

两电极静电同心球系统的近轴电子光学及其空间-时间像差*

周立伟^{1)†} 公 慧¹⁾ 张智詮²⁾ 张轶飞²⁾

1) (北京理工大学光电学院, 北京 100081)

2) (装甲兵工程学院控制工程系, 北京 100072)

(2009 年 8 月 22 日收到; 2010 年 2 月 28 日收到修改稿)

将从近轴解出发研究两电极静电同心球系统的空-时轨迹及其像差. 由近轴轨迹方程和近轴运动方程出发, 先求解两电极静电同心球系统中自光阴极逸出的运动电子的近轴空间-时间轨迹, 然后讨论此系统的静态电子光学及其空间-时间像差, 揭示近轴光学系统成像的一般规律. 文中定义和推导了各级近轴空间像差和近轴时间像差, 得到了与关于近轴空间-时间像差同样的结论, 表明完全可以直接由近轴轨迹方程和近轴运动方程出发来研究理想成像及其空间-时间像差.

关键词: 静态和动态成像的电子光学, 近轴电子光学, 近轴空间像差和时间像差, 两电极静电同心球系统

PACC: 4180, 4180D

1. 引 言

在成像电子光学的研究中, 众多研究者包括我们在内^[1-6], 对三级几何横向像差给予很大的注意, 而对近轴横向像差却重视不够. 实际, 由于近轴横向像差与自阴极面逸出电子的轴向初速分散相联系, 它不但是成像的中心点最主要的像差, 其二级近轴横向像差决定了系统的极限分辨率, 而且它在整个像面上处处存在. 文献[1]严格证明了在像面中心点处, 其三级几何横向像差与三级近轴横向像差属于同一数量级, 却远小于二级近轴横向像差. 对于近轴时间像差, 同样也有类似的结论, 即二级几何时间像差与二级近轴时间像差属于同一数量级, 却远小于一级近轴时间像差; 而一级近轴时间像差决定了系统的时间分辨率. 因此, 近轴横向像差和近轴时间像差的研究是一个值得关切的课题. 在文献[1]中, 由实际轨迹方程出发, 讨论了两电极静电同心球系统的静态电子光学和空间像差; 由电

子运动方程出发, 讨论了此系统的动态电子光学和时间像差. 结果表明, 不但空间像差可以视为近轴空间像差和几何空间像差的合成, 时间像差也可以视为近轴时间像差和几何时间像差的合成. 这是成像电子光学一个十分重要的概念, 将给电子光学的研究带来一些新的内容.

正如文献[1]的研究所认识到的, 二级近轴横向像差与一级近轴时间像差在全部横向像差和时间像差中占有绝大部分, 但它们仅与近轴解相联系. 故由近轴轨迹方程和近轴运动方程的角度出发研究近轴横向像差和近轴时间像差自然引起了人们的兴趣. 本文的工作将再一次证实, 近轴像差确实是以不同轴向初速 v_z ($\sim \sqrt{\epsilon_z}$) 和 v_{z1} ($\sim \sqrt{\epsilon_{z1}}$) 逸出电子的两个近轴解(空间解或时间解)之间的差异, 其中携有 $\sqrt{\epsilon_{z1}}$ 的电子决定理想成像的位置. 本文从由近轴解出发, 证明了近轴(空间或时间)像差可以由近轴(轨迹或运动)方程的解求得, 而求解近轴(轨迹或运动)方程远比求解实际(轨迹或运动)方程来得简单和容易得多.

* 国家自然科学基金(批准号:60771070)资助的课题.

† E-mail: zhoulw@vip.sina.com

2. 两电极静电同心球系统的近轴轨迹的求解及其空间像差

2.1. 近轴轨迹的求解及近轴成像

图 1 所示的是两电极静电同心球系统. 设球面

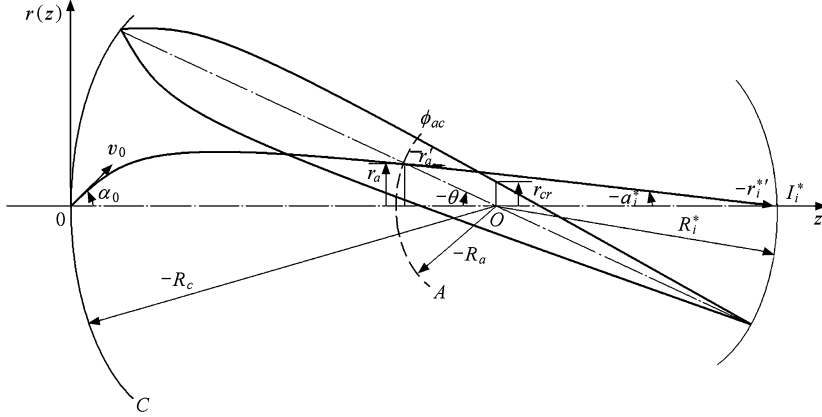


图 1 两电极静电同心球系统 ($n = R_c/R_a > 2$) 的近轴轨迹, 阳极上的弥散圆半径和交叉颈

众所周知, 在成像系统的电子光学中, 标量形式的近轴轨迹方程可表示如下:

$$r''(z) + \frac{1}{2} \frac{\phi'(z)}{\phi(z) + \varepsilon_z} r'(z) + \frac{1}{4} \frac{\phi''(z)}{\phi(z) + \varepsilon_z} r(z) = 0, \quad (1)$$

这里 $r(z)$ 为电子射线的径向高度, $\phi(z)$ 为轴上电位分布, “'”“''”分别表示对 z 的一阶和二阶导数. ε_z 对应于由阴极射出的电子的轴向初电位.

在两电极静电同心球系统中, 轴上电位分布 $\phi(z)$ 可以表为^[7]

$$\phi(z) = \frac{-z}{(n-1)(z+R_c)} \phi_{ac}, \quad (2)$$

此处 $n = R_c/R_a, R_c, R_a$ 取负值. 当电子射线自阴极原点射出, 轨迹的初条件便为

$$r_0 = r(z=0) = 0, \quad r_0' = \text{tg}\alpha_0 = \frac{\sqrt{\varepsilon_r}}{\sqrt{\varepsilon_z}}. \quad (3)$$

将(2)式代入方程(1), 不难导得方程(1)在初条件(3)式下的解析解^[7,8]为

$$r^*(z) = 2z \sqrt{\frac{\varepsilon_r}{\phi(z)}} \left\{ \sqrt{1 + \frac{\varepsilon_z}{\phi(z)}} - \sqrt{\frac{\varepsilon_z}{\phi(z)}} \right\}, \quad (4)$$

这里星号*表示近轴状况. 由能量守恒定律, 可以求得近轴电子的轴向速度

$$z^* = \sqrt{\frac{2e}{m_0} [\phi(z) + \varepsilon_z]}. \quad (5)$$

阴极 C 和栅状球面阳极 A 的曲率半径分别为 R_c 和 R_a , 系统的共同曲率中心为 O . 设阴极 C 的电位 $\phi_c = 0$, 栅状阳极 A 对于阴极 C 的电位为 ϕ_{ac} , 电子以初速度 v_0 , 初角度 α_0 自阴极原点射出.

由(4)式, 可得到近轴电子轨迹的径向速度及其斜率的表示式^[8]

$$\begin{aligned} \dot{r}^*(z) = & \frac{1}{R_c + z} \sqrt{\frac{2e}{m_0} \varepsilon_r} \left\{ R_c \right. \\ & + 2z \sqrt{1 + \frac{\varepsilon_z}{\phi(z)}} \left(\sqrt{1 + \frac{\varepsilon_z}{\phi(z)}} \right. \\ & \left. \left. - \sqrt{\frac{\varepsilon_z}{\phi(z)}} \right) \right\}, \quad (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r'^*(z) = & \frac{1}{R_c + z} \sqrt{\frac{\varepsilon_r}{\phi(z)}} \\ & \times \left\{ 2z \left(\sqrt{1 + \frac{\varepsilon_z}{\phi(z)}} - \sqrt{\frac{\varepsilon_z}{\phi(z)}} \right) \right. \\ & \left. + \frac{R_c}{\sqrt{1 + \frac{\varepsilon_z}{\phi(z)}}} \right\}. \quad (7) \end{aligned}$$

现确定近轴轨迹在轴上的理想成像位置 R_i^* 的表示式. 令 $\sqrt{\varepsilon_z} = \sqrt{\varepsilon_{z1}}$, 在阳极处, $z = R_a - R_c, r(z = R_a - R_c) = r_a, \phi(z = R_a - R_c) = \phi_{ac}$, 由(4)和(7)式, 可以得到电子轨迹在阳极处的径向高度及其斜率, 其近似式可表为

$$r_a^* = 2(R_a - R_c) \sqrt{\frac{\varepsilon_r}{\phi_{ac}}} \left\{ 1 - \frac{\sqrt{\varepsilon_{z1}}}{\varphi_{ac}} + \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_{z1}}{\phi_{ac}} \right\}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
 r'_a{}^* &= r'_i{}^* = \tan\alpha_i{}^* \\
 &= -(n-2) \sqrt{\frac{\varepsilon_r}{\phi_{ac}}} \left\{ 1 - \frac{2(n-1)}{n-2} \sqrt{\frac{\varepsilon_{z1}}{\phi(z)}} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{3n-2}{2(n-2)} \frac{\varepsilon_{z1}}{\phi_{ac}} \right\}. \quad (9)
 \end{aligned}$$

设电子射线的理想成像位置离曲率中心 O 之距为 R_i^* , 它可表为

$$R_i^* = \frac{r_a^*}{-r'_a{}^*} + R_a. \quad (10)$$

将(8)和(9)式代入(10)式中, 略去阶次高于 $\varepsilon_{z1}/\phi_{ac}$ 的远小于 1 的所有项, 可得到理想成像位置 R_i^* 的表示式为

$$\begin{aligned}
 R_i^* &= \frac{-R_c}{n-2} \left\{ 1 + \frac{2(n-1)}{n-2} \sqrt{\frac{\varepsilon_{z1}}{\phi_{ac}}} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{2n(n-1)}{(n-2)^2} \frac{\varepsilon_{z1}}{\phi_{ac}} \right\}. \quad (11)
 \end{aligned}$$

这表明, 由近轴解的途径所导得的理想成像位置及其斜率的(11)和(9)式与文献[1]由实际解的途径所导得的(14)和(15)式是完全一样的.

由(11)式, 可以讨论电子光学系统的理想成像性质. 如系统的线放大率 M 可以表为

$$\begin{aligned}
 M = \frac{R_i^*}{R_c} &= -\frac{1}{n-2} \left\{ 1 + \frac{2(n-1)}{n-2} \sqrt{\frac{\varepsilon_{z1}}{\phi_{ac}}} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{2n(n-1)}{(n-2)^2} \frac{\varepsilon_{z1}}{\phi_{ac}} \right\}. \quad (12)
 \end{aligned}$$

显然, 当 $n > 2$ 时形成实像, 而当 $n < 2$ 时形成虚像.

在高斯光线光学中, 物像之间关系式遵循 Lagrange-Helmholtz 不变式. 在近轴电子光学中, 这个关系式依然存在. 它表示了一个实际电子光学成像系统在近轴条件下的一种普遍性质. 对近轴成像, 如果定义角放大率为 $\Gamma = r'_i{}^*/r'_0{}^*$, 则由(11)和(9)式, 可以获得角放大率为 Γ 和线放大率 M 的乘积, 如下式所示:

$$\begin{aligned}
 M\Gamma &= \sqrt{\frac{\varepsilon_{z1}}{\phi_{ac}}} \left\{ 1 - \frac{\varepsilon_{z1}}{2\phi_{ac}} + \frac{3}{8} \left(\frac{\varepsilon_{z1}}{\phi_{ac}} \right)^2 \right\} \\
 &= \sqrt{\frac{\varepsilon_{z1}}{\phi_{ac} + \varepsilon_{z1}}}, \quad (13)
 \end{aligned}$$

(13) 式被称为成像电子光学中的 Lagrange-Helmholtz 不变式. 于是, 轴向放大率 M_L 便可表为

$$M_L = \frac{\Delta z_i}{\Delta z_0} = \frac{\Delta r_i}{\tan\alpha_i} / \frac{\Delta r_0}{\tan\alpha_0}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\Delta r_i}{\Delta r_0} / \frac{\tan\alpha_i}{\tan\alpha_0} = \frac{M}{\Gamma} \\
 &= M^2 \frac{\sqrt{\phi_{ac} + \varepsilon_{z1}}}{\sqrt{\varepsilon_{z1}}}. \quad (14)
 \end{aligned}$$

这样就严格地推导了成像电子光学的两个重要关系式(13)和(14).

在两电极静电同心球系统中, 有两个参数能定量地表示电子束的会聚性质^[8]: 1) 是由整个阴极面射出的电子束所形成的交叉点直径, 称为交叉颈, 以 $2r_{cr}$ 表示, 如图 1 所示. 它可表示为

$$\begin{aligned}
 2r_{cr} &= -2R_i^* \frac{r'_i{}^*}{\cos\theta - \sin\theta r'_i{}^*} \\
 &\approx -\frac{4r_0}{\sin 2\theta} \sqrt{\frac{\varepsilon_r}{\phi_{ac}}}, \quad (15)
 \end{aligned}$$

式中 r_0 为物高, θ 为半个阴极面的有效尺寸与中心轴之间的夹角, 取负值.

2) 由物点以初电位和初角度 ($\sqrt{\varepsilon_0}, \alpha_0$) 发射的电子束在栅形阳极上形成的弥散圆半径 r_a^* , 如图 1 所示. 它可表示为

$$r_a^* \approx 2(R_a - R_c) \sqrt{\frac{\varepsilon_r}{\phi_{ac}}}. \quad (16)$$

这表明, 在近轴条件下, 阳极上的弥散圆半径 r_a^* 的大小主要取决于与阴极和阳极之间的距离 $l = R_a - R_c$ 和电子的径向初电位和总电位的比值 $\sqrt{\varepsilon_r/\phi_{ac}}$, 而与电极的形状无关. 这一性质有助于像管电子光学系统设计时对阳极孔径大小的估计.

2.2. 近轴空间像差

现推导近轴空间像差. 因为得到的是近轴轨迹的解, 故仅讨论近轴空间像差, 见图 2. 按照文献[1]的像差定义, 由(11)式, 可以得到近轴纵向像差 Δz^* 按阶次划分的如下表示式:

$$\begin{aligned}
 \Delta z^* &= R_i^* (\sqrt{\varepsilon_z}) - R_i^* (\sqrt{\varepsilon_{z1}}) \\
 &= \Delta z_1^* + \Delta z_2^*, \quad (17)
 \end{aligned}$$

这里

$$\Delta z_1^* = \frac{2M^2 \sqrt{\phi_{ac}}}{-E_c} (\sqrt{\varepsilon_z} - \sqrt{\varepsilon_{z1}}), \quad (18)$$

$$\begin{aligned}
 \Delta z_2^* &= \frac{2M^2}{-E_c} \left\{ \frac{n}{n-2} (\varepsilon_z - \varepsilon_{z1}) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{4(n-1)}{n-2} \sqrt{\varepsilon_{z1}} (\sqrt{\varepsilon_z} - \sqrt{\varepsilon_{z1}}) \right\}, \quad (19)
 \end{aligned}$$

式中 E_c 为阴极面上的电场强度,取负值.

近轴横向像差 Δr^* 便可表为

$$\begin{aligned} \Delta r^* &= -\Delta z^* \tan \alpha_i^* \\ &= r^*(z_i^*, \sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r}) - r^*(z_i^*, \sqrt{\varepsilon_{z1}}) \\ &= \Delta r_2^* + \Delta r_3^*. \end{aligned} \quad (20)$$

这里

$$\Delta r_2^* = \frac{2M}{E_c} \sqrt{\varepsilon_r} (\sqrt{\varepsilon_z} - \sqrt{\varepsilon_{z1}}), \quad (21)$$

$$\Delta r_3^* = \frac{2M}{-E_c \sqrt{\phi_{ac}}} \sqrt{\varepsilon_r} (\varepsilon_z - \varepsilon_{z1}). \quad (22)$$

$\Delta z_1^*, \Delta z_2^*$ 和 $\Delta r_2^*, \Delta r_3^*$ 的定义已在文献[1]给出,其表示式(18),(19),(21)和(22)已通过实际轨迹解的途径求得^[1].(21)式所示的二级近轴横向像差,通常称为 Recknagel-Artimovich 公式^[9,10],它确是由于近轴轨迹的轴向初速之间的差异形成的.这样,通过近轴解的途径导出了近轴空间像差.

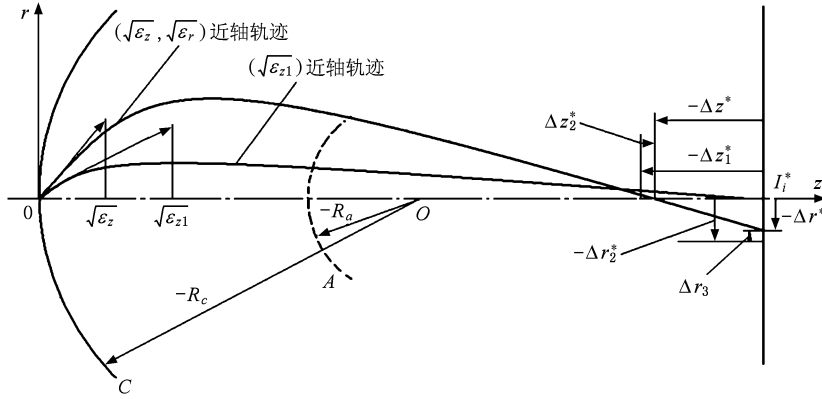


图2 两电极静电同心球系统的近轴纵向和横向像差

3. 两电极静电同心球系统的近轴飞行时间的求解及近轴时间像差

3.1. 近轴飞行时间的求解

在两电极静电同心球系统的理想模型中,电子离阴极的飞行时间的精确表示式 $t(z)$ 已被导出过^[1,13].现推导飞行时间的近轴表示式 $t^*(z)$.若对近轴电子的轴向速度(5)式进行积分,可得

$$t^*(z) = \int_0^z \frac{dz}{\left\{ \frac{2e}{m_0} [\phi(z) + \varepsilon_z] \right\}^{1/2}}. \quad (23)$$

将 $\phi(z)$ 的表示式(2)代入(23)式中,便能得到电子自阴极面逸出在初条件 $z = 0, t = 0, \dot{z}_0 = \sqrt{2e\varepsilon_z/m_0}$ 下飞行时间的近轴表示式 $t^*(z)$ 为

$$\begin{aligned} t^*(z) &= \frac{-R_c}{\left(\frac{2e}{m_0} \left[\frac{\phi_{ac} - (n-1)\varepsilon_z}{(n-1)} \right] \right)^{1/2}} \\ &\times \left\{ \sqrt{1 + \frac{z}{R_c}} \sqrt{\frac{(n-1)\varepsilon_z}{\phi_{ac} - (n-1)\varepsilon_z} - \frac{z}{R_c}} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &- \sqrt{\frac{(n-1)\varepsilon_z}{\phi_{ac} - (n-1)\varepsilon_z}} \\ &+ \left(1 + \frac{(n-1)\varepsilon_z}{\phi_{ac} - (n-1)\varepsilon_z} \right) \\ &\times \left[\arcsin \left[\frac{(n-1)\varepsilon_z}{\phi_{ac}} - \frac{[\phi_{ac} - (n-1)\varepsilon_z]z}{R_c \phi_{ac}} \right] \right. \\ &\left. - \arcsin \left[\frac{(n-1)\varepsilon_z}{\phi_{ac}} \right] \right] \}. \end{aligned} \quad (24)$$

$t^*(z)$ 可称为近轴飞行时间.(23)和(24)式表明, $t^*(z)$ 与电子的径向初速 $\sqrt{\varepsilon_r}$ 无关.

为简化(24)式,首先计算电子自光阴极到达阳极的近轴飞行时间,即 t_{C-A}^* .此时,阳极离阴极之距为 $z = -R_c + R_a$.由(24)式,因为 $(R_c - R_a)/R_c = (n-1)/n$,便得到

$$\begin{aligned} t_{C-A}^* &= \frac{-R_c}{\left\{ \frac{2e}{m_0} \left[\frac{\phi_{ac} - (n-1)\varepsilon_z}{(n-1)} \right] \right\}^{1/2}} \\ &\times \left\{ \frac{\sqrt{R_a}}{R_c} \sqrt{\frac{(n-1)[\phi_{ac} + \varepsilon_z]}{[\phi_{ac} - (n-1)\varepsilon_z]n}} \right. \\ &\left. - \sqrt{\frac{(n-1)\varepsilon_z}{\phi_{ac} - (n-1)\varepsilon_z}} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(1 + \frac{(n-1)\varepsilon_z}{\phi_{ac} - (n-1)\varepsilon_z} \right) \\
& \times \left[\arcsin \sqrt{\frac{(n-1)[\phi_{ac} + \varepsilon_z]}{n\phi_{ac}}} \right. \\
& \left. - \arcsin \sqrt{\frac{(n-1)\varepsilon_z}{\phi_{ac}}} \right] \}. \quad (25)
\end{aligned}$$

展开(25)式,略去其中高于 ε_z/ϕ_{ac} 阶次等高次小项,通过一系列的变换,便得到由阴极到阳极的近轴飞行时间 t_{C-A}^* 的近似表示式

$$\begin{aligned}
t_{C-A}^* & = \left(\frac{2m_0}{e} \right)^{1/2} \left\{ \frac{R_a - R_c}{2\sqrt{\phi_{ac}}} \right. \\
& - \frac{1}{2} R_c \sqrt{\frac{n-1}{\phi_{ac}}} \arcsin \sqrt{\frac{n-1}{n}} \\
& - n \frac{R_a - R_c}{\sqrt{\phi_{ac}}} \sqrt{\frac{\varepsilon_z}{\phi_{ac}}} \\
& + n \frac{R_a - R_c}{\sqrt{\phi_{ac}}} \frac{\varepsilon_z}{\phi_{ac}} \left[\frac{3n-1}{4n} \right. \\
& \left. \left. + \frac{3}{4} \sqrt{n-1} \arcsin \sqrt{\frac{n-1}{n}} \right] \right\}. \quad (26)
\end{aligned}$$

由此可见,由近轴解的途径导得的(26)式与文献[1]中由实际解的途径导得的(38)式是完全一样的,只要令 $\sqrt{\varepsilon_z} = \sqrt{\varepsilon_{z1}}$.

其次,要计算携有 $\sqrt{\varepsilon_z}$ 的近轴电子从阳极飞出经历无场空间到达中心轴的近轴飞行时间,即 $t_{A-i^*}^*$. 令 v_a^* 为电子离阳极时的近轴轴向初速,此时,近轴电子轨迹乃是一条直线,它到达中心轴的距离为 l , 近轴飞行时间 $t_{A-i^*}^*$, 可表为

$$t_{A-i^*}^* = \frac{l}{v_a^*}, \quad (27)$$

式中, $l = [r_a^2 + (-R_a + R_i)^2]^{1/2}$, $v_a^* = \sqrt{v_z^2 + \frac{2e}{m_0}\phi_{ac}}$.

代入之,并考虑近轴条件,便得到由阳极到像点的近轴飞行时间 $t_{A-i^*}^*$ 的近似表达式

$$\begin{aligned}
t_{A-i^*}^* & = - \sqrt{\frac{2m_0}{e}} \frac{R_a(n-1)}{(n-2)\sqrt{\phi_{ac}}} \\
& \times \left\{ 1 + \frac{n}{n-2} \sqrt{\frac{\varepsilon_z}{\phi_{ac}}} \right. \\
& \left. + \frac{n^2 + 4n - 4}{2(n-2)^2} \frac{\varepsilon_z}{\phi_{ac}} \right\}. \quad (28)
\end{aligned}$$

只要令 $\sqrt{\varepsilon_z} = \sqrt{\varepsilon_{z1}}$. 所得的(28)式与文献[1]中的(43)式是一样的.

3.2. 近轴时间像差

近轴时间像差 ΔT^* 是在由轴向初速 $\sqrt{\varepsilon_{z1}}$ 确定的像面上度量的,它被定义为自阴极面逸出的两条携有 $(\sqrt{\varepsilon_z})$ 和 $(\sqrt{\varepsilon_{z1}})$ 的近轴轨线落在像面上在飞行时间上的差异. 如图3所示,图中除空间坐标轴外,还假设有一个时间坐标轴. ΔT^* 由两部分组成: 1) 携有 $(\sqrt{\varepsilon_z})$ 和 $(\sqrt{\varepsilon_{z1}})$ 的两条近轴电子射线从阴极到达阳极的时间渡越弥散; 2) 此两条近轴电子射线由阳极到达由 $\sqrt{\varepsilon_{z1}}$ 确定的理想像面上的时间渡越弥散. 于是,可得

$$\begin{aligned}
\Delta T^* & = t_{C-A}^*(\sqrt{\varepsilon_z}) + (t^* + \Delta t)_{A-i^*}^*(\sqrt{\varepsilon_z}) \\
& - t_{C-A}^*(\sqrt{\varepsilon_{z1}}) - t_{A-i^*}^*(\sqrt{\varepsilon_{z1}}), \quad (29)
\end{aligned}$$

这里 $t_{C-A}^*(\sqrt{\varepsilon_{z1}})$ 同样以(26)式表示,但 $t_{A-i^*}^*(\sqrt{\varepsilon_z})$ 以(28)式表示,两式中的 $\sqrt{\varepsilon_z}$ 均以 $\sqrt{\varepsilon_{z1}}$ 代之,而

$$\begin{aligned}
& (t^* + \Delta t)_{A-i^*}^*(\sqrt{\varepsilon_z}) \\
& = t_{A-i}^*(\sqrt{\varepsilon_z}) + \Delta t_{i-i^*}^*(\sqrt{\varepsilon_z}). \quad (30)
\end{aligned}$$

现求解(30)式. 携有 $(\sqrt{\varepsilon_z})$ 电子的近轴射线自阳极出发经无场空间首先到达中心轴,然后抵达由 $\sqrt{\varepsilon_{z1}}$ 确定的理想像面,令电子自中心轴到理想像面的时间为 $\Delta t_{i-i^*}^*(\sqrt{\varepsilon_z})$. 与文献[1]的推导和处理相同,可得

$$\begin{aligned}
\Delta t_{i-i^*}^*(\sqrt{\varepsilon_z}) & = R_a \frac{n}{n-2} \sqrt{\frac{m_0}{2e}} \frac{1}{\sqrt{\phi_{ac}}} \\
& \times \left\{ \frac{2(n-1)}{(n-2)\sqrt{\phi_{ac}}} (\sqrt{\varepsilon_z} - \sqrt{\varepsilon_{z1}}) \right. \\
& \left. + \frac{2n(n-1)}{(n-2)^2\phi_{ac}} (\varepsilon_z - \varepsilon_{z1}) \right\}. \quad (31)
\end{aligned}$$

将(28)和(31)式代入(30)式中,便有

$$\begin{aligned}
& (t^* + \Delta t)_{A-i^*}^*(\sqrt{\varepsilon_z}) \\
& = - \sqrt{\frac{2m_0}{e}} \frac{R_a(n-1)}{(n-2)\sqrt{\phi_{ac}}} \\
& \times \left\{ 1 + \frac{n}{n-2} \sqrt{\frac{\varepsilon_z}{\phi_{ac}}} + \frac{n^2 + 4n - 4}{2(n-2)^2} \frac{\varepsilon_z}{\phi_{ac}} \right\} \\
& + R_a \frac{n}{n-2} \sqrt{\frac{m_0}{2e}} \frac{1}{\sqrt{\phi_{ac}}} \\
& \times \left\{ \frac{2(n-1)}{(n-2)\sqrt{\phi_{ac}}} (\sqrt{\varepsilon_z} - \sqrt{\varepsilon_{z1}}) \right. \\
& \left. + \frac{2n(n-1)}{(n-2)^2\phi_{ac}} (\varepsilon_z - \varepsilon_{z1}) \right\}. \quad (32)
\end{aligned}$$

最后,由(29)式,可得以级次划分的近轴时间像差 ΔT^* 如下:

$$\Delta T^* = \Delta T_1^* + \Delta T_2^* . \quad (33)$$

式中

$$\Delta T_1^* = \left(\frac{2m_0}{e}\right)^{1/2} \frac{\sqrt{\varepsilon_z} - \sqrt{\varepsilon_{z1}}}{E_c} , \quad (34)$$

$$\Delta T_2^* = \left(\frac{2m_0}{e}\right)^{1/2} \frac{\varepsilon_z - \varepsilon_{z1}}{E_c \sqrt{\phi_{ac}}} \times \left\{ -\frac{3n^2 - 9n + 2}{4n(n - 2)} \right.$$

$$\left. -\frac{3}{8} \sqrt{n-1} \frac{1}{n} \left(\pi - \arcsin \frac{2}{n} \sqrt{n-1} \right) \right\} . \quad (35)$$

ΔT_1^* 和 ΔT_2^* 分别称为一级和二级近轴时间像差.其定义和(34)和(35)式已在文献[1]中给出过,但这里是从近轴解的途径导出的.应该指出, Savoisky, Fanchenko^[11] 和 Csorba^[12] 所导出的 ΔT_1^* 表示式乃是 $\sqrt{\varepsilon_{z1}} = 0$ 时(即在极限像面位置上)的(34)式.

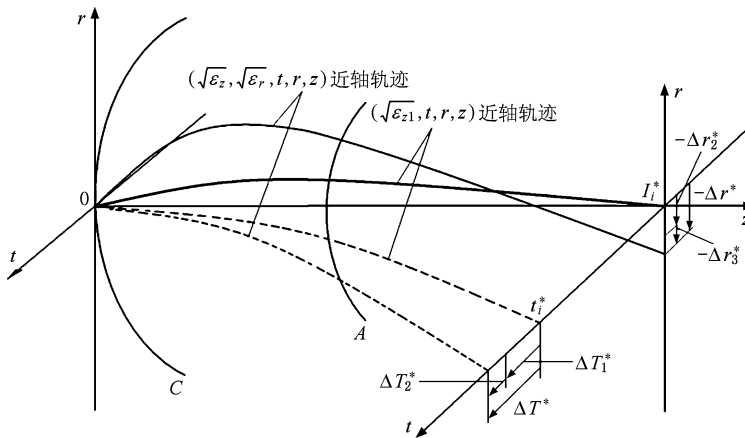


图3 近轴横向像差与近轴时间像差之示意图

4. 结 论

由以上研究可以得到以下结论:

1. 本文给出了求解两电极静电同心球系统的近轴空间像差和近轴时间像差的另一条途径-近轴解的途径. 这一工作使我们确信,无论是实际解或是近轴解的途径,只要遵循我们所给出的像差定义,所得结果将是完全一样的.

2. 通过近轴轨迹方程和近轴运动方程推导了两电极静电同心球系统中运动电子的近轴轨迹解和近轴飞行时间解,以及近轴空间像差和近轴时间像差. 结果表明,不论是二级近轴横向像差 Δr_2^* 或者是一级近轴时间像差 ΔT_1^* ,前者决定像管空间分

辨的基本限制,而后者决定高速摄影变象管时间分辨的基本限制,二者都取决于近轴解. 这意味着,在研究成像电子光学系统时,应十分注意近轴解.

3. 通过近轴解途径,再一次推导了两电极静电同心球系统中三级近轴横向像差 Δr_3^* 和二级近轴时间像差 ΔT_2^* ,它们分别与三级几何横向像差 δr_3 和二级几何时间像差 δT_2 属于同一数量级. 这表明,在成像电子光学中,当研究几何像差(横向像差或时间像差) δr_3 或 δT_2 时,必须同时考虑近轴像差(横向像差或时间像差) Δr_3^* 或 ΔT_2^* . 本文和文献[1]清晰地指出,三级近轴横向像差 Δr_3^* 和二级近轴时间像差 ΔT_2^* 是存在的,而且再一次给出了这两个像差的具体表达式.

- [1] Zhou L W, Gong H, Zhang Z Q, Zhang Y F 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 5451 (in Chinese) [周立伟、公 慧、张智谔、张轶飞 2010 物理学报 **59** 5451]
- [2] Ximen J Y 1957 *Acta Phys. Sin.* **13** 339 (in Chinese) [西门纪业 1957 物理学报 **13** 339]
- [3] Zhou L W, Ai K C, Pan S C 1983 *Acta Phys. Sin.* **32** 376 (in Chinese) [周立伟、艾克聪、潘顺臣 1983 物理学报 **32** 376]
- [4] Ximen J Y, Zhou L W, Ai K C 1983 *Acta Phys. Sin.* **32** 1536 (in Chinese) [西门纪业、周立伟、艾克聪 1983 物理学报 **32** 1536]
- [5] Ai K C, Zhou L W, Ximen J Y 1986 *Acta Phys. Sin.* **35** 1199 (in Chinese) [艾克聪、周立伟、西门纪业 1986 物理学报 **35** 1199]
- [6] Ai K C, Ximen J Y, Zhou L W 1986 *Acta Phys. Sin.* **35** 1210 (in Chinese) [艾克聪、西门纪业、周立伟 1986 物理学报 **35** 1210]
- [7] Zhou L W 1993 *Electron Optics with Wide Beam Focusing* (Beijing: Beijing Institute of Technology Press) p113 (in Chinese) [周立伟 1993《宽束电子光学》(北京:北京理工大学出版社)第 113 页]
- [8] Zhou L W 1994 *Focusing and Imaging of Wide Electron Beams — Selected Papers on Electron Optics by Zhou Liwei* (Beijing: Beijing Institute of Technology Press) p11—29 (in Chinese) [周立伟 1994 宽电子束聚焦与成像—周立伟电子光学学术论文选(北京:北京理工大学出版社)第 11—29 页]
- [9] Artimovich L A 1944 *Bulletin of Academy of Sciences. USSR. Physics series* **8** 313 (in Russian)
- [10] Recknagel A 1941 *Z. Angew Physik* **117** 689 (in German)
- [11] Savoisky Y K, Fanchenko S D 1956 *Report of Academy of Sciences USSR* **108** 218 (in Russian)
- [12] Csorba I P 1971 *RCA Review* **32** 650
- [13] Zhou L W, Li Y, Zhang Z Q, Monastyrski M A, Schelev M Y 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3597 (in Chinese) [周立伟、李 元、张智谔、Monastyrski M A, Schelev M Y 2005 物理学报 **54** 3596]

Paraxial electron optics and its spatial-temporal aberrations for a bi-electrode concentric spherical system with electrostatic focusing

Zhou Li-Wei^{1)†} Gong Hui¹⁾ Zhang Zhi-Quan²⁾ Zhang Yi-Fei²⁾

1) (*School of Photonics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China*)

2) (*Department of Control Engineering, Institute of Armored Force Engineering, Beijing 100072, China*)

(Received 22 August 2009; revised manuscript received 28 February 2010)

Abstract

In this paper, we use the paraxial equations to study the spatial-temporal trajectories and their aberrations for a bi-electrode concentric spherical system with electrostatic focusing. In the present paper, starting from the paraxial ray equation and the paraxial motion equation, the paraxial spatial-temporal trajectory of moving electron emitted from the photocathode is obtained for a bi-electrode concentric spherical system with electrostatic focusing. The paraxial static and dynamic electron optics, as well as the paraxial spatial-temporal aberrations in this system are then discussed, the general regularity of imaging in paraxial optical system has been explored. The paraxial spatial aberrations, as well as the paraxial temporal aberrations with different orders, have been defined and deduced. Thus we get same conclusions about paraxial spatial and temporal aberrations as it has been given in paper [1], and it completely shows that the paraxial spatial-temporal aberrations can be investigated directly from the paraxial ray equation and paraxial motion equation.

Keywords: Static and dynamic imaging electron optics, paraxial spatial aberrations and temporal aberrations, a bi-electrode concentric spherical system with electrostatic focusing

PACC: 4180, 4180D

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60771070).

† E-mail: zhoulw@vip.sina.com