $n > 2$ 时形成倒立的实像, 在 $n < 2$ 时形成正立的虚像。

2.3. 空间像差-近轴横向像差和几何横向像差

下面把空间像差分为两部分: 近轴像差和几何像差. 如图 2 所示, 定义从阴极面原点以 $\sqrt{\varepsilon_{z1}}$ 发出的电子接近轴条件聚焦的位置 I_i^* 为理想像面位置, 而从同一点发出的 $(\sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r})$ 的实际电子轨迹交于 I_i 处, 则产生像的轴向位移, 即纵向像差

$$\begin{aligned} \Delta z &= R_i(\sqrt{\varepsilon_r}, \sqrt{\varepsilon_z}) - R_i^*(\sqrt{\varepsilon_{z1}}) \\ &= R_i^*(\sqrt{\varepsilon_r}, \sqrt{\varepsilon_z}) - R_i^*(\sqrt{\varepsilon_{z1}}) \\ &\quad + R_i(\sqrt{\varepsilon_r}, \sqrt{\varepsilon_z}) - R_i^*(\sqrt{\varepsilon_r}, \sqrt{\varepsilon_z}) \\ &= \Delta z^* + \delta z. \end{aligned} \quad (17)$$

将(12)和(14)式代入(17)式中, 便得到纵向像差 Δz 的表达式

$$\begin{aligned} \Delta z &= \Delta z^* + \delta z \\ &= \Delta z_1^* + \Delta z_2^* + \delta z_1 + \delta z_2. \end{aligned} \quad (18)$$

$$\Delta z_1^* = \frac{2M^2 \sqrt{\phi_{ac}}}{-E_c} (\sqrt{\varepsilon_z} - \sqrt{\varepsilon_{z1}}), \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \Delta z_2^* &= \frac{2M^2}{-E_c} \left\{ \frac{n}{n-2} (\varepsilon_z - \varepsilon_{z1}) \right. \\ &\quad \left. - \frac{4(n-1)}{n-2} \sqrt{\varepsilon_{z1}} (\sqrt{\varepsilon_z} - \sqrt{\varepsilon_{z1}}) \right\}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\delta z_1 = 0, \delta z_2 = \frac{2M^2}{E_c} (n-1) \varepsilon_r. \quad (21)$$

通常, 人们关心的是横向像差. 在近轴条件下, 在 $\sqrt{\varepsilon_{z1}}$ 所确定的理想像面上, 横向像差 Δr 可表为

$$\Delta r = -\Delta z \tan\alpha_i, \quad (22)$$

这里, $\tan\alpha_i$ 是 $(\sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r})$ 的实际电子轨线在 I_i 点与 $\varphi = 0$ 轴线所成的斜率, 由(13)式确定. 将(13)和(18)式代入(22)式中, 便得到横向像差 Δr 的表达式

$$\begin{aligned} \Delta r &= r(z_i^*, \sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r}) - r^*(z_i^*, \sqrt{\varepsilon_{z1}}) \\ &= r^*(z_i^*, \sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r}) - r^*(z_i^*, \sqrt{\varepsilon_{z1}}) \\ &\quad + r(z_i^*, \sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r}) - r^*(z_i^*, \sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r}) \\ &= \Delta r^* + \delta r = \Delta r_2^* + \Delta r_3^* + \delta r_2 + \delta r_3. \end{aligned} \quad (23)$$

式中

$$\Delta r_2^* = \frac{2M}{E_c} \sqrt{\varepsilon_r} (\sqrt{\varepsilon_z} - \sqrt{\varepsilon_{z1}}), \quad (24)$$

$$\Delta r_3^* = \frac{2M}{-E_c \sqrt{\phi_{ac}}} \sqrt{\varepsilon_r} (\varepsilon_z - \varepsilon_{z1}), \quad (25)$$

$$\delta r_2 = 0, \delta r_3 = \frac{2M}{-E_c \sqrt{\phi_{ac}}} (n-1) \varepsilon_r^{3/2}. \quad (26)$$

横向像差的符号和定义如下:

Δr^* 为近轴横向像差, 是在 $\sqrt{\varepsilon_{z1}}$ 确定的理想像面上 $(\sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r})$ 的近轴轨迹与 $\sqrt{\varepsilon_{z1}}$ 的近轴轨迹间的径向偏离; $\Delta r_2^*, \Delta r_3^*$ 分别称为二级、三级近轴横向像差。

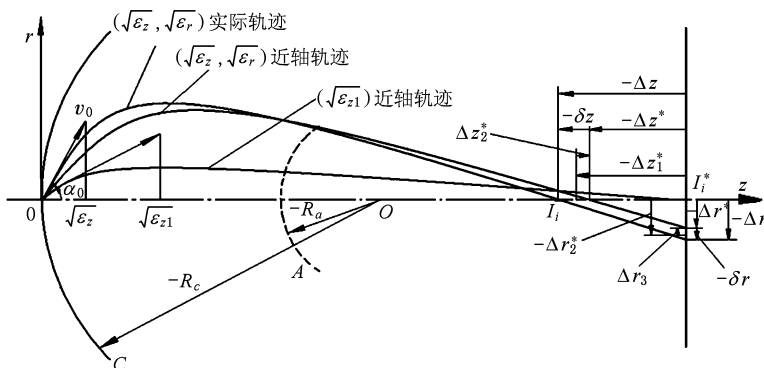


图 2 空间像差可以视为近轴空间像差和几何空间像差的合成

δr 为几何横向像差,是在 $\sqrt{\varepsilon_{z1}}$ 确定理想像面上 ($\sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r}$) 的近轴轨迹与 ($\sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r}$) 实际轨迹之间的径向偏离; δr_3 称为三级几何横向像差.

像差的下标数字按 $\sqrt{\varepsilon_z}/\sqrt{\phi_{ac}}$ 和 $\sqrt{\varepsilon_r}/\sqrt{\phi_{ac}}$ 的幂次给出,表示该像差的阶次.

3. 两电极静电同心球系统的动态电子光学及时间像差

3.1. 电子运动的飞行时间解

现在讨论两电极静电同心球系统的动态电子光学及时间像差. 首先求解此系统中运动电子的飞行时间. 由光阴极逸出的初条件 $R_c \dot{\varphi}_0 = v_0 \sin \alpha_0$ 出发,并由(4)式,有

$$\rho^2 \dot{\varphi} = R_c v_0 \sin \alpha_0. \quad (27)$$

在极坐标 (ρ, φ) 下,电子速度 v 可以写成

$$v^2 = \dot{\rho}^2 + (\rho \dot{\varphi})^2. \quad (28)$$

由(27)和(28)式,可得

$$\dot{\rho} = \frac{d\rho}{dt} = \sqrt{v^2 - R_c^2 v_0^2 \sin^2 \alpha_0 / \rho^2}. \quad (29)$$

将

$$v^2 = v_0^2 + \frac{2e}{m_0} \frac{\phi_{ac}}{(n-1)} \left(\frac{R_c}{\rho} - 1 \right) \quad (30)$$

代入(29)式中,便有

$$\dot{\rho} = \sqrt{\frac{2e\varepsilon_0}{m_0} [1 + p(\mu - 1) - \mu^2 \sin^2 \alpha_0]^{1/2}}. \quad (31)$$

利用变换

$$\dot{\rho} = \frac{d\rho}{dt} = -\frac{R_c}{\mu^2} \frac{d\mu}{dt}, \quad (32)$$

(31)式便能表达成以下的形式:

$$dt = \frac{-R_c d\mu}{\sqrt{\frac{2e\varepsilon_0}{m_0} \mu^2 [1 + p(\mu - 1) - \mu^2 \sin^2 \alpha_0]}}. \quad (33)$$

积分(33)式, $t = 0$ 时, $\rho = R_c, \mu = 1$, 便得到电子在阴极和阳极球面的空间中的飞行时间 t 的公式

$$t = \frac{-R_c}{\sqrt{\frac{2e\varepsilon_0}{m_0}}} \left\{ -\frac{\sqrt{1 + p(\mu - 1) - \mu^2 \sin^2 \alpha_0}}{(1-p)\mu} + \frac{\cos \alpha_0}{1-p} - \frac{p}{2(1-p)\sqrt{p-1}} \right. \\ \left. \times \left[\arcsin \frac{p(\mu - 2) + 2}{\mu \sqrt{p^2 + 4(1-p)\sin^2 \alpha_0}} \right. \right.$$

$$\left. \left. + \arcsin \frac{p - 2}{\sqrt{p^2 + 4(1-p)\sin^2 \alpha_0}} \right] \right\}. \quad (34)$$

3.2. 实际轨迹和近轴轨迹抵达阳极的飞行时间的确定

由(34)式,令 $\varepsilon_0 = \varepsilon_r + \varepsilon_z, \rho = R_a$, 即 $\mu = n$, 便得到自光阴极逸出 ($\sqrt{\varepsilon_r}, \sqrt{\varepsilon_z}$) 的电子的实际轨迹抵达阳极的飞行时间 t_{C-A} 的精确式为

$$t_{C-A} = \frac{-R_c(n-1)}{\sqrt{\frac{2e}{m_0} [\phi_{ac} - (n-1)\varepsilon_z - (n-1)\varepsilon_r]}} \\ \times \left\{ \frac{1}{n} \sqrt{\phi_{ac} + \varepsilon_z + (1-n^2)\varepsilon_r - \varepsilon_z} \right. \\ \left. + \frac{-R_c}{\sqrt{\frac{2e}{m_0} 2 \left(\frac{\phi_{ac}}{(n-1)} - \varepsilon_z - \varepsilon_r \right) \sqrt{\frac{\phi_{ac}}{(n-1)} - \varepsilon_z - \varepsilon_r}}} \frac{\phi_{ac}}{(n-1)} \right. \\ \left. \times \left\{ \arcsin \frac{\left(1 - \frac{2}{n}\right) + \frac{2(n-1)(\varepsilon_z + \varepsilon_r)}{n\phi_{ac}}}{\sqrt{1 - 4 \left(\frac{\phi_{ac}}{(n-1)} - \varepsilon_z - \varepsilon_r \right) \varepsilon_r \left(\frac{n-1}{\phi_{ac}} \right)^2}} \right. \right. \\ \left. \left. + \arcsin \frac{1 - 2 \frac{n-1}{\phi_{ac}} (\varepsilon_z + \varepsilon_r)}{\sqrt{1 - 4 \left(\frac{\phi_{ac}}{(n-1)} - \varepsilon_z - \varepsilon_r \right) \varepsilon_r \left(\frac{n-1}{\phi_{ac}} \right)^2}} \right\} \right\}. \quad (35)$$

展开(35)式,略去所有高于 ε_z/ϕ_{ac} 和 ε_r/ϕ_{ac} 阶次的项,便得到 t_{C-A} 的近似式为

$$t_{C-A} = \frac{-R_c(n-1)}{\sqrt{\frac{2e}{m_0} \phi_{ac}}} \frac{1}{n} \left\{ 1 + \frac{(2n-1)}{2\phi_{ac}} \varepsilon_z \right. \\ \left. + \frac{(n-1)^2}{2\phi_{ac}} \varepsilon_r \right\} + \frac{R_c(n-1)}{\sqrt{\frac{2e}{m_0} \phi_{ac}}} \sqrt{\varepsilon_z} \\ \left. + \frac{-R_c}{\sqrt{\frac{2e}{m_0} 2 \sqrt{\phi_{ac}}}} \left(1 + \frac{3}{2} \frac{n-1}{\phi_{ac}} \varepsilon_z + \frac{3}{2} \frac{n-1}{\phi_{ac}} \varepsilon_r \right) \right. \\ \left. \times \left\{ \arcsin \left[\left(1 - \frac{2}{n}\right) + \frac{2(n-1)\varepsilon_z}{n\phi_{ac}} \right. \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2(n-1)^2}{n\phi_{ac}} \varepsilon_r \right] + \arcsin \left[1 - 2 \frac{n-1}{\phi_{ac}} \varepsilon_z \right] \right\}. \quad (36)$$

(36)式的最后一项还应该进一步简化. 经过一系列的变换,此式可变换为

$$\left\{ \arcsin \left[\left(1 - \frac{2}{n} \right) + \frac{2(n-1)\varepsilon_z}{n\phi_{ac}} + \frac{2(n-1)^2}{n\phi_{ac}} \varepsilon_r \right] + \arcsin \left[1 - 2 \frac{n-1}{\phi_{ac}} \varepsilon_z \right] \right\} \\ = \left\{ 2 \arcsin \sqrt{\frac{n-1}{n}} - 2 \sqrt{n-1} \sqrt{\frac{\varepsilon_z}{\phi_{ac}}} + \sqrt{n-1} \frac{\varepsilon_z}{\phi_{ac}} + 2(n-1) \sqrt{n-1} \frac{\varepsilon_r}{\phi_{ac}} \right\}. \quad (37)$$

对近轴轨迹, 在(36)式中, 略去含有 ε_r/ϕ_{ac} 的项, 并令 $\sqrt{\varepsilon_z} = \sqrt{\varepsilon_{z1}}$, 便得到自光阴极逸出的 $\sqrt{\varepsilon_{z1}}$ 近轴电子到达阳极的近轴飞行时间为

$$t_{C-A}^* = \left(\frac{2m_0}{e} \right)^{1/2} \left\{ \frac{-R_c(n-1)}{2} \frac{1}{\sqrt{\phi_{ac}}} \frac{1}{n} + \frac{-R_c}{2} \sqrt{\frac{n-1}{\phi_{ac}}} \arcsin \sqrt{\frac{n-1}{n}} + \frac{R_c(n-1)}{\sqrt{\phi_{ac}}} \sqrt{\frac{\varepsilon_{z1}}{\phi_{ac}}} + \frac{-R_c(n-1)}{\sqrt{\phi_{ac}}} \left[\frac{3n-1}{4n} + \frac{3}{4} \sqrt{n-1} \arcsin \sqrt{\frac{n-1}{n}} \right] \frac{\varepsilon_{z1}}{\phi_{ac}} \right\}. \quad (38)$$

3.3. 栅状阳极后无场空间区域的电子飞行时间的计算

当电子由阴极抵达栅状阳极时, 其速度 v_a 可表为

$$v_a = \sqrt{v_0^2 + \frac{2e}{m_0} \phi_{ac}}. \quad (39)$$

在阳极后无场空间的区域, 电子轨迹乃是一条直线. 令此轨迹由阳极到轴线的距离为 l , 飞行时间为 t_{A-i} , 于是由图 1 的三角形 $\triangle ODI_i$, 它可表示为

$$t_{A-i} = \frac{l}{v_a} = R_i \frac{\sin(-\gamma)}{v_a \sin\tau}, \quad (40)$$

这里 R_i 以(12)式表示, $\sin(-\gamma)$ 可由(7a)式当 $\varphi = \gamma$ 时获得. 由(8)式, 当 $\zeta = \tau$ 时, $\sin\tau$ 可表达为

$$\sin\tau = \frac{n \sin\alpha_0}{\sqrt{b_1^2 + n^2 \sin^2\alpha_0}}. \quad (41)$$

展开 R_i , $\sin(-\gamma)$ 和 $\sin\tau$ 等式, 略去所有高于 ε_z/ϕ_{ac} 和 ε_r/ϕ_{ac} 阶次的项, 由(40)式, 便得到实际电子在无场空间由阳极抵达轴线 $\varphi = 0$ 的飞行时间 t_{A-i} 的近似式

$$t_{A-i} = - \sqrt{\frac{2m_0}{e}} \frac{R_a(n-1)}{(n-2)} \frac{1}{\sqrt{\phi_{ac}}} \left\{ 1 + \frac{n}{n-2} \sqrt{\frac{\varepsilon_z}{\phi_{ac}}} + \frac{n^2 + 4n - 4}{2(n-2)^2} \frac{\varepsilon_z}{\phi_{ac}} \right\}$$

$$- \frac{(n-1)(n^2 - n + 2)}{2(n-2)} \frac{\varepsilon_r}{\phi_{ac}} \left\}. \quad (42)$$

若略去(42)式中的 ε_r/ϕ_{ac} 项, 并令 $\sqrt{\varepsilon_z} = \sqrt{\varepsilon_{z1}}$, 便可得到 $\sqrt{\varepsilon_{z1}}$ 的近轴电子在无场空间由阳极抵达轴线 $\varphi = 0$ 的飞行时间 t_{A-i}^* 的表达式

$$t_{A-i}^* = - \sqrt{\frac{2m_0}{e}} \frac{R_a(n-1)}{(n-2)} \frac{1}{\sqrt{\phi_{ac}}} \left\{ 1 + \frac{n}{n-2} \sqrt{\frac{\varepsilon_{z1}}{\phi_{ac}}} + \frac{n^2 + 4n - 4}{2(n-2)^2} \frac{\varepsilon_{z1}}{\phi_{ac}} \right\}. \quad (43)$$

3.4. 时间像差-近轴时间像差和几何时间像差

时间像差 ΔT 是在 $\sqrt{\varepsilon_{z1}}$ 的近轴轨迹所对应的理想像面上衡量的, 被定义为 $(\sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r})$ 实际电子与 $\sqrt{\varepsilon_{z1}}$ 的近轴电子到达此理想像面上飞行时间的差异. 它由两部分组成: 一是此二电子由阴极出发到达阳极时的时间弥散, 二是此二电子由阳极出发到达理想像面时的时间弥散, 即

$$\Delta T = t_{C-i^*}(\sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r}) - t_{C-i^*}(\sqrt{\varepsilon_{z1}}) \\ = t_{C-A}(\sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r}) + t_{A-i^*}(\sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r}) \\ - t_{C-A}(\sqrt{\varepsilon_{z1}}) - t_{A-i^*}(\sqrt{\varepsilon_{z1}}), \quad (44)$$

这里 $t_{C-A}(\sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r})$, $t_{C-A}^*(\sqrt{\varepsilon_{z1}})$, $t_{A-i^*}(\sqrt{\varepsilon_{z1}})$ 分别以(36), (38)和(43)式表示. 而 $t_{A-i^*}(\sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r})$ 的求解可视为由两部分组成, 即

$$t_{A-i^*}(\sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r}) = t_{A-i}(\sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r}) \\ + \Delta t_{i-i^*}(\sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r}), \quad (45)$$

式中, $t_{A-i}(\sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r})$ 是 $(\sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r})$ 的实际电子由阳极抵达中心轴时的飞行时间, 以(42)式表示. 设此实际电子以速度 v_a 飞行由中心轴到达理想像面, 其间的空间距离为 Δl , 时间差异为 $\Delta t_{i-i^*}(\sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r})$, 则有

$$\Delta t_{i-i^*}(\sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r}) = \frac{\Delta l}{v_a} = \frac{-\Delta z}{\cos\alpha_i \cdot v_a} \\ = -\Delta z \sqrt{1 + \tan^2\alpha_i} \frac{1}{v_a}, \quad (46)$$

式中, $\tan\alpha_i$, v_a 分别以(13)和(39)式表示. $\Delta z = R_i - R_i^*$, R_i, R_i^* 分别以(12)和(14)式表示.

展开(46)式中的各表示式, 略去所有高于 ε_z/ϕ_{ac} 和 ε_r/ϕ_{ac} 阶次的项, 可以得到

$$\Delta t_{i-i^*}(\sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r}) = R_a \frac{n}{n-2} \sqrt{\frac{m_0}{2e}} \frac{1}{\sqrt{\phi_{ac}}}$$

$$\begin{aligned} & \times \left\{ \frac{2(n-1)}{(n-2)\sqrt{\phi_{ac}}}(\sqrt{\varepsilon_z} - \sqrt{\varepsilon_{z1}}) \right. \\ & + \frac{2n(n-1)}{(n-2)^2\phi_{ac}}(\varepsilon_z - \varepsilon_{z1}) \\ & \left. - \frac{2(n-1)^2}{(n-2)} \frac{\varepsilon_r}{\phi_{ac}} \right\}. \end{aligned} \quad (47)$$

于是(45)式表示的飞行时间 $t_{A-i^*}(\sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r})$ 便可由以下式算得:

$$\begin{aligned} t_{A-i^*}(\sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r}) = & -\sqrt{\frac{2m_0}{e}} \frac{R_a(n-1)}{(n-2)\sqrt{\phi_{ac}}} \\ & \times \left\{ 1 + \frac{n}{n-2} \sqrt{\frac{\varepsilon_z}{\phi_{ac}}} \right. \\ & \left. + \frac{n^2 + 4n - 4}{2(n-2)^2} \frac{\varepsilon_z}{\phi_{ac}} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \frac{(n-1)(n^2 - n + 2)}{2(n-2)} \frac{\varepsilon_r}{\phi_{ac}} \Big\} \\ & + R_a \frac{n}{n-2} \sqrt{\frac{m_0}{2e}} \frac{1}{\sqrt{\phi_{ac}}} \\ & \times \left\{ \frac{2(n-1)}{(n-2)\sqrt{\phi_{ac}}}(\sqrt{\varepsilon_z} - \sqrt{\varepsilon_{z1}}) \right. \\ & + \frac{2n(n-1)}{(n-2)^2\phi_{ac}}(\varepsilon_z - \varepsilon_{z1}) \\ & \left. - \frac{2(n-1)^2}{(n-2)} \frac{\varepsilon_r}{\phi_{ac}} \right\}. \end{aligned} \quad (48)$$

最后,也可以将时间像差按级次分类,就像我们在处理空间像差时一样.若在电子行进的途径加一时间坐标,则可在行进轨迹的同时,记录下电子的飞行时间,如图3所示.

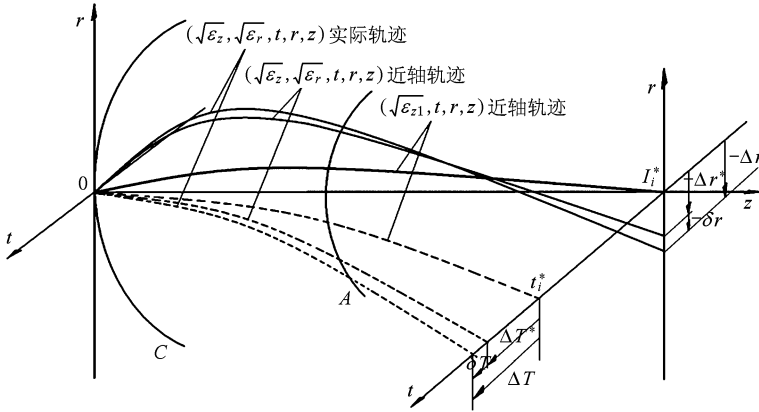


图3 时间像差和横向像差示意图,时间像差也可以视为近轴时间像差和几何时间像差的合成

由(44)式,时间像差 ΔT 可以视为近轴时间像差 ΔT^* 和几何时间像差 δT 的合成,可以表示如下:

$$\begin{aligned} \Delta T = & \Delta T^* + \delta T = \Delta T_1^* + \Delta T_2^* + \delta T_1 \\ & + \delta T_2, \end{aligned} \quad (49)$$

式中

$$\Delta T_1^* = \left(\frac{2m_0}{e}\right)^{1/2} \frac{\sqrt{\varepsilon_z} - \sqrt{\varepsilon_{z1}}}{E_c}, \quad (50)$$

$$\begin{aligned} \Delta T_2^* = & \left(\frac{2m_0}{e}\right)^{1/2} \frac{\varepsilon_z - \varepsilon_{z1}}{E_c \sqrt{\phi_{ac}}} \\ & \times \left\{ -\frac{3n^2 - 9n + 2}{4n(n-2)} - \frac{3}{8} \sqrt{n-1} \right. \\ & \left. \times \frac{1}{n} \left(\pi - \arcsin \frac{2}{n} \sqrt{n-1} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (51)$$

$$\delta T_1 = 0,$$

$$\begin{aligned} \delta T_2 = & \left(\frac{2m_0}{e}\right)^{1/2} \frac{\varepsilon_r}{E_c \sqrt{\phi_{ac}}} \\ & \times \left\{ \frac{(n-1)[-(n-2)^2(3n-1) + 2(n^2 - n + 2)]}{4n(n-2)^2} \right. \\ & \left. - \frac{3}{8} \sqrt{n-1} \left(\pi - \arcsin \frac{2}{n} \sqrt{n-1} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (52)$$

以上的时间像差的定义如下:

ΔT^* 为近轴时间像差,它是理想像面上 $(\sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r})$ 的近轴电子与 $\sqrt{\varepsilon_{z1}}$ 的近轴电子的飞行时间的差异; $\Delta T_1^*, \Delta T_2^*$ 分别称为一级、二级近轴时间像差.

δT 为几何时间像差,它是理想像面上具有相同 $(\sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r})$ 的近轴电子与实际电子的飞行时间的差异. δT_2 称为二级几何时间像差.

4. 结 论

由以上研究,可得到以下结论:

1. 本文的研究很自然地将成像电子光学的静态问题与动态问题联系起来. 实际,自光阴极逸出的电子在空间飞行时携带的不仅是空间信息,还有时间信息. 此二信息在像面上显示出其空间-时间特性,如横向像差和时间像差.

2. 由两电极静电同心球系统电子光学和像差的研究,得到一个重要的概念:不管是横向像差或者是时间像差,都可以表示为近轴像差和几何像差的组合,即横向像差可以视为近轴横向像差和几何横向像差的合成,时间像差可以视为近轴时间像差和几何时间像差的合成.

3. 当两电极静电同心球系统以静态模式工作时,我们证实了空间分辨率主要决定于二级近轴横

向像差 Δr_2^* , 即 Recknagel-Artimovich 公式,并且首次导得三级近轴横向像差 Δr_3^* 和三级几何横向像差 δr_3 的具体的表示式. 同样,当两电极静电同心球系统以动态模式工作时,证实了时间分辨率主要决定于一级近轴时间像差 ΔT_1^* , 即 Savoisky-Fanchenko 公式;而且也导得二级近轴时间像差 ΔT_2^* 和二级几何时间像差 δT_2 的具体表示式. 应该指出,占有空间像差和时间像差绝大部分的二级近轴横向像差 Δr_2^* 和一级近轴时间像差 ΔT_1^* 仅与近轴轨迹相联系,因此,今后的研究宜将重点放在近轴电子光学及其近轴像差上.

4. 本文所导得的两电极静电同心球系统的所有公式,如电子追迹(轨迹和时间),近轴横向像差与几何横向像差,近轴时间像差和几何时间像差,均可以用来检验和校正成像电子光学的理论、方法和算法.

-
- [1] Artimovich L A 1944 *Bulletin of Academy of Sciences. USSR. Physics series* **8** 313 (in Russian)
- [2] Recknagel A 1941 *Z. Angew Physik* **117** 689 (in German)
- [3] Savoisky Y K, Fanchenko S D 1956 *Report of Academy of Sciences, USSR* **108** 218 (in Russian)
- [4] Ximen J Y 1957 *Acta Phys. Sin.* **13** 3393 (in Chinese) [西门纪业 1957 物理学报 **13** 339]
- [5] Zhou L W, Ai K C, Pan S C 1983 *Acta Phys. Sin.* **32** 376 (in Chinese) [周立伟、艾克聪、潘顺臣 1983 物理学报 **32** 376]
- [6] Ximen J Y, Zhou L W, Ai K C 1983 *Acta Phys. Sin.* **32** 1536 (in Chinese) [西门纪业 1983 物理学报 **32** 1536]
- [7] Ai K C, Zhou L W, Ximen J Y 1986 *Acta Phys. Sin.* **35** 1199 (in Chinese) [艾克聪、周立伟、西门纪业 1986 物理学报 **35** 1199]
- [8] Ai K C, Ximen J Y, Zhou L W 1986 *Acta Phys. Sin.* **35** 1210 (in Chinese) [艾克聪、西门纪业、周立伟 1986 物理学报 **35** 1210]
- [9] Ruska E 1933 *Z. Angew Physik.* **83** 684 (in German)
- [10] Schagen P, Bruining H, Francken J C 1952 *Philips Res. Rep.* **7** 119
- [11] Zhou L W 1993 *Electron Optics with Wide Beam Focusing* (Beijing: Beijing Institute of Technology Press) p113—115 (in Chinese) [周立伟 1993《宽束电子光学》(北京:北京理工大学出版社)第 113—115 页]
- [12] Zhou L W 1994 *Focusing and Imaging of Wide Electron Beams — Selected Papers on Electron Optics* by Zhou L W (Beijing: Beijing Institute of Technology Press) p11—29 (in Chinese) [周立伟 1994 宽电子束聚焦与成像—周立伟电子光学学术论文集(北京:北京理工大学出版社)第 11—29 页]
- [13] Csorba I P 1971 *RCA Review* **32** 650
- [14] Zhou L W, Li Y, Zhang Z Q, Monastyrski M A, Schelev M Y 2005 *Acta Phys. Sinica* **54** 3596 (in Chinese) [周立伟、李元、张智谔 Monastyrski M A, Schelev M Y 2005 物理学报 **54** 3596]

Imaging electron-optics and spatial-temporal aberrations for a bi-electrode spherical concentric system with electrostatic focusing

Zhou Li-Wei^{1)†} Gong Hui¹⁾ Zhang Zhi-Quan²⁾ Zhang Yi-Fei²⁾

1) (*School of Photonics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China*)

2) (*Department of Control Engineering, Institute of Armored Force Engineering, Beijing 100072, China*)

(Received 22 August 2009; revised manuscript received 28 February 2010)

Abstract

In the present paper, based on the practical electron ray equation and the electron motion equation, for a bi-electrode concentric spherical system with electrostatic focusing, the spatial-temporal trajectories of moving electrons emitted from the photocathode are obtained, the exact and the approximate formulae for image position and flight time of electrons are deduced. Starting from the solutions of spatial-temporal trajectories, the electron optical spatial-temporal properties of this system are then discussed. A unified definition of spatial-temporal aberrations is given, in which the lateral aberration can be regarded as a combination of paraxial lateral aberration and geometrical lateral aberration; and the temporal aberration can be regarded as a combination of paraxial temporal aberration and geometrical temporal aberration. All expressions of these corresponding aberrations are deduced.

Keywords: Static imaging electron optics, dynamic imaging electron optics, spatial aberrations and temporal aberrations, a bi-electrode concentric spherical system with electrostatic focusing

PACC: 4180, 4180D

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60771070).

† E-mail: zhoulw@vip.sina.com