第 59 卷 第 9 期 2010 年 9 月
1000-3290/2010/59(09)/5925-05

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol. 59, No. 9, September, 2010

基于无记忆状态观测器的多时滞不确定非线性系统的自适应控制*

郭 鹏 胡 慧† 刘国荣 胡俊达
（湖南工程学院，湘潭 411101）
（2009 年 10 月 12 日收到；2010 年 3 月 2 日收到修改稿）

针对一类多时滞不确定非线性系统，研究了基于无记忆状态观测器的自适应控制问题. 时滞状态扰动的上界未知，在控制中通过自适应律估计未知参数，并利用估计值设计了不依赖于时滞的无记忆状态观测器和控制器，基于 Lyapunov-Krasovskii 函数证明了观测误差渐近收敛到零. 最后仿真结果说明了该方法的有效性.

关键词： 多时滞，状态观测器，不确定非线性系统，自适应控制
PACC： 0290，0365D，0547

1. 引 言

时滞广泛地存在于过程控制、液压系统、核反应堆等各种物理系统当中，它的存在会影响系统的控制性能，甚至使得系统不稳定，因此对时滞动态系统的稳定性分析和鲁棒控制受到了广泛研究[1—10]. 文献[1—6]对不确定性上界未知的时滞系统进行了自适应鲁棒控制器的研究，通过自适应律估计时滞不确定的上界，并在此基础上设计控制器，但他们所提的控制器中要么包含 Lyapunov 函数缺乏构造性，要么要求系统的状态完全可测. 而在实际中许多非线性系统的状态很难直接测量，文献[7]对一类具有匹配不确定项的时滞系统提出了无记忆的状态反馈控制器，其采用的是反步设计法，设计过程较为复杂. 文献[8]对一类时变时滞不确定系统进行了基于状态观测器的控制器的设计，但其中对不确定性的假设条件较为严格. 文献[9]则对具有时滞状态扰动的不确定系统进行了观测器的设计，并获得了良好的系统性能，但其未给出控制器的设计.

基于以上考虑，本文针对一类多时滞不确定非线性系统，在系统的状态不完全可测及不确定性上界未知的前提下，采用具有 σ 修正项的改进的更新律来估计未知参数，并在此基础上设计了不依赖于时滞的自适应状态观测器和控制器，从而克服了以往要求未知时滞上界已知的条件. 所提的控制器具有具体的表达形式，并可使得观测误差渐近收敛到零，因此更具有实际意义. 最后从理论上和仿真实验上说明了本文方法的有效性.

2. 问题描述

考虑如下一类具有多时滞的不确定非线性动态系统：

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + \sum_{i=1}^{\mu} f_i(x(t-h_i)),\\ y(t) &= Cx(t),\\ x(t) &= \psi(t) \quad t \in [t_0 - \bar{h}, t_0],\end{aligned} \tag{1}$$

其中 $t \in \mathbb{R}$ 为时间，$x(t) \in \mathbb{R}^n$ 为状态当前值，$u(t) \in \mathbb{R}^m$ 为控制向量，$y(t) \in \mathbb{R}^p$ 为输出向量. A, B, C 为适当维数的常量矩阵，$f_i(\cdot)(i \in \{1,2,\cdots,\mu\})$ 为连续的时滞状态扰动，时滞 $h_i(i \in \{1,2,\cdots,\mu\})$ 为任意正常量，$\bar{h} = \max(h_i, i \in \{1,2,\cdots,\mu\})$，初始条件 $\psi(t)$ 在 $t \in [t_0 - \bar{h}, t_0]$ 为连续函数.

本文在假设系统的状态不完全可测的情况下，

* 湖南省自然科学基金（批准号：09JJ3094），湖南省教育厅优秀青年项目（批准号：09B022），湖南省科技计划项目（批准号：2008FJ3029），湖南省高校科技创新团队（复杂控制网络），省市联合自科基金重点项目（批准号：09JJ8006）资助的课题.
† E-mail：onlymyhui@126.com

研究基于观测器的系统自适应控制问题.

假设 1 存在矩阵 L,对称正定矩阵 P 和 Q 满足以下等式:

$$PA + A^{\mathrm{T}}P = -Q,$$
$$B^{\mathrm{T}}P = C. \tag{2}$$

假设 2 存在矩阵 K 及对称正定矩阵 H 和 M 满足

$$H(A+BK) + (A+BK)^{\mathrm{T}}H = -M. \tag{3}$$

假设 3 对任意的 $i\in\{1,2,\cdots,\mu\}$,存在向量函数 $F_i(x(\cdot))$ 使得以下匹配条件成立:

$$f_i(x(\cdot)) = BF_i(x(\cdot)),$$
$$i\in\{1,2,\cdots,\mu\}. \tag{4}$$

其中不确定项 $F_i(x(\cdot))$ 是欧氏范数有界的,并且对任意的 $t\geqslant 0$,存在已知函数 $\rho_i(\cdot)$ 和未知常向量 θ_i^* 使得下式成立:

$$\|F_i(x(\cdot))\| \leqslant (\theta_i^*)^{\mathrm{T}}\rho_i(y(\cdot)),$$
$$i\in\{1,2,\cdots,\mu\}, \tag{5}$$

其中 $\rho_i(\cdot) = [\rho_{i1}(\cdot)\quad \rho_{i2}(\cdot)\quad \cdots\quad \rho_{il_i}(\cdot)]^{\mathrm{T}}$, $\theta_i^* = [\theta_{i1}\quad \theta_{i2}\quad \cdots\quad \theta_{il_i}]^{\mathrm{T}}$. 并对任意的 $i\in\{1,2,\cdots,\mu\}$, $\rho_{ij}(y)>0$. 不失一般性,引入以下定义:

$$\phi^* = \sum_{i=1}^{\mu}\eta_i\|\theta_i^*\|^2, \tag{6}$$

其中 $\eta_i(i\in\{1,2,\cdots,\mu\})$ 为任意正常量,并由(6)式可知, ϕ^* 仍为未知量.

3. 观测器与控制器设计

定义观测误差为

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t), \tag{7}$$

其中 $\hat{x}(t)$ 为状态的估计值. 针对系统(1)提出一类独立于时滞的鲁棒状态观测器如下形式:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu + \frac{1}{2}B\hat{\phi}(t)(y(t) - C\hat{x}(t))$$
$$+ BE(\hat{x}(t),y(t),\hat{\phi}(t),t), \tag{8}$$

其中 $E(\cdot)$ 为附加的连续有界函数向量,具体为

$$E(\hat{x}(t),y(t),\hat{\phi}(t),t)$$
$$= \frac{1}{2}\frac{\hat{\phi}^2(t)Ce(t)}{\|Ce(t)\|\hat{\phi}(t)+\sigma_0(t)}$$
$$+ \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{\mu}\frac{\|\rho_i(y(t))\|^4 Ce(t)}{\|Ce(t)\|\,\|\rho_i(y(t))\|^2+\sigma_i(t)}, \tag{9}$$

其中 $\sigma_i(t)\in\mathbb{R}^+$ 为一致连续有界函数,其满足

$$\lim_{t\to\infty}\int_{t_0}^{t}\sigma_i(\tau)\mathrm{d}\tau \leqslant \bar{\sigma}_i < +\infty,$$
$$i = 0,1,\cdots,\mu. \tag{10}$$

自适应参数 $\hat{\phi}(t)\in\mathbb{R}^+$ 是未知参数 $\phi^*\in\mathbb{R}^+$ 的估计值,其自适应律如下:

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\phi}(t)}{\mathrm{d}t} = -\gamma\sigma_0(t)\hat{\phi}(t)$$
$$+ \gamma\|Ce(t)\|, \tag{11}$$

其中 γ 为正常量. 提出的基于观测器(8)的控制器如下:

$$u = K\hat{x}(t) - \frac{1}{2}\hat{\phi}(t)(y - C\hat{x}(t))$$
$$- E(\hat{x}(t),y(t),\hat{\phi}(t),t). \tag{12}$$

考虑(1)式、(7)式和(8)式可得系统观测误差方程为

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t)$$
$$= Ae(t) + \sum_{i=1}^{\mu}f_i(x(x-h_i))$$
$$- \frac{1}{2}B\hat{\phi}(t)(y - C\hat{x}(t))$$
$$- BE(\hat{x}(t),y(t),\hat{\phi}(t),t). \tag{13}$$

另外,定义 $\tilde{\phi}(t) = \hat{\phi}(t) - \phi^*$,由(10)式可得

$$\frac{\mathrm{d}\tilde{\phi}(t)}{dt} = -\gamma\sigma_0(t)\tilde{\phi}(t)$$
$$+ \gamma\|Ce(t)\| - \gamma\sigma_0(t)\phi^*. \tag{14}$$

4. 系统稳定性分析

定理 1 考虑满足假设 1 与假设 2 的多时滞不确定非线性系统(1),那么在控制器(12)及参数自适应律(11)的作用下,观测误差渐近收敛到零,即 $\lim_{t\to\infty}e(t) = 0$.

证明 定义如下形式的 Lyapunov-Krasovskii 候选函数:

$$V(e,\tilde{\phi},\hat{x}) = e^{\mathrm{T}}Pe + \frac{1}{2\gamma}\tilde{\phi}^2 + \sum_{i=1}^{\mu}\int_{t-h_i}^{t}\|Ce(\tau)\|$$
$$\times\rho_i^{\mathrm{T}}(y(\tau))\rho_i(y(\tau))\mathrm{d}\tau, \tag{15}$$

其中 P 为方程(2)的正定解. 对(15)式沿着(13)和(14)式对时间求导可得

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} &= 2e^{\mathrm{T}}P\left(Ae + \sum_{i=1}^{\mu} f_i(x(t-h_i)) - \frac{1}{2}B\hat{\phi}(t)(y - C\hat{x}) - BE(\cdot)\right) + \frac{1}{\gamma}\tilde{\phi}\dot{\tilde{\phi}} \\
&\quad + \sum_{i=1}^{\mu}\left[\|Ce(t)\|\rho_i^{\mathrm{T}}(y(t))\rho_i(y(t)) - \|Ce(t-h_i)\|\rho_i^{\mathrm{T}}(y(t-h_i))\rho_i(y(t-h_i))\right] \\
&= e^{\mathrm{T}}[PA + A^{\mathrm{T}}P]e + \|Ce(t)\|\sum_{i=1}^{\mu}\rho_i^{\mathrm{T}}(y(t))\rho_i(y(t)) + \frac{1}{\gamma}\tilde{\phi}\dot{\tilde{\phi}} \\
&\quad + 2\sum_{i=1}^{\mu} e^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}}F_i(x(t-h_i)) - 2e^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}}E(\cdot) - \hat{\phi}(t)e^{\mathrm{T}}PB(y - C\hat{x}) \\
&\quad - \sum_{i=1}^{\mu}\|Ce(t-h_i)\|\,\|\rho_i(y(t-h_i))\|^2 \\
&\leqslant -e^{\mathrm{T}}Qe + 2\|Ce(t)\|\sum_{i=1}^{\mu}\theta_i^{*}\|\rho_i(y(t-h_i))\| - 2e^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}}E(\cdot) \\
&\quad + \|Ce(t)\|\sum_{i=1}^{\mu}\|\rho_i(y(t))\|^2 - \sum_{i=1}^{\mu}\|Ce(t-h_i)\|\,\|\rho_i(y(t-h_i))\|^2 \\
&\quad + \frac{1}{\gamma}\tilde{\phi}\dot{\tilde{\phi}} - \hat{\phi}(t)e^{\mathrm{T}}PB(y - C\hat{x}).
\end{aligned} \tag{16}
$$

注意到对任意的正常量 η，有如下关系：

$$2X^{\mathrm{T}}Y \leqslant \eta X^{\mathrm{T}}X + \eta^{-1}Y^{\mathrm{T}}Y, \quad \forall X, Y \in \mathbb{R}^{l}. \tag{17}$$

考虑(17)式，有

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} &\leqslant -e^{\mathrm{T}}Qe + \phi^{*}\|Ce(t)\| - 2e^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}}E(\cdot) \\
&\quad + \|Ce(t)\|\sum_{i=1}^{\mu}\|\rho_i(y(t))\|^2 \\
&\quad + \frac{1}{\gamma}\tilde{\phi}\dot{\tilde{\phi}} - \hat{\phi}\|B^{\mathrm{T}}Pe\|^2 \\
&\quad - \sum_{i=1}^{\mu}\left[\|Ce(t-h_i)\| - \eta_i^{-1}\|Ce(t)\|\right] \\
&\quad \times \|\rho_i(y(t-h_i))\|^2,
\end{aligned} \tag{18}
$$

其中 $\eta_i(i \in \{1,2,\cdots,\mu\})$ 为正常量，使得下式成立：

$$\|Ce(t-h_i)\| - \eta_i^{-1}\|Ce(t)\| \geqslant 0. \tag{19}$$

同时考虑到 $\hat{\phi}(t) \in \mathbb{R}^{+}$，由此可得

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} &\leqslant -e^{\mathrm{T}}Qe + \hat{\phi}\|Ce(t)\| - \sigma_0(\tilde{\phi}^2 + \tilde{\phi}\phi^{*}) \\
&\quad - \frac{\hat{\phi}^2(t)\|Ce(t)\|^2}{\|Ce(t)\|\hat{\phi}(t) + \sigma_0(t)} \\
&\quad + \|Ce(t)\|\sum_{i=1}^{\mu}\|\rho_i(y(t))\|^2 \\
&\quad - \sum_{i=1}^{\mu}\frac{\|\rho_i(y(t))\|^4\|Ce(t)\|^2}{\|Ce(t)\|\,\|\rho_i(y(t))\|^2 + \sigma_i(t)}.
\end{aligned} \tag{20}
$$

考虑如下不等式关系：

$$0 \leqslant \frac{ab}{a+b} \leqslant a, \quad \forall a, b > 0,$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} &\leqslant -e^{\mathrm{T}}Qe + \sigma_0(t) + \sum_{i=1}^{\mu}\sigma_i(t) \\
&\quad - \sigma_0(t)(\tilde{\phi}^2 + \tilde{\phi}\phi^{*}) \\
&\leqslant -e^{\mathrm{T}}Qe + \sigma_0(t)\left[1 + \frac{1}{4}|\phi^{*}|^2\right] \\
&\quad + \sum_{i=1}^{\mu}\sigma_i(t).
\end{aligned} \tag{21}
$$

记 $\tilde{e}(t) = [e^{\mathrm{T}}(t) \quad \tilde{\phi}(t)]^{\mathrm{T}}$，$\varepsilon = 1 + \frac{1}{4}|\phi^{*}|^2$，那么对任意的 $t \geqslant t_0$，有

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}V(\tilde{e}(t))}{\mathrm{d}t} &\leqslant -\lambda_{\min}(Q)\|e(t)\|^2 \\
&\quad + \varepsilon\sigma(t),
\end{aligned} \tag{22}
$$

其中 $\sigma(t) = \sum_{i=0}^{\mu}\sigma_i(t)$. 另外，根据(15)式，对任意的 $t \geqslant t_0$ 有

$$
\begin{aligned}
\zeta_1(\|\tilde{e}(t)\|) &\leqslant V(\tilde{e}(t)) \\
&\leqslant \zeta_2(\|\tilde{e}(t)\|),
\end{aligned} \tag{22}
$$

其中

$$
\begin{aligned}
\zeta_1(\|\tilde{e}(t)\|) &= \delta_{\min}\|\tilde{e}(t)\|^2, \\
\zeta_2(\|\tilde{e}(t)\|) &= \delta_{\min}\|\tilde{e}(t)\|^2 \\
&\quad + \bar{h}\sum_{i=1}^{\mu}\sup_{\tau \in [t-h_i, t]}\{\|Ce(\tau)\| \\
&\quad \times \|\rho_i(y(\tau))\|^2\},
\end{aligned}
$$

$\delta_{\min}$，$\delta_{\max}$ 为正常量，那么由(22)，(23)式，以及根据

文献[10]的方法,可知观测误差渐近收敛到零,即 $\lim_{t\to\infty} e(t)=0$,达到了控制目标.

5. 仿真研究

考虑如下时滞不确定非线性系统:

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 0 & -3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ -1\end{bmatrix}u + \sum_{i=1}^{3} f_i(x(t-h_i)),$$

$$y=[1\quad 0]x, \tag{24}$$

其中

$$f_1(x(t-h_1))=\begin{bmatrix}-\theta_1\cos^2(x_1(t-h_1))\\ \theta_1\cos^2(x_1(t-h_1))\end{bmatrix},$$

$$f_2(x(t-h_2))=\begin{bmatrix}2\theta_2\cos(x_2(t-h_2))\\ -2\theta_2\cos(x_2(t-h_2))\end{bmatrix},$$

$$f_3(x(t-h_3))=\begin{bmatrix}3\theta_3\sin^2(x_1(t-h_3))\\ -3\theta_3\sin^2(x_1(t-h_3))\end{bmatrix},$$

其中 $\theta_i, i=1,2,3$ 为未知参数.

选择矩阵 $Q=\begin{bmatrix}8 & 3\\ 3 & 4\end{bmatrix}$,解方程(2),可得解矩阵 $P=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}$. 并易于验证时滞项满足假设条件(3). 选择矩阵 $K=[-1\quad -5]$,初始参数 $h_1=1, h_2=2, h_3=3, \sigma_0(t)=\sigma_1(t)=\sigma_2(t)=\sigma_3(t)=20\exp(0.5t), \gamma=5$. 初始条件选为 $x(0)=[3\quad 2]^{\mathrm{T}}$, $\hat{x}(0)=[2.6\quad 1]^{\mathrm{T}}$. 采用MATLAB进行仿真实验,实验结果如图1所示.

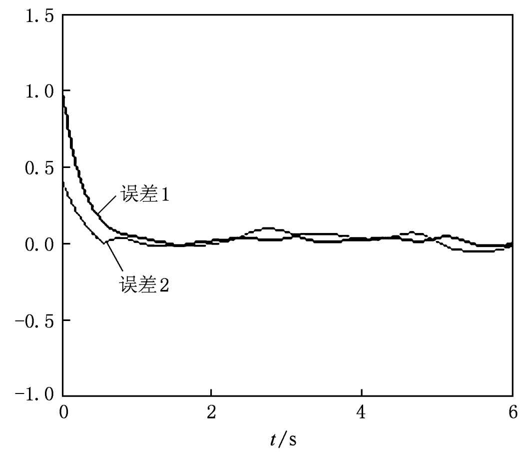

图1 状态观测误差曲线

由图1可知,所提的控制器使得观测误差渐近收敛到零,达到了预期的控制目标.

6. 结 论

本文针对一类多时滞不确定非线性系统,提出了基于无记忆状态观测器的自适应控制器. 该方案克服了以往要求系统状态完全可测及不确定性上界已知的条件,观测器及控制器均不依赖于未知时滞,并且所提的控制器具有具体的表达形式,这在实际中具有较好的应用前景. 基于 Lyapunov-Krasovskii 函数证明了观测误差渐近收敛到零. 仿真结果说明了方法的有效性.

[1] Wu M, Zhang L B, He Y 2005 *Control Theory and Applications* **22** 114 (in Chinese) [吴 敏、张凌波、何 勇 2005 控制理论与应用 **22** 114]

[2] Wu M, Zhang L B, Liu G P 2005 *Control Theory and Applications* **22** 775 (in Chinese) [吴 敏、张凌波、刘国平 2005 控制理论与应用 **22** 775]

[3] Wen J, Wu M, Zhang L B 2004 *Journal of Circuits and Systems* **9** 100 (in Chinese) [文 静、吴 敏、张凌波 2004 电路与系统学报 **9** 100]

[4] Wu H S 2009 *Automatica* **45** 1979

[5] Luo Y P, Deng F Q, Li A P 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 637 (in Chinese) [罗毅平、邓飞其、李安平 2007 物理学报 **56** 637]

[6] Ma Y C, Huang L F, Zhang Q L 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3474 (in Chinese) [马跃超、黄丽芳、张庆灵 2007 物理学报 **56** 3474]

[7] Hua C C, Wang Q G, Guan X P 2008 *IEEE Transactions on automatic control* **53** 801

[8] Hua C C, Li F L, Guan X P 2006 *Information Sciences* **176** 201

[9] Wu H S 2009 *IEEE Transactions on automatic Control* **54** 1407

[10] Wu H S 2004 *IEEE Transactions on automatic Control* **49** 611

Memoryless state observer-based adaptive control for uncertain nonlinear systems with multiple time delays*

Guo Peng　Hu Hui†　Liu Guo-Rong　Hu Jun-Da

(*Hunan Institute of Engineering, Xiangtan*　411101, *China*)

(Received 12 October 2009; revised manuscript received 2 March 2010)

Abstract

In this paper, the problem of adaptive control based on memoryless state observer is considered for uncertain nonlinear systems with multiple time delays. The upper bound of the time-delay state disturbance is unknown. And an adaptive law is proposed to estimate the unknown parameter of the disturbance, and the estimated value is used to design a memoryless state observer and controller, which are both independent of time-delay. Based on the Lyapunov-Krasovskii function, it is shown that the observation error can converge asymtotically to zero. Simulation results illustrate the applicability of this method.

Keywords: multiple time delay, state observer, uncertain nonlinear, adaptive control

PACC: 0290, 0365D, 0547

* Project supported by Provincial Natural Science Fundation of Hunan, China (Grant No. 09JJ3094), the Research Foundation of Education Bureau of Hunan Province, China (Grant No. 09B022), the Science-Technology Project of Hunan Province, China (Grant No. 2008FJ3029), STIT of Universities of Hunan Province, China (Composite ANN Control), Provincial Natural Science Fundation of Hunan, China (Grant No. 09JJ8006).

† E-mail: onlymyhui@126.com