

二维直方图 θ 划分最大 Shannon 熵图像阈值分割*

吴一全[†] 张金矿

(南京航空航天大学信息科学与技术学院, 南京 210016)

(2009 年 8 月 12 日收到; 2009 年 11 月 27 日收到修改稿)

鉴于常用二维直方图区域直分法存在错分, 最近提出的斜分法不具普遍性, 提出了适用面更广的基于二维直方图 θ 划分和最大 Shannon 熵的图像阈值分割算法. 首先给出了二维直方图 θ 划分方法, 采用四条平行斜线及一条其法线与灰度级轴成 θ 角的直线划分二维直方图区域, 按灰度级和邻域平均灰度级的加权和进行阈值分割, 斜分法可视为该方法中 $\theta = 45^\circ$ 的特例; 然后导出了二维直方图 θ -划分最大 Shannon 熵阈值选取公式及其快速递推算法; 最后给出了 θ 取不同值时的分割结果及运行时间, θ 取较小值时, 边界形状准确性较高, θ 取较大值时, 抗噪性较强, 应用时可根据实际图像特点及需求合理选取 θ 的值. 与常规二维直方图直分最大 Shannon 熵法相比, 本文提出的方法所得分割结果更为准确, 抵抗噪声更为稳健, 且所需运行时间及存储空间也大为减小.

关键词: 最大 Shannon 熵, 阈值分割, 二维直方图区域 θ 划分, 递推算法

PACC: 4230

1. 引 言

图像分割是图像分析、理解和计算机视觉中的难点, 其中阈值分割因简单有效、便于理解而成为应用广泛的图像分割技术^[1-3], 其关键是选取合适的阈值以获得最佳分割效果. 在较早提出并进行了定性和定量比较研究的几种有代表性的阈值选取方法中^[4-7], 由 Kapur 等^[8]提出的最大 Shannon 熵^[9]法因较为有效且实现简单而颇受关注, 但由于一维阈值分割方法仅在灰度直方图上进行处理, 对含噪图像分割效果不佳. 因此, 1989 年 Abutaleb^[10], 1992 年 Brink^[11] 分别将最大 Shannon 熵法拓展到了灰度级-邻域平均灰度级二维直方图, 其效果有明显改善, 但同时导致运算量大幅增加, 难以实时处理. 为此, 人们提出了多种基于二维直方图阈值选取的快速算法^[12-18]. 然而, 上述二维方法及其快速算法都将二维直方图分成四个矩形区域(称之为区域直分), 计算阈值时仅考虑两个沿对角线的矩形区域, 且仅按灰度级大小进行阈值分割. 由于引入了近似所作的假设与实际不符, 因此分割结果不够准确. 针对这个问题, 最近吴一全^[19]提出二维直方图区域

斜分阈值分割法, 通过四条与主对角线平行的斜线划分二维直方图, 计算阈值时尽可能地包括了所有目标内点和背景内点. 然而, 上述算法采用与主对角线垂直的斜线(其法线与灰度级轴成 45°)按灰度级与邻域平均灰度级之和的大小进行阈值分割, 仅导出了这种 45° 情况下的二维直方图斜分最大 Shannon 熵法阈值选取公式及其快速递推算法, 没有进行全面概括, 普遍性不强. 事实上这只是一特殊情况, 可以推广到采用法线与灰度级轴成任意 θ 角的直线, 按灰度级与邻域平均灰度级的加权和进行阈值分割(称之为区域 θ 划分).

本文在二维直方图区域斜分阈值分割法^[19]的基础上, 进行系统性的分析和进一步推广, 提出了适用面更广的二维直方图 θ 划分最大 Shannon 熵阈值分割算法. 该算法首先采用四条平行斜线划分二维直方图区域, 但推广到采用法线与灰度级轴成任意 θ 角的直线, 按灰度级和邻域平均灰度级的加权和进行阈值分割, 统一了一维和二维多种最大 Shannon 熵阈值选取方法; 然后导出了基于二维直方图 θ 划分的最大 Shannon 熵阈值选取公式及其快速递推算法; 接着在实验结果与分析中给出并分析了 θ 取不同值时的图像分割结果, 并比较了采用穷

* 国家自然科学基金(批准号:60872065)资助的课题.

[†] E-mail: gumption_s@yahoo.com.cn

举和递推两种不同计算方式所需运行时间;最后与常规二维直方图直分最大 Shannon 熵法的分割结果和运行时间进行比较.

2. 二维直方图区域 θ 划分

设 $M \times N$ 图像 f 的灰度级取 $0, 1, \dots, L-1$, 像素 (m, n) 在 $K \times K$ 邻域 D 上的平均灰度级 $g(m, n)$ 为

$$g(m, n) = \frac{1}{K \times K} \sum_{(m_1, n_1) \in D} f(m_1, n_1), \quad (1)$$

若用 $r(i, j)$ 表示(灰度级 f , 邻域平均灰度级 g)对出现的频数 ($0 \leq r(i, j) \leq M \times N$), 则(灰度级, 邻域平均灰度级)的联合概率 $p(i, j)$ 为

$$p(i, j) = \frac{r(i, j)}{M \times N}, \quad i, j = 0, 1, \dots, L-1, \quad (2)$$

这样, $\{p(i, j)\}$ 即为图像的二维直方图.

由文献[19]的分析可知, 直方图区域直分法存在着明显的缺点: 如图 1 所示, 假设图像的暗(亮)像素属于目标(背景), 计算阈值时忽略了阈值向量附近且靠近对角线处(像素灰度级与其邻域平均灰度级相近, 应属于目标或背景内点)约一半区域(区域 2 的右下角和区域 3 的左上角)的概率分布. 由图 1(a)可见, 这与实际二维直方图不符, 因此基于直方图直分法计算的最佳阈值会出现偏差, 分割结果不够准确.

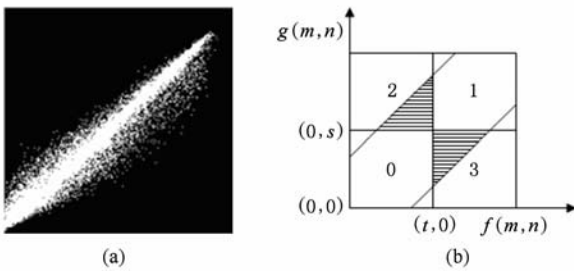


图 1 常用的二维直方图

为改正上述二维直方图直分法存在的缺点, 笔者在文献[19]中提出了二维直方图斜分方法. 如图 2 所示, 通过位于主对角线两侧且与其平行的四条平行斜线 L_1, L_2, L_3, L_4 , 将直方图区域分成一个内点区、两个边界点区和两个噪声点区: L_1 和 L_2 之间的区域认为是目标和背景内点区, L_1 和 L_3 之间及 L_2 和 L_4 之间的两个区域视为目标和背景之间过渡的边界点区, L_3 以外和 L_4 以外的两个区域定为噪声点区.

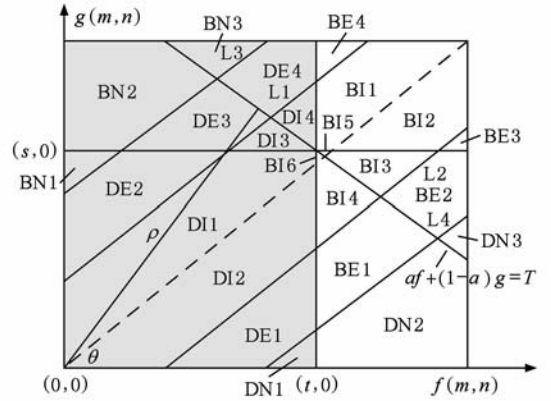


图 2 二维直方图区域 θ 划分

为使直方图区域划分及阈值分割具有更普遍的意义, 本文将文献[19]采用的与主对角线垂直的划分斜线(其法线与灰度级轴成 45°)进行推广, 改用法线与灰度级轴成任意 θ 角 ($0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$) 的直线 $L: f(m, n) \cos\theta + g(m, n) \sin\theta = \rho$ 进行阈值分割, 其中 ρ 为坐标原点到该直线 L 的距离.

由 $0 \leq f(m, n) \leq L-1, 0 \leq g(m, n) \leq L-1$, 而 $f(m, n) \cos\theta + g(m, n) \sin\theta = \rho, 0 \leq \theta \leq 90^\circ$,

$$\text{得 } 0 \leq \frac{\rho}{\cos\theta + \sin\theta} \leq L-1, \text{ 即}$$

$$0 \leq \frac{f(m, n) \cos\theta + g(m, n) \sin\theta}{\cos\theta + \sin\theta} \leq L-1.$$

若令 $a = \frac{\cos\theta}{\cos\theta + \sin\theta}, T = \frac{\rho}{\cos\theta + \sin\theta}$, 则直线 L 的

表达式变为 $af(m, n) + (1-a)g(m, n) = T$, 其中 a 可视为加权系数, $0 \leq a \leq 1, T$ 为所选取的分割阈值, $0 \leq T < L-1$. 即按灰度级与邻域平均灰度级加权后的大小进行阈值分割. 此时分割后的二值图像 $b(m, n)$ 为

$$b(m, n) = \begin{cases} 0, & af(m, n) + (1-a)g(m, n) \leq T, \\ 1, & af(m, n) + (1-a)g(m, n) > T. \end{cases} \quad (3)$$

显然, θ 的取值直接决定加权系数 a 的大小, 改变直方图区域划分, 影响最佳阈值的选取, 由此导致最终分割结果图像的内部均匀性、边界形状准确性及抵抗噪声稳健性随 a 的取值而不同.

1) 当 $\theta = 0^\circ$ 时, $a = 1$, 分割直线 L 与灰度级轴 $f(m, n)$ 垂直, 分割为左(目标)右(背景)两个部分, 与一维灰度直方图分割法等价. 其中错分子区域为图 2 中噪声点区的 $DN_2, DN_3, BN_1, BN_2, BN_3$, 分割后的二值图像仅取决于 $f(m, n)$ 与阈值 $T = \rho$ 之间

的关系,内部均匀性和边界形状准确性较好,但抗噪性能差。

2) 当 $\theta = 90^\circ$ 时, $a = 0$, 分割直线 L 与平均灰度级轴 $g(m, n)$ 垂直, 分割为上(背景)下(目标)两个部分. 此时虽然图 2 中噪声点区的错分子区域已大幅减少, 但部分目标内点区的子区域 DI3, DI4 和边界点区的子区域 DE3, DE4 被错分到背景区域, 而部分背景内点区的子区域 BI3, BI4, BI5, BI6 和边界点区的子区域 BE1, BE2 被错分为目标区域. 分割后的二值图像仅取决于邻域平均灰度级 $g(m, n)$ 与阈值 $T = \rho$ 之间的关系. 这种分割方式虽然抗噪性较强, 但部分内点区及边界点区的错分必将导致分割结果图像的内部均匀性和边界形状准确性较差。

3) 当 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ 时, $0 < a < 1$, 分割直线 L 以不同斜率将直方图区域分割为左下(目标)和右上(背景)两个部分. 随着 θ 角在 0° — 90° 之间取值不同, 将直方图直分法图 1(b) 中的区域 2 和区域 3 划分为目标和背景的大小比例和形状也就不同, 导致分割结果图像随 θ 的取值而变化. 分割后的二值图像取决于像素灰度级 $f(m, n)$ 及邻域平均灰度级 $g(m, n)$ 两者的加权和与阈值 T 之间的关系. 当 $f(m, n)$ 的权值较大时, 内部均匀性和边界形状准确性较好, 而 $g(m, n)$ 的权值较大时, 抗噪稳健性较好, 但边缘存在模糊. 其中 $\theta = 45^\circ$ 时, $a = 0.5$, 分割直线 L 与主对角线垂直, 等价于文献[19]中的直方图斜分法, $f(m, n)$ 和 $g(m, n)$ 以相同的权重影响所选取的最佳阈值和分割后的二值图像. 可见斜分法是本文方法中 $\theta = 45^\circ$ 的特例。

以上讨论的是分割直线 L 的阈值点 (t, s) ($a t + (1 - \alpha) s = T$) 位于二维直方图反对角线右上方的情况, 而阈值点 (t, s) 位于反对角线左下方时的具体分析结果与此类似。

3. 二维直方图 θ 划分最大 Shannon 熵阈值选取公式及快速递推算法

下面将二维直方图 θ 划分方式运用于二维最大 Shannon 熵阈值分割算法。

3.1. 二维直方图 θ 划分最大 Shannon 熵阈值选取公式

分割直线 L 将直方图区域分成目标 C_d 和背景 C_b 两类. 其 Shannon 熵 $H_d(T)$ 和 $H_b(T)$ 分别为

$$H_d(T) = - \sum_{(i,j) \in C_d} \frac{p(i,j)}{P_0(T)} \log \frac{p(i,j)}{P_0(T)}, \quad (4)$$

$$H_b(T) = - \sum_{(i,j) \in C_b} \frac{p(i,j)}{1 - P_0(T)} \log \frac{p(i,j)}{1 - P_0(T)}, \quad (5)$$

式中, 目标概率 $P_0(T) = \sum_{(i,j) \in C_d} p(i,j)$, (4) 和 (5) 式可改写成如下形式:

$$H_d(T) = \log P_0(T) + \frac{h_0(T)}{P_0(T)}, \quad (6)$$

$$H_b(T) = \log[1 - P_0(T)] + \frac{h_L - h_0(T)}{1 - P_0(T)}, \quad (7)$$

式中, $h_0(T) = - \sum_{(i,j) \in C_d} p(i,j) \log p(i,j)$ 为目标类的 Shannon 熵, $h_L = - \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} p(i,j) \log p(i,j)$ 为直方图总 Shannon 熵。

图像总 Shannon 熵为

$$\begin{aligned} \phi(T) = & \log[P_0(T)(1 - P_0(T))] \\ & + \frac{h_0(T)}{P_0(T)} + \frac{h_L - h_0(T)}{1 - P_0(T)}, \end{aligned} \quad (8)$$

当判别函数 $\Phi(T)$ 最大时取得最佳阈值 T^* , 即

$$T^* = \text{Arg} \max_{0 \leq T < L-1} \{\Phi(T)\}. \quad (9)$$

根据阈值点 (t, s) ($a t + (1 - \alpha) s = T$) 在二维直方图区域中的位置可分成两种情况:

情况 1 阈值点 (t, s) 位于二维直方图反对角线右上方. 按照 θ 的取值由小到大可细分为图 3(a)—(e) 所示的五种情况, 此时分割直线 L 的右边、右上方或上面部分对应背景. 为减少运算量, 宜从 $(L-1, L-1)$ 点开始逐点累加, 针对不同情况先求出背景的概率 $P_b(T)$ 及 Shannon 熵 $h_b(T)$, 再由总概率或总 Shannon 熵分别减去背景的概率或 Shannon 熵得到目标的概率 $P_0(T)$ 及 Shannon 熵 $h_0(T)$ 。

当 θ 取 0° ($a = 1$, 图 3(a)) 或 90° ($a = 0$, 图 3(e)) 时, 二维灰度级-邻域平均灰度级直方图退化为一维灰度级直方图或一维平均灰度级直方图, 此时仅需累加灰度级大于阈值 T ($f(m, n) > T$) 的像素或平均灰度级大于阈值 T ($g(m, n) > T$) 的像素即可; 当 θ 取 45° ($a = 0.5$, 图 3(c) 的特例) 时, 类似文献[19]中的斜分情况, 对灰度级与邻域平均灰度级的平均值大于阈值 T ($[f(m, n) + g(m, n)]/2 > T$) 的像素进行累加; 对于 $0^\circ < \theta < 45^\circ$ ($0.5 < a < 1$) 的图 3(b), 以平均灰度级轴为基准, 从 $(L-1, L-1)$ 点开始累加位于分割直线右边的点; 而

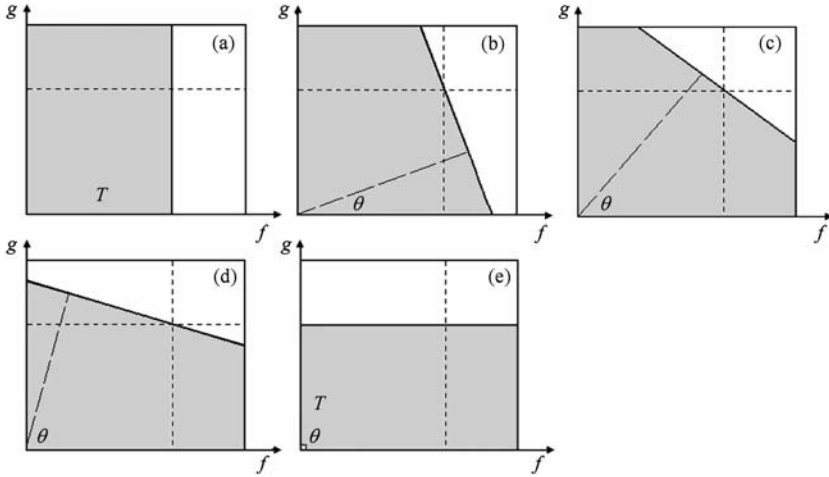


图 3 二维直方图右上方分割直线的不同位置

对于 $45^\circ < \theta < 90^\circ$ ($0 < a < 0.5$) 的图 3(d), 则以灰度级轴为基准, 从 $(L-1, L-1)$ 点开始累加位于分割直线上方的点. 下面以 $0^\circ < \theta < 45^\circ$ ($0.5 < a < 1$) 或 $45^\circ < \theta < 90^\circ$ ($0 < a < 0.5$) 的图 3(c) 为例, 分别给出背景概率 $P_b(T)$ 和 Shannon 熵 $h_b(T)$ 及其目标概率 $P_0(T)$ 和 Shannon 熵 $h_0(T)$ 的计算公式, 记 $T_a = \left\lceil \frac{T}{a} \right\rceil, i_a = \left\lceil \frac{T - (1-a)(L-1)}{a} \right\rceil + 1, j_a = \left\lceil \frac{T - ai}{1-a} \right\rceil$, 其中 $\lceil \cdot \rceil$ 表示取整.

$$P_b(T) = \sum_{i=i_a}^{L-1} \sum_{j=j_a}^{L-1} p(i, j),$$

$$P_0(T) = \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} p(i, j) - P_b(T) = 1 - P_b(T); \tag{10}$$

$$h_b(T) = - \sum_{i=i_a}^{L-1} \sum_{j=j_a}^{L-1} p(i, j) \log p(i, j),$$

$$h_0(T) = h_L - h_b(T). \tag{11}$$

情况 2 阈值点 (t, s) 位于二维直方图反对角线左下方. 与情况 1 类似, 按 θ 的取值由小到大也可细分为图 4(a)–(e) 所示的五种情况. 此时分割直线 L 的左边、左下方或下面部分对应目标, 此时宜从 $(0, 0)$ 开始逐点累加, 针对不同情况直接求出目标的概率 $P_0(T)$ 和 Shannon 熵 $h_0(T)$, 计算方式与情况 1 类似.

与图 4(c) 情况对应的具体计算公式如下:

$$P_0(T) = \sum_{i=0}^{T_a} \sum_{j=0}^{j_a} p(i, j), \tag{12}$$

$$h_0(T) = - \sum_{i=0}^{T_a} \sum_{j=0}^{j_a} p(i, j) \log p(i, j). \tag{13}$$

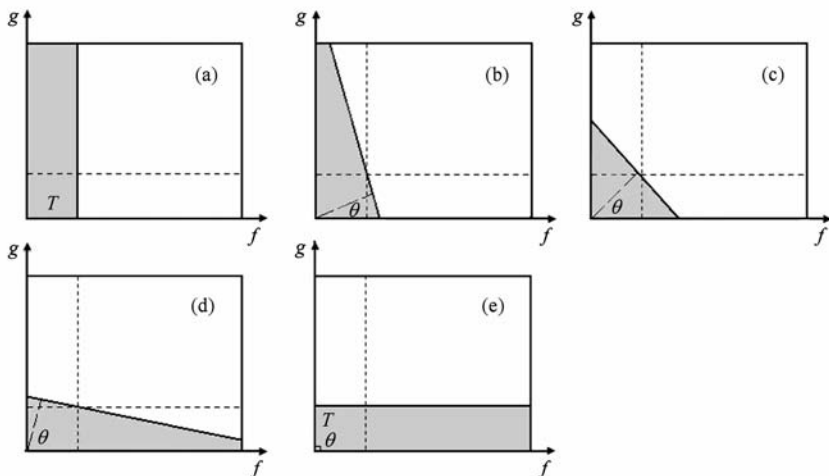


图 4 二维直方图左下方分割直线的不同位置

3.2. 快速递推算法

寻找最优阈值时,若按公式(10)~(13)直接计算,将存在大量重复计算,总的计算复杂性达到 $O(L^3)$. 为了提高运算速度,本文进一步给出二维直方图 θ 划分最大 Shannon 熵阈值选取的快速递推算法,大大减少了计算量. 递推算法的推导,仍需按照 θ 的取值由小到大细分为图 3、图 4 所示的五种情况分别进行. 下面仍以图 3(c) 和图 4(c) 为例导出快速递推算法公式,其他情况下算法公式的推导与此类似.

情况 1 阈值点 (t, s) 位于二维直方图反对角线右上方(图 3(c))时,设 $\eta_b(T_a) = P_b(T)$, $\lambda_b(T_a) = h_b(T)$, 则

$$\begin{aligned} \eta_b(T_a) &= \sum_{i=i_a+1}^{L-1} \sum_{j=\lfloor \frac{a}{L-i} \rfloor}^{L-1} p(i, j) + \sum_{i=i_a}^{L-1} p(i, j_a) \\ &= \eta_b(T_a + 1) + \sum_{i=i_a}^{L-1} p(i, j_a), \end{aligned} \quad (14)$$

$$\lambda_b(T_a) = \lambda_b(T_a + 1) - \sum_{i=i_a}^{L-1} p(i, j_a) \log p(i, j_a). \quad (15)$$

情况 2 阈值点 (t, s) 位于二维直方图反对角线左下方(图 4(c))时,若设 $\eta_o(T_a) = P_o(T)$, $\lambda_o(T_a) = h_o(T)$, 同理可得

$$\eta_o(T_a) = \eta_o(T_a - 1) + \sum_{i=0}^{T_a} p(i, j_a), \quad (16)$$

$$\lambda_o(T_a) = \lambda_o(T_a - 1) - \sum_{i=0}^{T_a} p(i, j_a) \log p(i, j_a). \quad (17)$$

根据上述递推公式,计算当前概率 $\eta_b(T_a)$, $\eta_o(T_a)$ 和 Shannon 熵 $\lambda_b(T_a)$, $\lambda_o(T_a)$ 时,只要利用前面得到的 $\eta_b(T_a + 1)$, $\lambda_b(T_a + 1)$ 和 $\eta_o(T_a - 1)$, $\lambda_o(T_a - 1)$, 分别加上分割直线 L 上各点相应的值即可. 由于搜索范围为 $0 \leq T < L - 1$, 计算复杂性仅为 $O(L/a)$. 且寻优过程中只需存储 $\eta_b(T_a + 1)$, $\lambda_b(T_a + 1)$ 和 $\eta_o(T_a - 1)$, $\lambda_o(T_a - 1)$, 不用把对应于每个 T_a 的值都存起来,大大减少了存储空间.

4. 实验结果与分析

4.1. θ 取不同值对图像阈值分割效果的影响

由第 1 节的分析可知,分割直线 L 的法线与灰度级轴所成的 θ 角可在 0° ~ 90° 之间取不同值,这将

导致最终分割图像的内部均匀性、边界形状准确性及抗噪稳健性存在差异.

为比较 θ 取不同值对图像阈值分割效果的影响,针对大量典型测试图像,当 θ 依次取 $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ 和 90° 时,采用基于二维直方图 θ 划分最大 Shannon 熵法,以穷举和递推两种方式选取最佳阈值,同时,对测试图像加入噪声以比较 θ 取不同值时算法的抗噪性. 因篇幅所限,仅给出其中一幅图像在 θ 依次取 $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 和 90° 时所得的分割结果,如图 5 所示,相应的分割阈值列于表 1. 由于快速递推算法是穷举算法在减少计算复杂性方面的改进,因此所选出的最佳阈值相同. 在 Intel Celeron R 2.94 GHz CPU/512 M 内存/Visual Studio 2008 环境中,用 c# 编程实现并测试上述算法,穷举算法及快速递推算法所需的运行时间也一并列于表 1 中.

1) 首先比较 θ 取不同值对分割结果的影响. 仔细辨别比较图 5(a)~(f) 的图像可以看出:当 θ 取值较小时,二维直方图 θ -划分最大 Shannon 熵阈值选取算法所得的结果噪声点明显,抗噪性差,但边界形状较准确;随着 θ 取值的增大,噪声点逐步变少,但内部均匀性及边界形状准确性逐渐降低;当 θ 约为 45° 时抗噪性、内部均匀性和边界形状准确性达到折中;当 θ 取更大值时,噪声点越来越少,抗噪性越来越强,但边界却模糊了. 其原因在于 θ 取值较小时,二维直方图中错分的噪声点区域为主要影响因素,分割结果图像中的噪声点较多;反之, θ 取值较大时,错分的噪声点子区域少,且图像分割时邻域平均灰度级的权值大,使得抗噪性能稳健,但由于错分的目标和背景边界点子区域增多,导致边界形状变差. 当 θ 约为 45° 时,错分的噪声点子区域及边界点子区域适中.

表 1 直方图 θ 划分法最佳阈值及运行时间

$\theta/(^\circ)$	0	30	45	60	90
分割阈值	126	95	86	78	56
运行时间/ms					
穷举	55	314	291	288	58
递推	10	26	23	21	11

2) 比较采用不同计算方式(穷举/递推)、 θ 取不同值时算法所需的运行时间. 分析表 1 的数据可以看出:本文提出的二维直方图 θ 划分最大 Shannon 熵阈值选取算法的运行时间完全满足实时处理需求,其中当 θ 取 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 时,快速递推算法所需运行时间不到穷举算法的 8%,这是由于采用递推方式将计算复杂度 $O(L^3)$ 降低为 $O(L)$;当 θ 取 0°

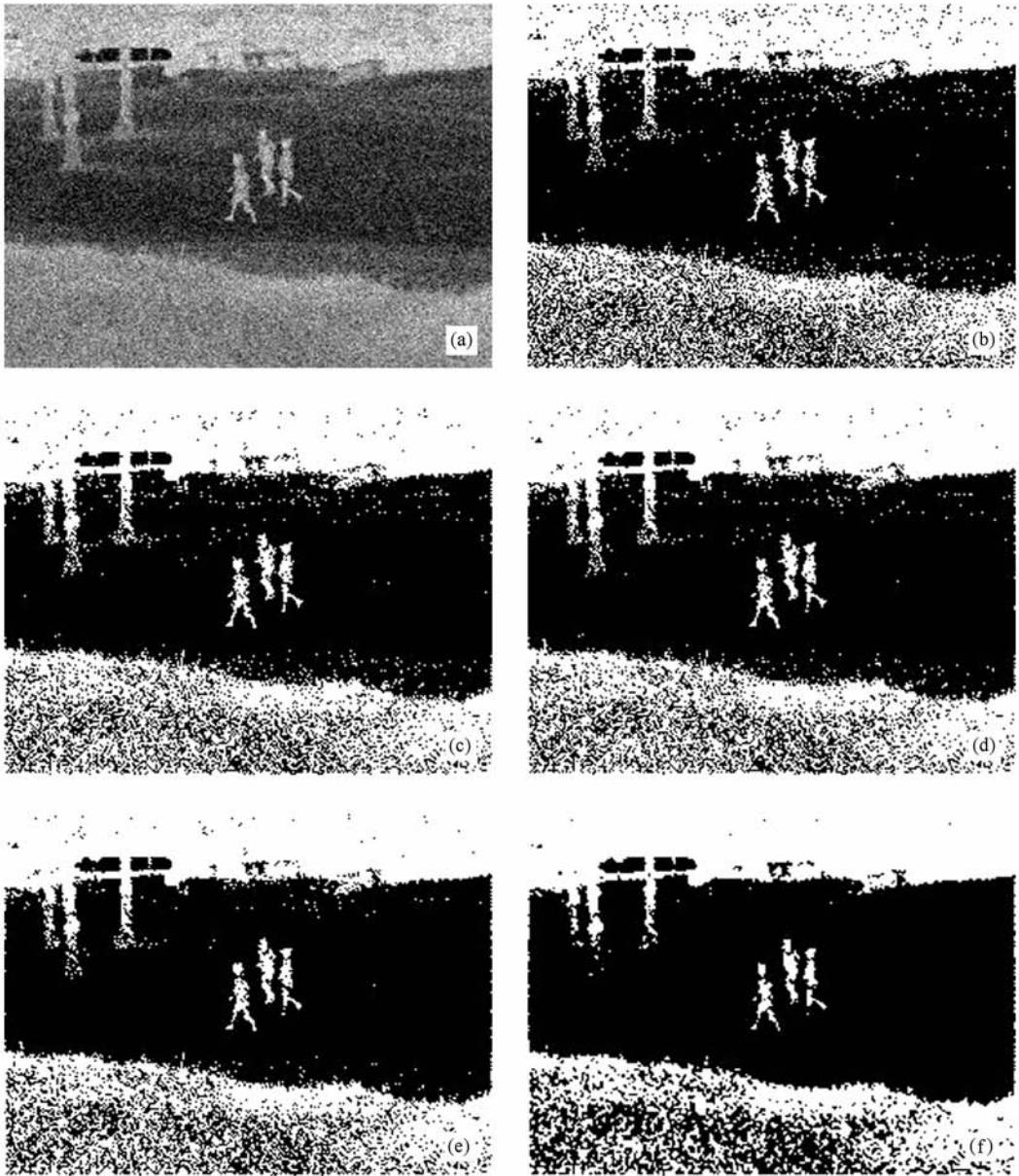


图 5 含噪行人红外图像及分割结果图像

或 90° 时,穷举方式的运行时间几乎不到 θ 取其他值的 20%,而递推方式的运行时间约为 θ 取其它值的 1/2,这是因为此时二维直方图退化为一维灰度级直方图或一维平均灰度级直方图.

4.2. 不同阈值选取方法的实验结果比较

分别利用本文提出的二维直方图 θ -划分的最大 Shannon 熵法 ($\theta = 30^\circ$) 和二维直方图直分的最大 Shannon 熵法对大量不同类型的灰度图像进行阈值分割实验,本文方法所得分割结果更为准确,抵抗噪声更稳健,且所需运行时间及存储空间也更少.

图 6 给出针对其中 5 幅灰度级图像图 6(a)—(e),分别采用二维直方图直分最大 Shannon 熵法 (f)—(j) 及二维直方图 θ 划分最大 Shannon 熵法 (k)—(o) 所得到的分割图像. 相应的最佳阈值和运行时间一并列表于表 2.

仔细辨别图 6 结果图像可以看出,与常规二维直方图直分法相比,本文提出的二维直方图 θ 划分法的分割结果噪声点明显减少,且边界形状变形小,分割效果更好. 这是由于基于直方图 θ 划分方式计算最佳阈值时尽可能考虑了所有目标点和背景点区域,可根据具体图像选择分割直线的倾斜角度,使边界点区和

噪声点区错分的子区域大为减少,抗噪性更稳健. 本文方法通过 θ 值,合理地将像素灰度级和邻域平均灰度级联系在一起,适用于不同类型的灰度图像分割需

求,不仅在各种噪声干扰下仍可获得满意的分割效果,而且也适用于目标和背景大小相差悬殊的红外图像中小目标的有效提取.

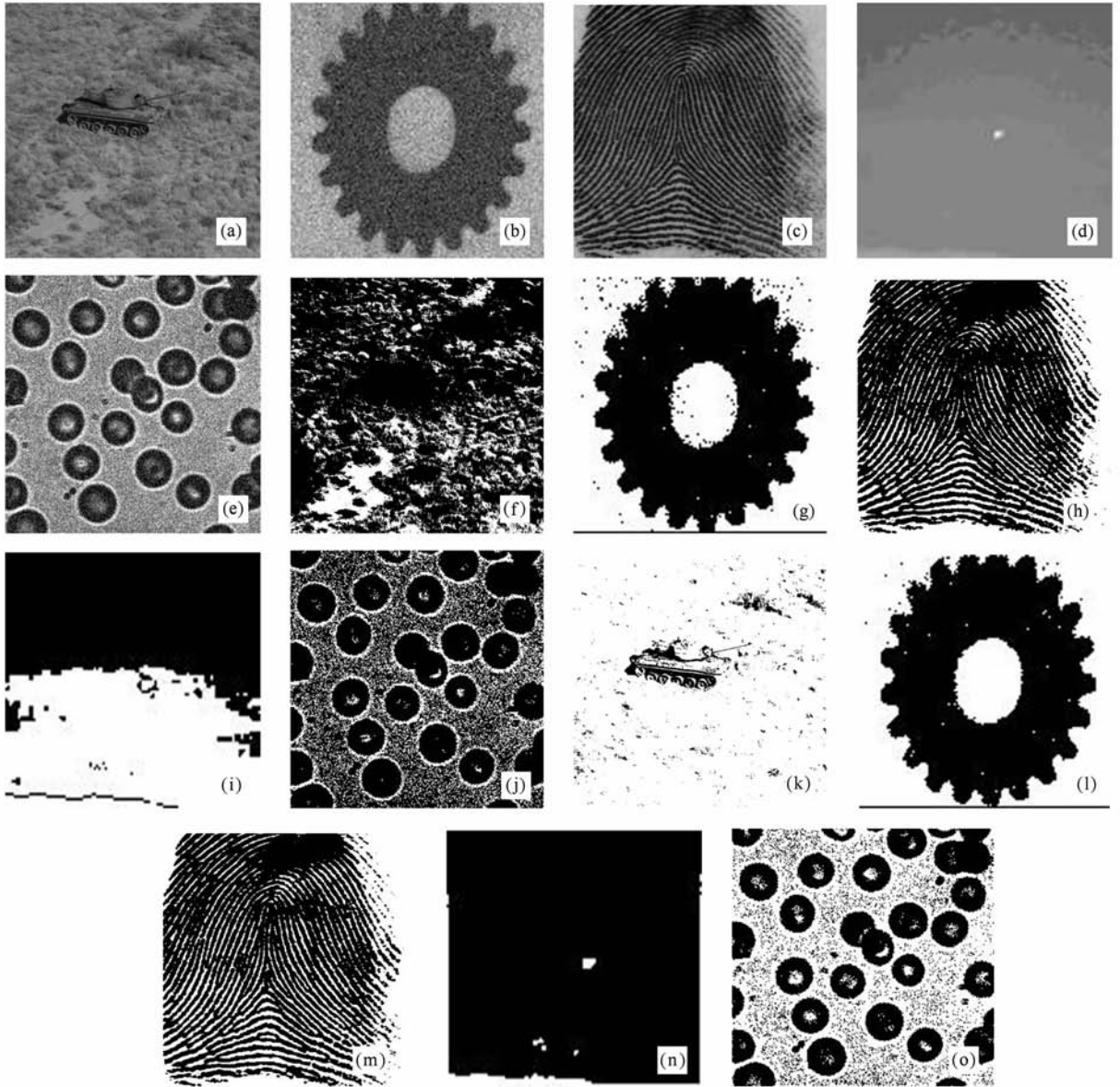


图 6 两种算法分割结果图像

分析表 2 中的数据可以看出本文提出的二维直方图 θ 划分阈值选取方法及其快速递推算法运算速度快,完全满足实时处理要求. 1) 从穷举方式来看,与直方图直分法相比, θ 划分法由于改变了直方图区域划分方式,搜索空间降低了一维,运算时间减少了两个数量级;2) 本文提出的快速递推算法所需运行时间不到本文穷举算法的 10%,相对直方图直分递推算法略快. 此外由 3.2 节的分析可知,该快速递推算法仅需 4 个存储单元,无需存储每个 T 值对

应的数据,与直方图直分递推算法需要 $L \times L \times 2$ 个存储单元^[13,14]相比,所需存储空间大为减少.

需要说明的是,本文的 θ -划分法是文献[19]斜分法的推广,斜分法只是本文方法中的一种特殊情况($\theta = 45^\circ$). 两者计算代价相似,运算时间相近,但在本文的 θ 划分法中, θ 取较小值时,边界形状准确性较高, θ 取较大值时则抗噪性较强,可根据实际图像的特点及具体分割需求改变 θ 的取值,因此对不同类型图像的适应性广,更具普遍性.

表 2 两种方法的最佳阈值及运行时间比较

	图 6(a)	图 6(b)	图 6(c)	图 6(d)	图 6(e)
直分	128	118	92	134	169
穷举	22.72	20.62	20.85	16.15	22.45
递推	0.045	0.030	0.039	0.028	0.040
θ 划分	54	88	66	108	93
穷举	0.392	0.322	0.384	0.245	0.361
递推	0.038	0.021	0.035	0.022	0.031

5. 结 论

1. 二维直方图 θ 划分方法采用法线与灰度级

轴成 θ 角的直线,按灰度级和邻域平均灰度级的加权和进行阈值分割,从而二维直方图区域斜分阈值分割法可视为该方法的一种特殊情况($\theta = 45^\circ$);

2. 随着 θ 取值由小增大,抗噪性逐渐增强,边界形状准确性逐渐降低.具体应用时可根据实际图像的信噪比及分割结果需求合理选取 θ 的值;

3. 与基于常规二维直方图直分最大 Shannon 熵法相比,本文提出的基于二维直方图 θ 划分的最大 Shannon 熵法所得分割结果更为准确,抵抗噪声更为稳健,且所需运行时间及存储空间也大为减少.

- [1] Liang Y M, Zhai H C, Chang S J, Zhang S Y 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2655 (in Chinese) [梁艳梅、翟宏琛、常胜江、张思远 2003 物理学报 **52** 2655]
- [2] Tang Y G, Di Q Y, Zhao L X, Guan X P 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 9 (in Chinese) [唐英干、邸秋艳、赵立兴、关新平 2009 物理学报 **58** 9]
- [3] Guo H T, Tian T, Wang L Y, Zhang C T 2006 *Acta Optica Sinica* **26** 506 (in Chinese) [郭海涛、田 坦、王连玉、张春田 2006 光学学报 **26** 506]
- [4] Wu Y Q, Zhu Z D 1993 *Journal of Data Acquisition and Processing* **8** 193 (in Chinese) [吴一全、朱兆达 1993 数据采集与处理 **8** 193]
- [5] Wu Y Q, Zhu Z D 1993 *Journal of Data Acquisition and Processing* **8** 268 (in Chinese) [吴一全、朱兆达 1993 数据采集与处理 **8** 268]
- [6] Sezgin M, Sankur B 2004 *Electronic Imaging* **13** 146
- [7] Bardera A, Boada I, Feixas M, Sbert M 2009 *Journal of Signal Processing Systems* **54** 205
- [8] Kapur J N, Sahoo P K, Wong A K C 1985 *Computer Vision, Graphics and Image Processing* **29** 273
- [9] Xing X S 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2852 (in Chinese) [邢修三 2004 物理学报 **53** 2852]
- [10] Abutaleb A S 1989 *Pattern Recognition* **47** 22
- [11] Brink A D 1992 *Pattern Recognition* **25** 803
- [12] Chen W T, Wen C H, Yang C W 1994 *Pattern Recognition* **27** 885
- [13] Gong J, Li L Y, Chen W N 1996 *Journal of Southeast University* **26** 31 (in Chinese) [龚 坚、李立源、陈维南 1996 东南大学学报 **26** 31]
- [14] Zhang Y J, Wu X J, Xia L Z. 1997 *Pattern Recognition and Artificial Intelligence* **10** 259 (in Chinese) [张毅军、吴雪菁、夏良正 1997 模式识别与人工智能 **10** 259]
- [15] Yan X Q, Ye L Q, Liu J L, Gu W K 1998 *Pattern Recognition and Artificial Intelligence* **11** 352 (in Chinese) [严学强、叶秀清、刘济林、顾伟康 1998 模式识别与人工智能 **11** 352]
- [16] Du F, Shi W K. 2005 *Pattern Recognition Letters* **26** 597
- [17] Cao Z H, Li Y J, Zhang K 2007 *Scope on Acta Photonica Sinica* **36** 2377
- [18] Du F, Shi W K, Deng Y, Zhu Z F 2005 *J. Infrared Millim. Waves* **24** 370 (in Chinese) [杜 峰、施文康、邓 勇、朱振幅 2005 红外与毫米波学报 **24** 370]
- [19] Wu Y Q, Pan Z, Wu W Y 2009 *Pattern Recognition and Artificial Intelligence* **22** 162 (in Chinese) [吴一全、潘喆、吴文怡 2009 模式识别与人工智能 **22** 162]

Image thresholding based on θ -division of 2-D histogram and maximum Shannon entropy*

Wu Yi-Quan[†] Zhang Jin-Kuang

(College of Information Science and Technology, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

(Received 12, August 2009; revised manuscript received 27 November 2009)

Abstract

In view of the obvious wrong segmentation in commonly used region division of 2-D histogram and the non-universality of oblique segmentation method for image thresholding proposed recently, in this paper a much more widely suitable thresholding method is proposed based on the θ -division of 2-D histogram and the maximum Shannon entropy criterion. Firstly, the θ -division method of 2-D histogram is given. The region is divided by four parallel oblique lines and a line, where the angle between its normal line and gray level axis is θ degrees. Image thresholding is performed according to pixel's weighted average value of gray level and neighbour average gray level. The oblique segmentation method can be regarded as a special case of the proposed method at $\theta = 45^\circ$. Then the formulae and its fast recursive algorithm of the method are deduced. Finally the segmented results and the running time at different values of θ are listed, which show that the segmented images achieve more accurate borders at smaller values of θ and the anti-noise is better at larger values of θ . The value of θ can be selected according to the real image characteristics and the requirements of segmented results. Compared with the algorithm of conventional 2-D maximum Shannon entropy method, the proposed method not only achieves more accurate segmentation results and more robust anti-noise, but also reduces the running time and memory space significantly.

Keywords: maximum Shannon entropy, image thresholding, θ -division of 2-D histogram region, recursive algorithm

PACC: 4230

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60872065).

[†] E-mail: gumption_s@yahoo.com.cn