

非旋波近似下频率变化的光场 对原子布居反转的调控*

廖 旭 丛红璐 姜道来 任学藻[†]

(西南科技大学理学院, 绵阳 621010)

(2009 年 8 月 18 日收到; 2009 年 11 月 18 日收到修改稿)

利用相干态正交化展开方法, 在非旋波近似下研究了原子的布居反转随时间的演化情况. 数值计算的结果表明了, 场频以及耦合强度不随时间变化时, 布居反转的周期随着平均光子数的增加而增大, 虚光子效应引起的快速振荡随耦合强度的增大而逐渐增大. 当光场随时间做正弦调制时, 光场的振幅 α 和角频率 β 对布居反转的演化都会产生很大影响. 光场随时间做方波形式变化, 会导致原子布居反转出现新的塌缩回复现象. 无论是正弦调制还是方波调制, 都会对由虚光子效应产生的小锯齿状的振荡产生影响.

关键词: 相干态正交化展开, 非旋波近似, 原子布居数反转

PACC: 4250

1. 引 言

Jaynes-Cummings (J-C) 模型是描述光场与原子相互作用的理想模型^[1], 1985 年 Meschede 等人利用高 Q 腔场在亚开尔文温度条件下实现了 J-C 模型^[2]. 由于 J-C 模型能够产生如回复塌缩等的量子效应, 而这些量子效应被广泛的应用在量子光学领域^[3,4], 在实验中可以通过 J-C 模型实现量子逻辑门从而实现量子计算^[5-7], 因此对 J-C 模型的研究受到了人们的广泛关注^[8-12]. 通常人们在研究光场与原子之间的相互作用时, 并没有考虑光场频率以及耦合强度随时间的变化, 然而人们已经可以在实验中利用约瑟夫森结制备出频率随时间变化的光场^[13], 并且能够控制光场与原子之间的耦合强度^[14]. 实际上光场频率和耦合强度的变化确实会影响光场和原子组成系统的量子特性. 因此对频率随时间变化的光场进行研究具有现实意义^[15-17].

随着实验水平的提高, 光场与原子之间相互做用所能达到的耦合强度已经显著的提高, 这种情况下非旋波项的贡献就不能忽略^[18,19]. 在实际的光场与原子相互作用过程中, 不仅存在着旋波项跃迁产

生的长寿命实光子, 同时也存在着快速产生而又快速消失的虚光子, 而这些虚光子是由非旋波项产生的, 并且会对系统的动力学性质产生影响^[18-21].

利用相干态正交化展开方法^[19-26], 在非旋波近似下对频率随时间变化(以正弦形式和方波形式变化)的光场与二能级原子相互作用的布居反转进行了精确求解. 讨论了不同的光场对原子布居反转的影响.

2. 模型及求解

非旋波 J-C 模型的哈密顿量为^[19]

$$H = \frac{1}{2}\omega_0\sigma_x + \omega(t)a^\dagger a + g(t)(a^\dagger + a)\sigma_z, \quad (1)$$

其中 ω_0 为能级间隔, a^\dagger (a) 是腔场的产生(湮没)算符, $\omega(t)$ 为随时间变化的腔场频率, $g(t)$ 是原子与光场的耦合常数, σ_z 和 σ_x 是泡利算符. 为了方便起见, 这里的 $\hbar = 1$. 式中腔场频率 $\omega(t)$ 和耦合强度 $g(t)$ 随时间变化可以写为

$$\omega(t) = \omega(0) + f(t), \quad (2)$$

$$g(t) = g(0)[1 + f(t)/\omega(0)]. \quad (3)$$

$\omega(0)$ 是光场不随时间变化时的频率, $g(0)$ 是光场

* 国家自然科学基金和中国工程物理研究院联合基金(批准号: 10976025/A06)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: rxz63@shou.com

频率不随时间变化时的耦合常数. $f(t)$ 是随时间变化的函数, 若腔场频率 $\omega(t)$ 和耦合强度 $g(t)$ 随时间做正弦变化, 则 $f(t) = \alpha \sin(\beta t)$, 其中 α 是正弦变化的幅度, β 为正弦变化的角频率. α, β 都是小量, $\alpha \ll \omega_0, \alpha \ll \omega(0)$. 从(2)和(3)式可以看出 $g(t)/\omega(t)$ 的比值是一个常数令为 ε , 即 $\varepsilon = g(t)/\omega(t)$.

设系统的波函数为

$$|t\rangle = |\varphi_1\rangle |e\rangle + |\varphi_2\rangle |g\rangle, \quad (4)$$

式中 $|\varphi_1\rangle$ 代表原子处于激发态 $|e\rangle$ 上光场的波函数, $|\varphi_2\rangle$ 代表原子处于基态 $|g\rangle$ 上光场的波函数.

将(4)式和(1)式代入薛定谔方程, 并比较 $|e\rangle, |g\rangle$ 的系数可得

$$\begin{aligned} i \frac{\partial}{\partial t} |\varphi_1\rangle &= \frac{\omega_0}{2} |\varphi_2\rangle + \omega(t) a^+ a |\varphi_1\rangle \\ &+ g(t) (a^+ + a) |\varphi_1\rangle, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} i \frac{\partial}{\partial t} |\varphi_2\rangle &= \frac{\omega_0}{2} |\varphi_1\rangle + \omega(t) a^+ a |\varphi_2\rangle \\ &- g(t) (a^+ + a) |\varphi_2\rangle. \end{aligned} \quad (6)$$

引入新的玻色算符^[19,20]

$$A = a - \varepsilon, \quad A^+ = a^+ - \varepsilon, \quad (7)$$

(5), (6)式可写为

$$\begin{aligned} i \frac{\partial}{\partial t} |\varphi_1\rangle &= \frac{\omega_0}{2} |\varphi_2\rangle + \omega(t) [A^+ A + 2\varepsilon(A + A^+) \\ &+ 3\varepsilon^2] |\varphi_1\rangle, \end{aligned} \quad (8)$$

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\varphi_2\rangle = \frac{\omega_0}{2} |\varphi_1\rangle + \omega(t) (A^+ A - \varepsilon^2) |\varphi_2\rangle. \quad (9)$$

设

$$|\varphi_1\rangle = \sum_{n=0}^N c_n(t) |n\rangle_A, \quad |\varphi_2\rangle = \sum_{n=0}^N d_n(t) |n\rangle_A, \quad (10)$$

$|n\rangle_A$ 是 A 空间的 Fock 态, 或称平移 Fock 态 (displaced Fock state)^[27]. $|n\rangle_A$ 的定义如下^[19]:

$$\begin{aligned} |n\rangle_A &= \frac{1}{\sqrt{n!}} (A^+)^n |0\rangle_A, \\ |0\rangle_A &= \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2} + \varepsilon a^+\right) |0\rangle, \end{aligned} \quad (11)$$

$$[A, A^+] = 1,$$

$$A^+ A |n\rangle_A = n |n\rangle_A. \quad (12)$$

将(10), (11)式代入(8), (9)式可得

$$\begin{aligned} i \sum_{n=0}^N \dot{c}_n(t) |n\rangle_A &= \frac{\omega_0}{2} \sum_{n=0}^N d_n(t) |n\rangle_A + \omega(t) \\ &\times \left[\sum_{n=0}^N (n + 3\varepsilon^2) c_n(t) |n\rangle_A \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \sum_{n=0}^N 2\varepsilon \sqrt{n} c_n(t) |n-1\rangle_A \\ &+ \left. \sum_{n=0}^N 2\varepsilon \sqrt{n+1} c_n(t) |n+1\rangle_A \right], \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} i \sum_{n=0}^N \dot{d}_n(t) |n\rangle_A &= \frac{\omega_0}{2} \sum_{n=0}^N c_n(t) |n\rangle_A + \sum_{n=0}^N \omega(t) \\ &\times (n - \varepsilon^2) d_n(t) |n\rangle_A. \end{aligned} \quad (14)$$

对上述结果左乘 $\langle m |$ 得

$$\begin{aligned} i \dot{c}_m(t) &= \frac{\omega_0}{2} d_m(t) + \omega(t) [(m + 3\varepsilon^2) c_m(t) \\ &+ 2\varepsilon \sqrt{m+1} c_{m+1}(t) + 2\varepsilon \sqrt{m} c_{m-1}(t)], \end{aligned} \quad (15)$$

$$i \dot{d}_m(t) = \frac{\omega_0}{2} c_m(t) + \omega(t) (m - \varepsilon^2) d_m(t). \quad (16)$$

通过求解(15), (16)两式即可得系统的波函数.

假设初始时刻原子处于激发态 $|E\rangle$, 光场处于相干态 $|\alpha\rangle = \exp(\alpha a^+ - \alpha^2/2) |0\rangle$, $\bar{n} = \alpha^2$ 是初始时刻的平均光子数. 由系统的波函数以及基矢的变换关系 $|E\rangle = (|e\rangle + |g\rangle)/\sqrt{2}$ ^[14], 便可以得到原子处于激发态 $|E\rangle$ 的布居概率

$$\begin{aligned} P(t) &= \frac{1}{2} \sum_{m=0}^N [c_m^*(t) c_m(t) + c_m^*(t) d_m(t) \\ &+ d_m^*(t) c_m(t) + d_m^*(t) d_m(t)], \end{aligned} \quad (17)$$

那么原子的布居数反转为

$$W(t) = 2P(t) - 1. \quad (18)$$

3. 结果与讨论

3.1. 场频、耦合强度不随时间变化时

图 1 是 $\alpha = \beta = 0$ 时, 非旋波近似下原子布居反转的演化曲线. 首先, 从演化图中可以清楚的看到原子的布居反转具有周期性的回复塌缩现象. 其次, 原子的布居反转在塌缩区并没有完全的塌缩, 而是会出现小锯齿状的振荡, 这主要是非旋波项起的作用, 在旋波近似下是不会出现这种情况的^[15].

比较图 1(a), (b) 和 (c) 可知, 随着平均光子数 \bar{n} 的增大, 布居反转回复塌缩的周期逐渐增大, 图 1(c) 是 $\alpha = \beta = 0, \omega(0) = \omega_0 = 500g(0), \bar{n} = 100$ 时布居反转的演化, 所得到的结果与文献[15]所得到的结果是一样的. 图 1(c) 和 (d) 比较可以发现, 随着耦合强度的增大, 原子布居反转的周期没有改变, 但

是在塌缩区中由虚光子引起的小锯齿状的振荡增

大,非旋波项贡献显著增强.

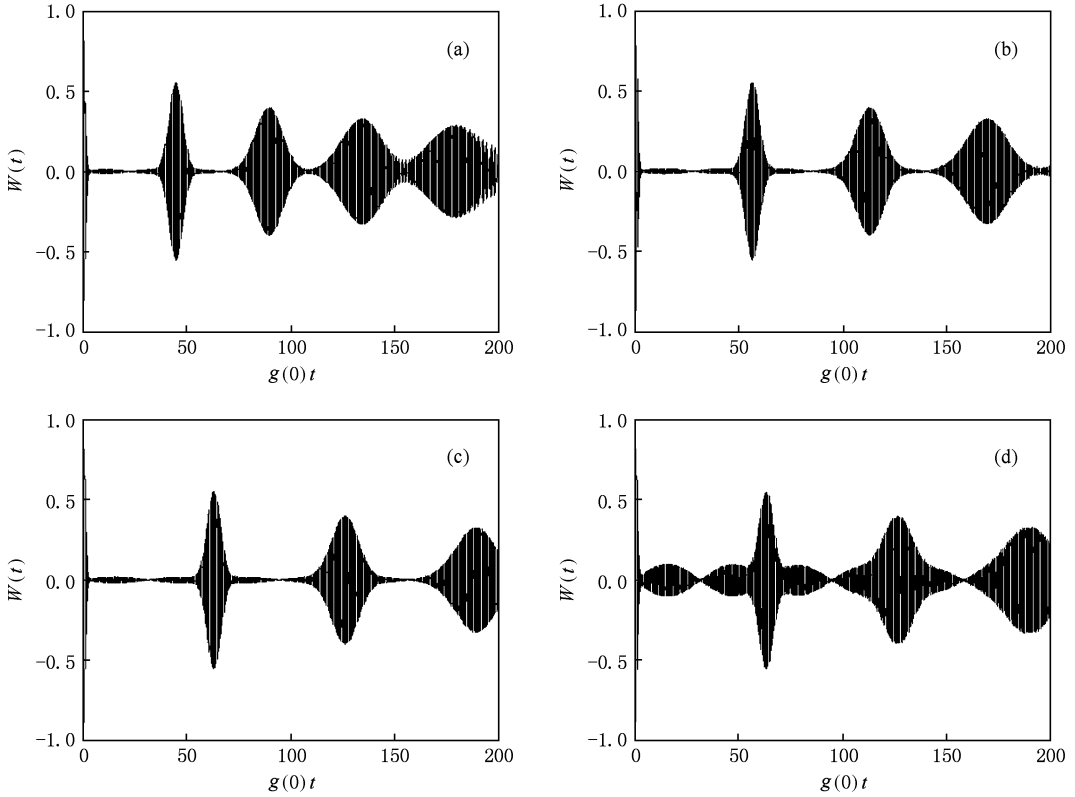


图1 非旋波近似下,原子布居反转的演化情况 (a) $\alpha=\beta=0, \omega(0)=\omega_0=500g(0), \bar{n}=50$; (b) $\alpha=\beta=0, \omega(0)=\omega_0=500g(0), \bar{n}=80$; (c) $\alpha=\beta=0, \omega(0)=\omega_0=500g(0), \bar{n}=100$; (d) $\alpha=\beta=0, \omega(0)=\omega_0=100g(0), \bar{n}=100$

3.2. 正弦调制

图2是当 $\bar{n}=30, \omega(0)=\omega_0=300g(0)$ 时, α 和 β 取不同值时原子布居反转的演化图.在图1(a)中 $\alpha=\beta=0$,同样可以看到,在塌缩区中有非旋波项引起的小锯齿状的振荡.如图2(b)所示,当光场频率正弦调制的振幅 α 和频率 β 都很小的时候,附加的调制频率的变化对原子布居反转的影响很小,原子布居反转的回复塌缩的周期基本不变.对比图2(b)和(c)可知:当调制频率 β 较小时,随着调制振幅 α 的增大布居回复塌缩的周期逐渐增加.当保持调制振幅 α 不变而继续增大调制频率 β 时,对比图2(c)和(d)可知原子布居回复塌缩的周期并没有发生变化,这说明回复塌缩的周期更敏感的受到调制振幅 α 的影响.然而当调制频率 β 继续增大时,原子的布居反转也会呈现正弦的周期性振荡,而且周期与光场的调制频率 β 相同,如图2(d)所示说明了调制频率 β 对虚光子过程引起的快速振荡也有调制作用.

3.3. 方波调制

若光场和耦合强度随时间变化的调制函数 $f(t)$ 为方波,则

$$f(t) = \begin{cases} \alpha, & t \in [mT + t_0, mT + \tau + t_0], m = 0, 1, 2, \dots \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \quad (19)$$

其中 T, τ, α 和 t_0 分别是方波频率调制的周期、脉冲宽度、脉冲强度以及第一个脉冲出现的时间,方波调制的脉冲强度同样很小 $\alpha \ll \omega_0$ 且 $\alpha = 10g(0)$.通过数值计算我们可以得到方波调制下原子布居反转的演化情况.

图3是当 $\bar{n}=30, \omega(0)=\omega_0=300g(0), g(0)\tau=2$ 时,原子布居反转在方波调制下的演化情况.当方波的脉冲出现在布居反转的塌缩区时,对比图3(a)和图2(a)可知,原子布居反转塌缩回复的周期基本不发生变化.但是,回复区的演化出现了不规则的振荡,在脉冲出现的区域内,由于方波的调制使得由虚光子引起的小锯齿状的振荡发生了突变,

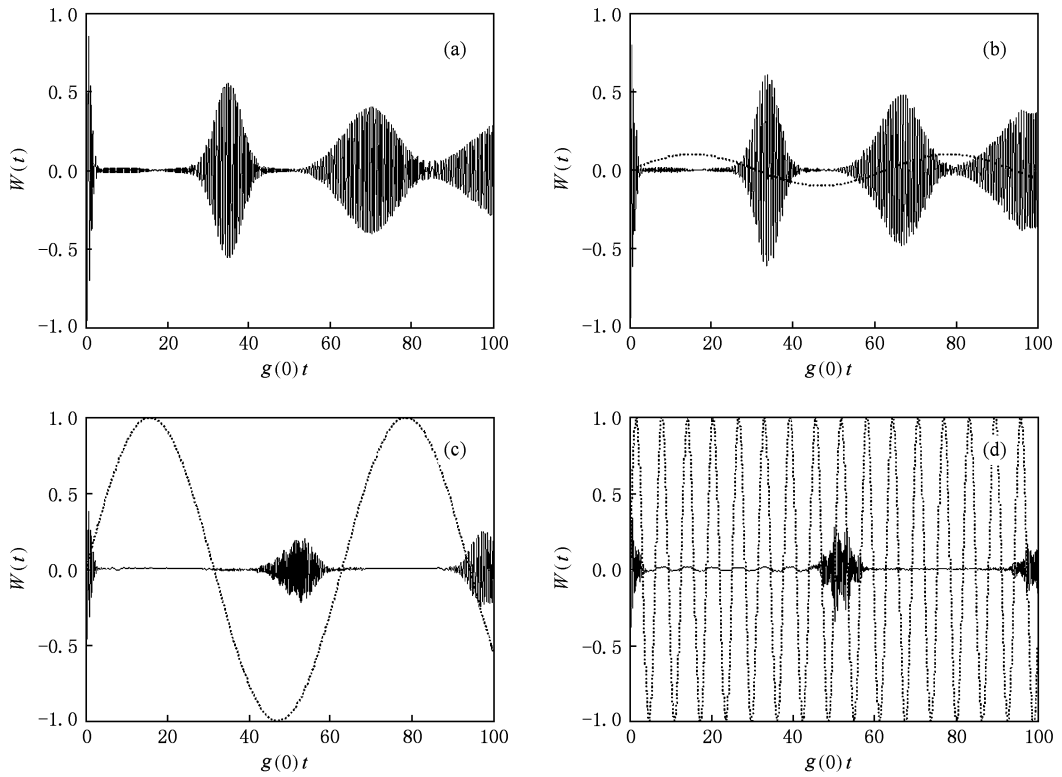


图2 当 $\bar{n} = 30, \omega(0) = \omega_0 = 300g(0)$ 时, 原子布居反转受正弦调制时的演化(实线为原子布居反转的演化, 虚线为光场频率的调制) (a) $\alpha = \beta = 0$; (b) $\alpha = g(0), \beta = 0.1g(0)$; (c) $\alpha = 20g(0), \beta = 0.1g(0)$; (d) $\alpha = 20g(0), \beta = g(0)$

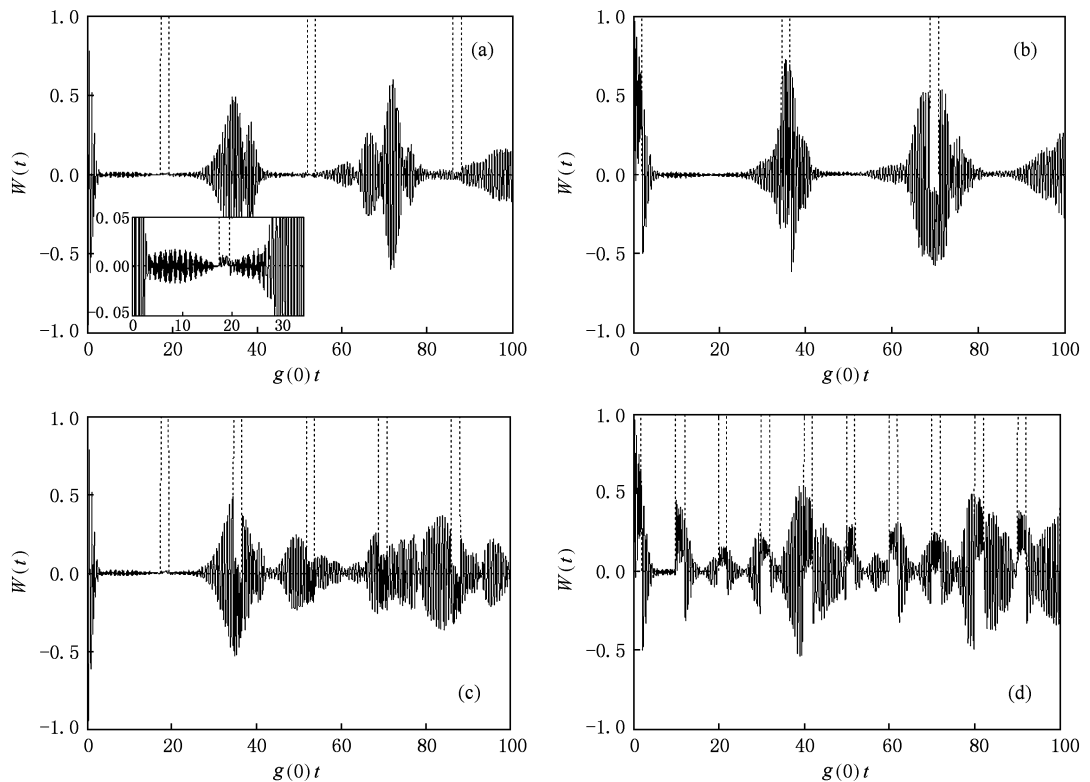


图3 当 $\bar{n} = 30, \omega(0) = \omega_0 = 300g(0), g(0)\tau = 2$ 时, 原子布居反转受方波调制时的演化(实线为原子布居反转的演化, 虚线为光场频率的调制) (a) $g(0)T = 35, g(0)t_0 = 18$; (b) $g(0)T = 35, g(0)t_0 = 0$; (c) $g(0)T = 17, g(0)t_0 = 18$; (d) $g(0)T = 10, g(0)t_0 = 18$.

如图 3(a) 中的小图所示. 我们知道, 光场与原子相互作用时, 由对应各种不同光子数态的各种拉比振荡相干叠加, 产生了布居反转的塌缩与回复现象. 当光场频率受到调制的时候, 这种相干叠加会发生改变, 因此会发生新的塌缩与回复现象. 当脉冲出现在布局反转的回复区时, 如图 3(b) 所示, 在方波调制的作用下出现了新的塌缩区域. 这主要是由于方波的调制作用改变了以前各种拉比振荡的相干叠加性, 即由相干相长变成新的相干相消的过程.

如果脉冲同时出现在回复和塌缩时刻, 如图 3(c) 所示. 除了第一个脉冲的影响很小之外, 其他脉冲都引起了新的塌缩回复现象. 对比图 2(a) 和图 3(c) 可知, 在原子布居塌缩的区域内出现了新的回复现象, 这是由于脉冲的作用改变了以前的拉比振荡相干叠加的效果, 即由相干相消变成相干相长的过程. 当脉冲出现在任意时刻的时候如图 3(d) 所示, 布居反转原有的回复塌缩受到很大的影响, 产生了更多的回复塌缩过程. 以上说明了光场以及耦

合强度随时间的改变对系统的量子动力学行为产生了很大的影响.

4. 结 论

本文利用相干态正交化展开方法, 在非旋波近似下求解了相干态光场与原子相互作用时布居反转随时间的演化. 数值计算的结果表明了, 场频以及耦合强度不随时间变化时, 随着平均光子数的增大, 原子布居反转回复塌缩的周期增大, 随着耦合强度的增大, 虚光子效应引起的快速振荡逐渐增大. 当光场以正弦形式变化时, 布居反转塌缩回复的周期主要受到光场频率调制振幅 α 的影响, 随着调制频率 β 的增大, 布居反转也按照调制频率做正弦振荡. 当光场以方波式变化时, 由于脉冲能够改变不同光子数态各种拉比振荡的相干叠加, 因此方波的调制会使原子的布居反转出现新的回复塌缩现象.

- [1] Jaynes E T, Cummings F W 1963 *Proc. IEEE* **51** 89
- [2] Meschede D, Walther H 1985 *Phys. Rev. Lett.* **54** 551
- [3] Jonas Larson 2007 *Phys. Scr.* **76** 146
- [4] Nouicer K, Chetouani L 2001 *Phys. Lett. A* **281** 218
- [5] Sleane A 1997 *Appl. Phys. B* **64** 623
- [6] Chen M L, Wang S J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4638 (in Chinese) [陈明轮、王顺金 2006 物理学报 **55** 4638]
- [7] Ai L Y, Yang J, Zhang Z M 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5589 (in Chinese) [艾凌艳、杨 健、张智明 2008 物理学报 **57** 5589]
- [8] Zhang Y J, Xia Y J, Ren Y Q, Du X M, Liu Y L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 722 (in Chinese) [张英杰、夏云杰、任延琦 2009 物理学报 **58** 722]
- [9] Kang D P, Ren M, Ma A Q, Qian Z J, Liu S T 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 873 (in Chinese) [康冬鹏、任 珉、马爱群、钱 妍、刘正君、刘树田 2008 物理学报 **57** 873]
- [10] Sun Y H, Hui X Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5584 (in Chinese) [孙宇航、惠小强 2008 物理学报 **57** 5584]
- [11] Zhang G F, Liu J 2007 *Chin. Phys.* **16** 3595
- [12] Liu W Y, An Y Y, Yang Z Y 2007 *Chin. Phys.* **16** 3704
- [13] Castanos O, Lopez R, Manko V I 1994 *Phys. Rev. A* **50** 5209
- [14] Yang C P, Chu S I, Han S Y 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 117902
- [15] Jia F, Xie S Y, Yang Y P 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5835 (in Chinese) [贾 飞、谢双媛、羊亚平 2006 物理学报 **55** 5835]
- [16] Zhang W J, Wang Z G, Xie S Y, Yang Y P 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 2168 (in Chinese) [张婉娟、王志国、谢双媛、杨亚平 2007 物理学报 **56** 2168]
- [17] Yang Y P 2004 *Phys. Rev. A* **69** 053406
- [18] Dolce I, Passante R, Persico F 2006 *Phys. Lett. A* **355** 152
- [19] Ren X Z, Jiang D L, Cong H L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5394 (in Chinese) [任学藻、姜到来、丛红璐、廖 旭 2009 物理学报 **58** 5394]
- [20] Liu T, Wang K L, Feng M 2007 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **40** 1967
- [21] Fan Y X, Liu T, Feng M, Wang K L 2007 *Commun. Theor. Phys.* **47** 781
- [22] Liu T, Feng M, Wang K L 2007 *Commun. Theor. Phys.* **47** 561
- [23] Chen Q H, Zhang Y Y, Liu T, Wang K L 2008 *Phys. Rev. A* **78** 051801
- [24] Ren X Z, Liao X, Huang S W, Wang K L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2680 (in Chinese) [任学藻、廖 旭、黄书文、汪克林 2009 物理学报 **58** 2680]
- [25] Ren X Z, Liao X, Liu T, Wang K L 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2865 (in Chinese) [任学藻、廖 旭、刘 涛、汪克林 2006 物理学报. **55** 2865]
- [26] Liu T, Fan Y X, Huang S W, Wang K L, Wang Y 2007 *Commun. Theor. Phys.* **47** 791
- [27] Irish E K, Gea-Banaoche J, Martin I, Schwab K C 2006 *Phys. Rev. B* **72** 195410

Influence of the field with varying frequency modulation on atomic population inversion in non-rotating-wave approximation *

Liao Xu Cong Hong-Lu Jiang Dao-Lai Ren Xue-Zao[†]

(College of Science, Southwest University of Science and Technology, Mianyang 621010, China)

(Received 18 August 2009; revised manuscript received 18 November 2009)

Abstract

By the method of coherent-state orthogonalization expansion, the evolution of atomic population inversion is investigated in the non-rotating-wave approximation. The numerical results indicate that, when field frequency and coupling do not change with time, the collapse-revival period of population inversion increases with the mean photon number of the field increasing, and the quick oscillation due to virtual photon process increases with couplings strengthening. When the frequency changes with time in the sine form, amplitude α and angle frequency β of the field both have a great influence on atomic population inversion. The sudden jumping of the field frequency can lead to some new collapses and rebibals in the evolution of atomic population inversion. Both of the field frequency forms can have an influence on quick oscillation due to virtual photon process.

Keywords: coherent-state orthogonalization expansion, without rotating wave approximation, atomic population inversion

PACC: 4250

* Project supported by the Natural Science Foundation of China, the Foundation of China Academy of Engineering Physics (Grant No. 1097602/A06).

[†] Corresponding author. E-mail: rxz63@shou.com