

光频段多频率域负折射率材料的数值研究*

童元伟^{1)2)†} 毛 宇¹⁾ 庄松林²⁾

1)(上海理工大学理学院,上海 200093)

2)(上海理工大学光电学院,上海 200093)

(2009 年 10 月 28 日收到;2009 年 12 月 1 日收到修改稿)

利用电介质材料周期性排列构成二维六角结构光子晶体,用平面波展开法研究了二维光子晶体材料各个能级的等频率曲线图,发现此结构光子晶体在多个频段上存在负折射特性,用时域有限差分(finite difference time domain, FDTD)数值计算模拟也得到了相同的结果.

关键词: 光子晶体, 左手化媒质, 负折射, 多频段

PACC: 4270Q, 4225G, 4110H

1. 引 言

1968 年, Veselago 把介电常数(或叫电容率)和磁导率同时为负值的介质称为左手介质^[1], 并指出电磁波在左手介质中会出现异常的现象, 如光的负折射、负的切连科夫效应、反多普勒效应等等. 此后, 这种材料吸引了越来越多人的兴趣^[2-24]. 理论和实验研究表明, 在光子晶体中负折射现象多发生在第一布里渊区中第一能级上方光子禁带边缘. 2004 年 Sudhakaran 等研究发现, 在微波频段的光子晶体中, 存在多频段的负折射现象^[6], 即对于同一结构的光子晶体, 可以在不同频段实现负折射. 本文对光频段光子晶体的多频段负折射特性进行数值研究, 研究结果表明在光频段光子晶体中, 也存在多频段负折射现象.

2. 负折射光子晶体的设计与色散关系分析

以电介质为材料, 无限长圆柱为基本单元, 构成阵列为二维的六角结构光子晶体, 如图 1(a)所示, 设定晶格常数为 a , 数值模拟实验中取 $1 \mu\text{m}$. 选取电介质材料的介电常数为 $\epsilon = 9$, 取介质圆柱的直径为 $2r = 0.4a$. 在空气介质中, 将这些电介质

圆柱排列成六角格子结构的光子晶体平板. 根据能带理论, 可以求得六角格子光子晶体的第一布里渊区结构, 如图 1(b)所示. 图中能带结构以 TE 波作为入射光波, 其 E 偏振方向平行于圆柱轴线方向, 用平面波展开法(plane wave expansion method, PWEM), 对该光子晶体进行能带计算, 获得相应的数值结果, 其中, 沿简约布里渊区三个边界的数值结果绘制于图 1(b)中, 称为光子晶体的能带结构图(或叫色散关系曲线).

从图 1(b)中发现, 二维光子晶体中, 在第一能级和第二能级之间, 存在光子禁带, 频率在这个范围内的电磁波(TE 光波)不能通过此结构的光子晶体. 在此结构的光子晶体中, 光子带隙的归一化中心频率为 $a/\lambda = 0.4$ (a 为晶格常数, λ 为入射波波长). 在禁带频率上方, 是各个不同频段的通带. 从第一布里渊区的波矢图, 可以区分是否存在禁带, 但对于各个通带中是否存在负折射, 却不能清晰地反映. 在第一布里渊区, 可以通过分析各个能级的等频率图, 研究在各个不同能级(频段)中光进入晶体具有的等效折射率问题.

3. 不同能级(频率)的波入射时晶体的等效折射率分析

对于前文设计的二维的六角结构光子晶体, 用

* 国家重点基础研究发展计划(批准号:2005CB724304), 国家自然科学基金(批准号:60777045)资助的课题.

† E-mail: tyw0991@hotmail.com

平面波展开法可以获得其第一布里渊区中各个能级的等频图,其第一能级的等频图如图 2(a)所示,在图 2(a)中可以看出,在第一能级中,从第一布里渊区中心 Γ 出发,无论沿 Γ 到 M 方向,还是沿 Γ 到 K 方向,随着波矢 k 的增加,在光子晶体中传播的 T

E 光波的频率也是增加的,即 $\partial\omega/\partial k > 0$,对应于在晶体中传播的 TE 波的群速度 $v_g = -\nabla_k(\omega) = \partial\omega/\partial k > 0$, TE 波在晶体中传播的等效折射率 $n_{\text{eff}} = c/v_g > 0$. 所以,在第一能级中,各个频率的光波从空气入射到介质时,发生正折射.

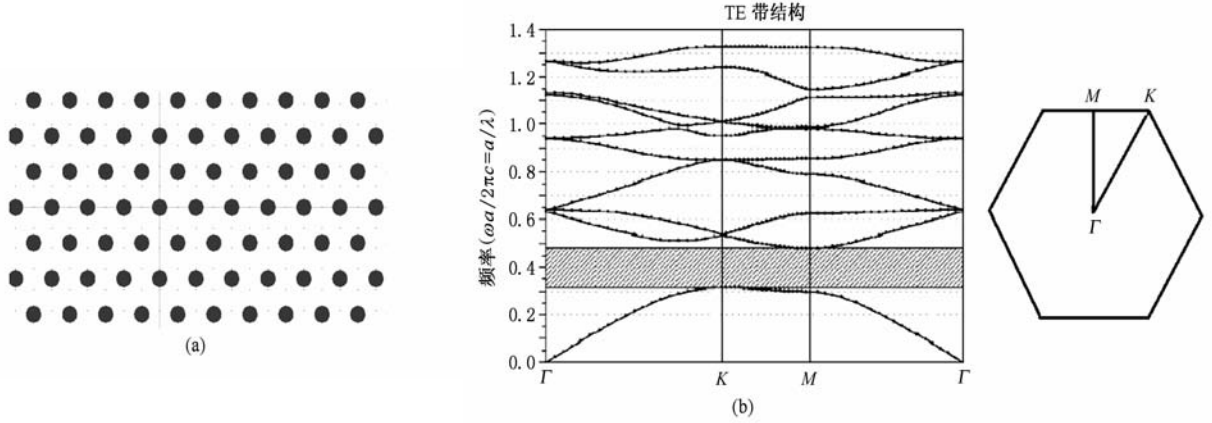


图 1 (a) $2r=0.4a$ 柱子折射率, $n=3$; (b) 第一布里渊区波矢空间, 空间为空气, $n=1$

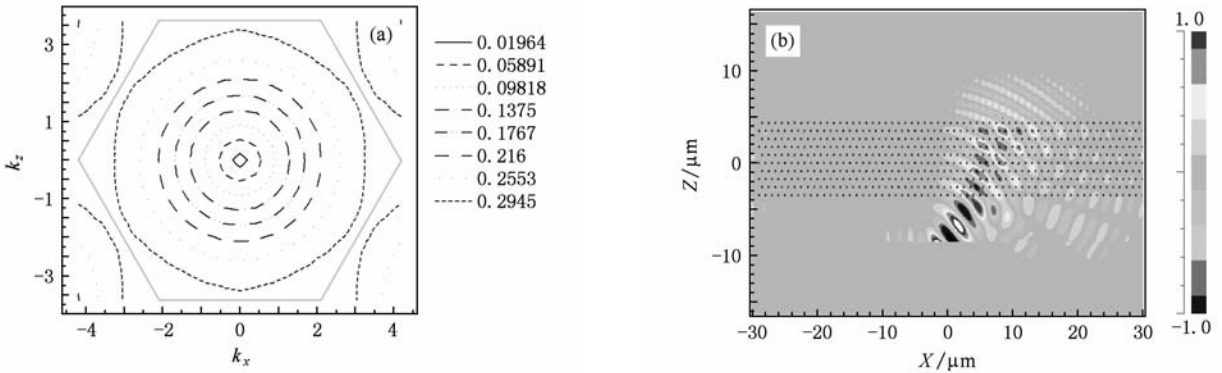


图 2 (a) 第 1 能级的等频图; (b) 入射波长为 $a/0.1767$, 波束宽 $5a$, 入射角 15°

时域有限差分(FDTD)方法,在处理电磁场问题上有其独特的优势. 电磁场与光子晶体相互作用过程,可以使用 FDTD 方法来描绘和模拟,研究光波入射到光子晶体表面发生反射和折射情况. 对应图 2(b),选取入射波归一化频率 $a/\lambda = 0.1767$,入射波波束宽 $5a$,入射角为 15° ,当光从空气入射到二维光子晶体介质面时,发生折射和反射,数值模拟表明在介质面发生正折射,对应光子晶体在此频率具有正的等效折射率.

应于在晶体中传播的 TE 波的群速度 $v_g = -\nabla_k(\omega) = \partial\omega/\partial k < 0$,TE 波在晶体中传播的等效折射率 $n_{\text{eff}} = c/v_g < 0$. 所以,在第 2 能级中,各个频率的光波从空气入射到介质面时,会发生负折射现象.

再分析第一布里渊区第 2 能级的等频图,如图 3(a)所示,从等频率图中可以看出,在第 2 能级中,从布里渊区中心 Γ 出发,无论沿 Γ 到 M 方向,还是沿 Γ 到 K 方向,随着波矢量 k 的增加,在光子晶体中传播的 TE 光波的频率是减小的,即 $\partial\omega/\partial k < 0$,对

对应图 3(b),选取入射波归一化频率 $a/\lambda = 0.5275$,入射波波束宽 $5a$,入射角为 30° ,当光波从空气入射到二维光子晶体介质面时,发生折射和反射. 用 FDTD 方法进行数值模拟,模拟结果如图 3(b)所示,结果表明在介质面发生负折射(即入射光线和折射光线在法线的同侧),对应光子晶体在该频率具有负的等效折射率,折射率接近 -1 .

用同样方法分析第 3 能级在第一布里渊区的等频图,如图 4(a)所示. 在等频率图 4(a)中,从布里渊区中心 Γ 出发,沿 Γ 到 K 方向,随着波矢量 k 的

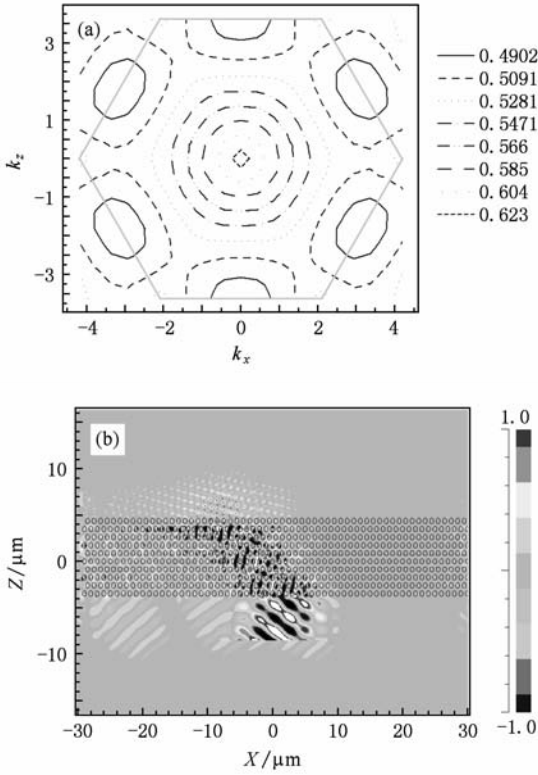


图3 (a)第2能级的等频图；(b)入射波长为 $a/0.5275$ ，波束宽 $5a$ ，入射角 30°

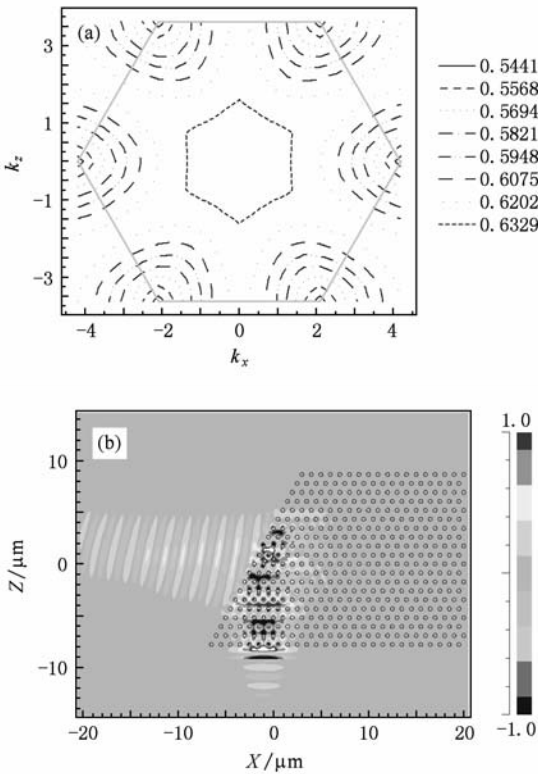


图4 (a)第3能级的等频图；(b)入射波长为 $a/0.5567$ ，波束宽 $5a$

增加,在光子晶体中传播的TE光波的频率也是减小的,即在这个频段, $\partial\omega/\partial k < 0$, 对应于在晶体中传播的TE波的群速度小于零,TE波在晶体中传播的等效折射率 $n_{\text{eff}} = c/v_g < 0$. 所以在第3能级中,对特定方向的入射波也会出现负折射情况.

如图4(b)所示,设计劈尖形光子晶体,选取归一化频率 $a/\lambda = 0.5567$,入射波束宽 $5a$,当TE光波从介质射入空气,入射角为 60° ,在介质和空气分界面发生折射,FDTD数值模拟表明在介质面发生负折射,介质等效折射率接近 -0.5 .

分析更高的能级情况,可以得到第4、第6、第10能级的等频率图,如图5(a),(b),(c)所示,从布里渊区中心 Γ 出发,无论沿 Γ 到 M 方向,还是沿 Γ 到 K 方向,随着波矢量 k 的增加,在光子晶体中传播的TE光波的频率均是增加的,即 $\partial\omega/\partial k > 0$,光波从空气进入介质时,在介质面折射时,对应的等效折射率大于零,即为正折射. 分别选取第4、第6、第10能级的相应频率入射波,归一化频率分别为 $a/\lambda = 0.7303, a/\lambda = 0.9645, a/\lambda = 1.287$,分别如图5(d),(e),(f)所示. FDTD数值模拟表明,在第4、6、10能级,设计的光子晶体具有正的折射率. 对应数值研究的相应频率,其等效折射率分别为 $1, 0.66, 2.72$.

采用同样方法,分析第5、7、9能级的等频率图,如图6(a),(b),(c)所示,从布里渊区中心 Γ 出发,随着波矢量 k 的增加,在光子晶体中传播的TE光波的频率是降低的,即 $\partial\omega/\partial k < 0$,对应的介质等效折射率小于0,入射波入射后应表现为负折射情形. 分别选取第5、7、9能级的相应频率入射波,归一化频率分别为: $a/\lambda = 0.8977, a/\lambda = 1.097, a/\lambda = 1.18$,分别如图6(d),(e),(f)情形分别从空气入射到分界面,用FDTD方法进行数值模拟,模拟研究表明,在第5、7、9能级,我们设计的光子晶体对于入射的TE光波具有等效负折射率. 对应数值研究的相应频率,其折射率分别为 $-1, -0.51, -0.74$.

在我们设计的光子晶体中,也研究了入射光频率位于第8能级的光波从空气入射到光子晶体时的情形,此时光子晶体明显对入射光波具有各向异性,光波入射介质后发散,折射光线不是按特定的角度在介质中传播,而是趋向于发散,因此,不讨论介质针对频率位于第8能级的入射光波的等效折射率问题.

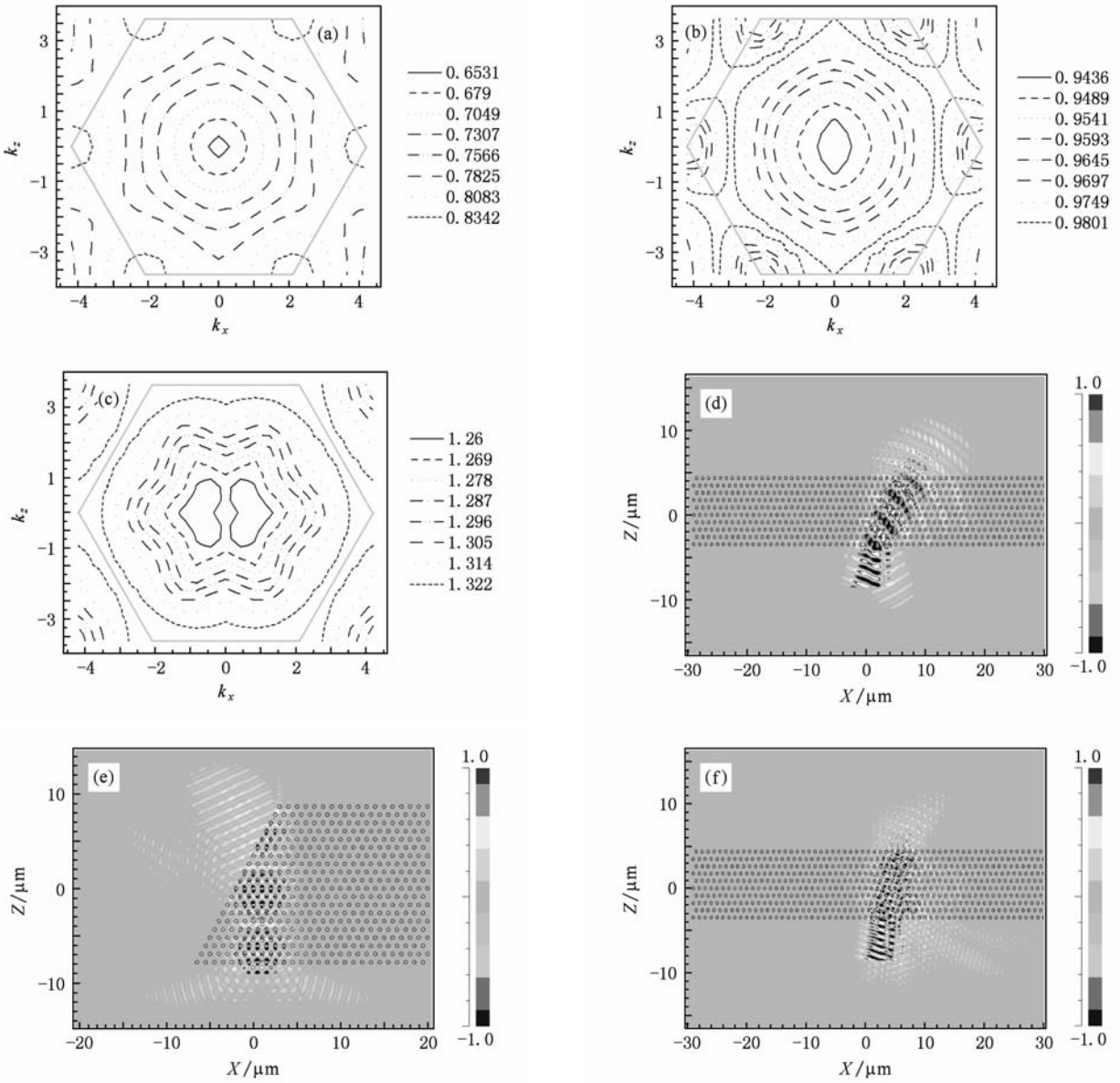


图5 (a)第4能级的等频图；(b)第6能级的等频图；(c)第10能级的等频图；(d)波长为 $a/0.7307$ ，束宽 $5a$ 入射角 $\alpha = 30^\circ$ ；(e)波长为 $a/0.9645$ ，束宽 $5a$ ；(f)波长为 $a/1.287$ ，束宽 $5a$ ，入射角 $\alpha = 45^\circ$

4. 结果与讨论

本文通过合理选取二维光子晶体材料和结构，用平面波展开方法，得到二维光子晶体的第1能级至第10能级的能级图与等频率图。通过对设计材料的第一布里渊区的等频率图分析发现，我们设计的二维光子晶体在各个不同的频率段具有不同的折射率，其中在第2,3,5,7,9等各个通带，在第一布里渊区，通过等频率图分析，随着波矢量 K 的增加入射波的频率是降低的，即对应入射波的进入介质后，群速度与相速反向，表现为光波在两种介质面

折射时，入射光线和折射光线在法线的同侧，材料具有等效负折射率。

利用 FDTD 方法对光波从空气入射到光子晶体表面时的折射反射情形进行数值模拟，模拟结果表明，我们设计的二维光子晶体在第1,4,6,10等各个通带，入射光进入光子晶体时，产生正折射现象，光子晶体对相应波段入射光具有正的折射率。而在第2,3,5,7,9等各个通带，一定频率的入射光进入光子晶体时产生负折射现象，光子晶体对相应波段的入射光具有负的折射率，即同一光子晶体可以实现多个频段的负折射，FDTD 方法的研究结果与等频率图分析方法得到的结论一致。

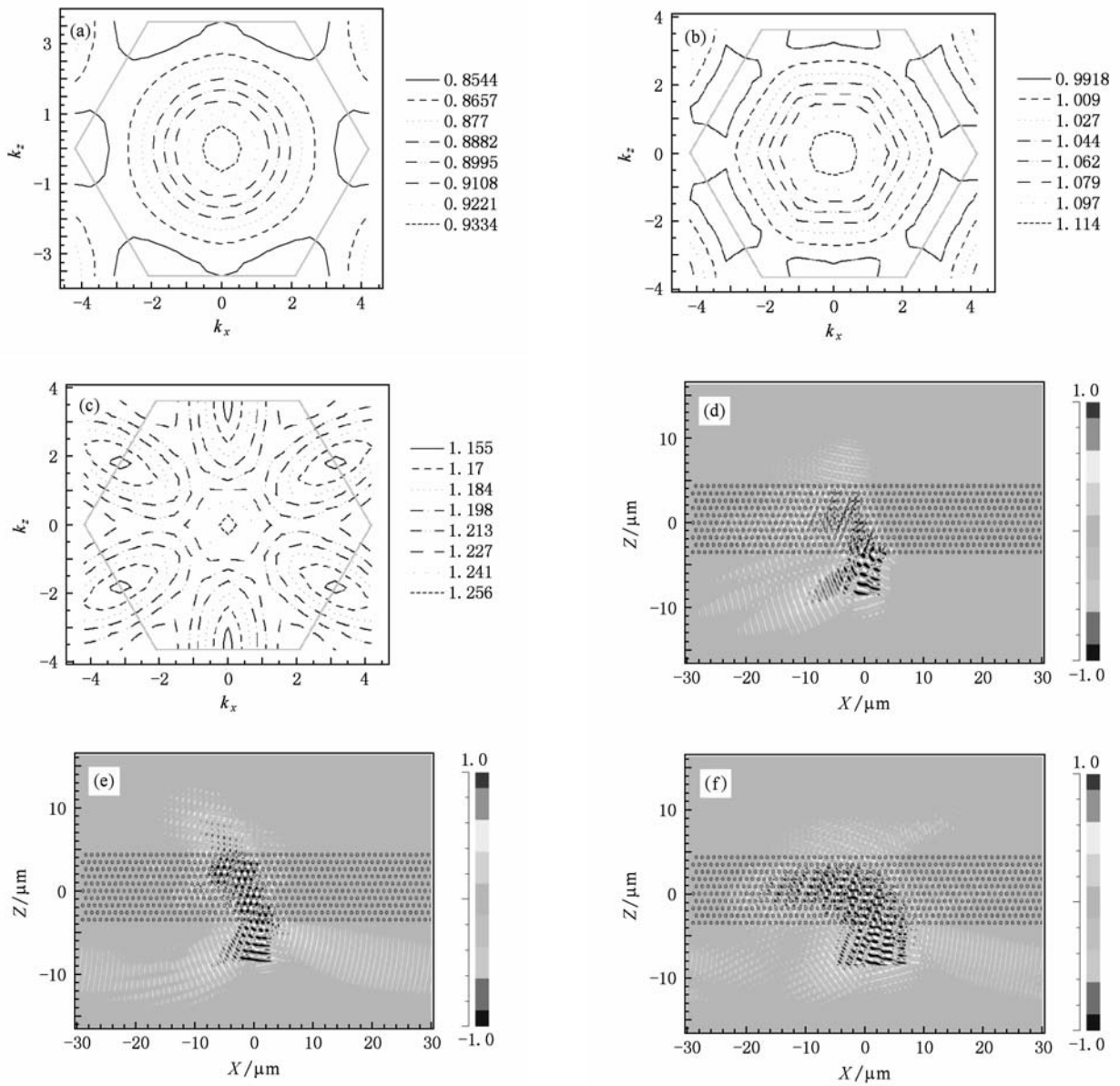


图6 (a)第5能级的等频图; (b)第7能级的等频图; (c)第9能级的等频图; (d)波长为 $a/0.8977$,束宽 $5a$ 入射角 $\alpha=30^\circ$; (e)波长为 $a/1.097$,束宽 $5a$ 入射角 $\alpha=15^\circ$; (f)波长为 $a/1.187$,束宽 $5a$,入射角 $\alpha=30^\circ$

5. 结 论

借助平面波展开方法和时域有限差分(FDTD)方法研究二维光子晶体,通过合理选取介质的结构

和有关参数,可以观察到二维光子晶体中具有明显的负折射情形. 而且研究发现,在同一结构的光子晶体中,在不同波段具有不同的等效折射率,且在多个频率段具有等效负折射率,负折射现象并不局限于禁带边缘的第2能级.

[1] Veselago V G 1968 *J. Sov. Phys. Usp.* **10** 509
 [2] Shelby R A, Smith D R, Schultz S 2001 *Science* **292** 779
 [3] Pendry J B 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 3966
 [4] Smith D R, Padilla W J, Vier D C, Nemat-Nasser, Schultz S C 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 4184

[5] Sudhakaran S, Hao Y, Parini C G 2004 *Micr. and Opti. Tech. Lett.* **41** 258
 [6] Sudhakaran S, Hao Y, Parini C G 2005 *Micr. and Opti. Tech. Lett.* **45** 465
 [7] Parazzoli C G, Gregor R B, Li K, Koltenbah B E C, Tanielian

- M 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 107401
- [8] Markos P, Soukoulis C M 2001 *Phys. Rev. B* **65** 033401
- [9] Kosaka H, Kawashima T, Tomita A, Notomi M, Tamamura T, Sato T, Kawakami S 1998 *Phys. Rev. B* **58** 10096(R)
- [10] Notomi M 2000 *Phys. Rev. B* **62** 10696
- [11] Gralak B, Enoch S, Tayeb G 2000 *J. Opt. Soc. Am. A* **17** 1012
- [12] Luo C, Ibanescu M, Johnson S G, Joannopoulos J D 2003 *Science* **299** 368
- [13] Read E J, Soljacic M, Joannopoulos J D 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 133901
- [14] Foteinopoulou S, Economou E N, Soukoulis C M 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 107402
- [15] Zhang X 2004 *Phys. Rev. B* **70** 195110
- [16] Parimi P V, Lu W T, Vodo P, Sokoloff J, Derov J S, Sridhar S 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 127401
- [17] Luo C, Johnson S G, Joannopoulos J D, Pendry J B 2002 *Phys. Rev. B* **65** 201104(R)
- [18] Li Z Y, Lin L L 2003 *Phys. Rev. B* **68** 245110
- [19] Zhang X 2004 *Phys. Rev. B* **70** 205102
- [20] Cubukcu E, Aydin K, Ozbay E, Foteinopoulou S, Soukoulis C M 2003 *Nature (London)* **423** 604
- [21] Tang S H, Zhu W R, Zhao X P 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3220 (in Chinese) [汤世伟、朱卫仁、赵晓鹏 2009 物理学报 **58** 3220]
- [22] Wang T B, Liu N H 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5878 (in Chinese) [王同标、刘念华 2007 物理学报 **56** 5878]
- [23] Kong L K, Zheng Z Q, Feng Z H, Li X Y, Jiang C H, Ming H 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 7702 (in Chinese) [孔令凯、郑志强、冯卓宏、李小燕、姜翠华、明海 2009 物理学报 **58** 7702]
- [24] Xu F, Bai Y, Qiao L J, Zhao H J, Zhou J 2009 *Chin. Phys. B* **18** 1653

Numerical study on 2-D photonic crystal with negative refractive index at multiple frequency bands^{*}

Tong Yuan-Wei^{1)2)†} Mao Yu¹⁾ Zhuang Song-Lin²⁾

1) (College of Science, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

2) (College of Optical and Electronics Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

(Received 28 October 2009; revised manuscript received 1 December 2009)

Abstract

In this paper, a 2D photonic crystal (PC) with negative refractive index at multi-band is designed. Plane wave expansion method (PWEM) is used to obtain the band diagram and the equal-frequency surface (EFS). And the finite difference time domain (FDTD) simulation method is also used to analyze the equivalent refractive index of the PC. The results from both methods show that the equivalent refractive index of the PC at specific band is negative.

Keywords: photonic crystal, left-handed media, negative refractive index, multi-bands

PACC: 4270Q, 4225G, 4110H

* Project supported by the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant No. 2005CB724304), the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60777045).

† E-mail: tyw0991@hotmail.com