

# 简易混沌振荡器的混沌特性及其 反馈控制电路的设计\*

史正平<sup>†</sup>

(福州大学数学与计算机科学学院, 福州 350108)

(2009 年 8 月 25 日收到; 2009 年 12 月 30 日收到修改稿)

研究了一个新的简易混沌振荡电路系统的稳定性和混沌特性, 从理论上推导了该混沌振荡电路系统的稳定和混沌的条件, 并对该系统进行了精确反馈线性化控制. 最后, 通过电路仿真实验和硬件实验验证了理论分析的准确性.

**关键词:** 混沌振荡器, 稳定条件, 混沌, 反馈控制

**PACC:** 0545

## 1. 引 言

自从 20 世纪 60 年代<sup>[1]</sup>发现混沌以来, 混沌系统的构造和控制问题已成为科学界的一个重要的研究热点, 具有代表性的有 Chua<sup>[2]</sup>, Sprott<sup>[3]</sup>, Chen<sup>[4]</sup>, Lü<sup>[5]</sup> 等人提出的一系列新的混沌系统. 最近几年, 这方面的研究又取得了一些新的进展, 如文献[6—10]研究了混沌或超混沌系统的各种同步方法, 文献[11]构造了一个新的超混沌系统, 文献[12]对超混沌 Chen 系统进行了无源控制和同步研究. 文献[13]则构建了一类关联且有多种切换方式的超混沌系统. 文献[14]对一个改进的超混沌系统在混沌和超混沌状态之间转变的方法做了详细分析. 将混沌的构造和控制方法应用于混沌电路设计是混沌科学众多应用领域的热点之一, 也是国内外学者们关注的课题. 如文献[15]构造了一个四阶 Colpitts 混沌振荡器, 文献[16]系统阐述了关于四维多涡卷混沌吸引子电路的理论设计方法, 文献[17]则利用并联电感的方法研究了 van der Pol-Duffing 电路的稳定和混沌行为. 1996 年, Tamaševičius 等人提出了一个简易的 4D 超混沌振荡器<sup>[18]</sup>, 如图 1(a) 所示, 本文在此基础上对模型进行简化构造了一个更为简单的混沌振荡器, 如图 1(b) 所示. 文献[18]

仅对模型做了数值仿真实验, 缺乏一定的理论支持. 本文从理论分析、数值仿真和硬件实验多方面对电路系统的稳定性和混沌特性及混沌控制做了进一步深入研究, 得到了维持系统稳定和诱发系统混沌的条件.

## 2. 混沌振荡器的特性分析

文献[18]考虑电路中唯一的非线性器件二极管为理想二极管, 将它的开关特性用阶跃函数近似模拟, 但若将电感  $L_1$  和电阻  $R_2$  去掉, 此时电路如图 1(b) 所示, 这种情况下用近似伏安特性的指数型二极管对通过二极管的电流进行估计比理想二极管更为精确. 相比文献[18], 本文使用更少的器件保证更低功耗的前提下同样能激发系统至混沌状态.

由于二极管的伏安特性可以用如下的数学函数来表示:

$$i_D = I_R (e^{V_D/V_T} - 1), \quad (1)$$

其中,  $i_D$  是通过二极管的电流,  $V_D$  是加在二极管两端的电压,  $I_R$  是二极管的反向饱和电流,  $V_T$  是温度的电压当量, 在室温下通常取  $V_T = 26$  mV 左右. 因此改进后的混沌振荡器状态方程如下:

$$C_1 \frac{dV_{c_1}}{dt} = \frac{V_{c_1}}{R_1} - I_L$$

\* 国家自然科学基金(批准号:60574031)、福建省教育厅基金(批准号:JA09022)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: shizhp@126.com

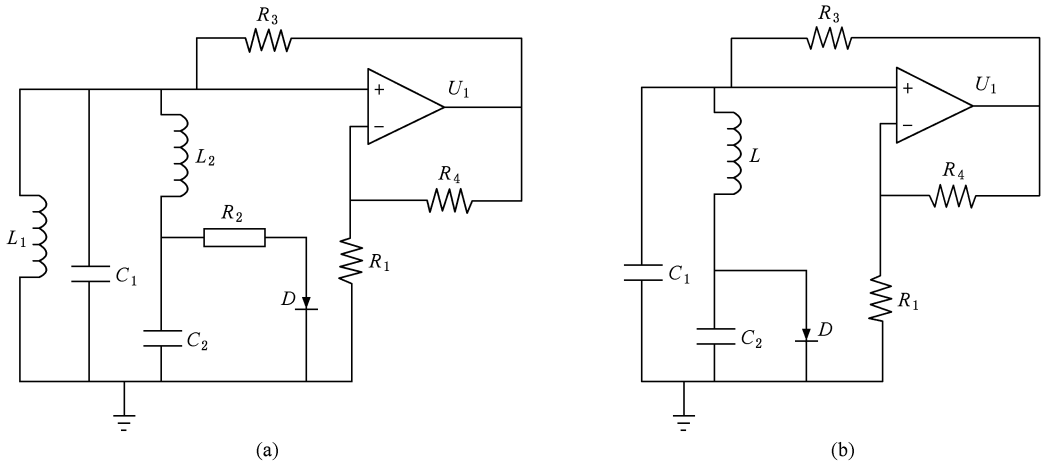


图1 简易混沌振荡器电路图 (a) 简易的4D超混沌振荡器;(b) 简易的3D混沌振荡器

$$L_2 \frac{dI_L}{dt} = V_{C_1} - V_{C_2},$$

$$C_2 \frac{dV_{C_2}}{dt} = I_L - I_R(e^{V_D/V_T} - 1), \quad (2)$$

式中  $V_{C_1}, V_{C_2}$  分别是电容  $C_1$  和  $C_2$  两端的电压,  $I_L$  是通过电感  $L$  的电流. 对(2)进行无量纲处理, 引入定义:  $x = V_{C_1}/V_T, z = \rho I_L/V_T, v = V_{C_2}/V_T, \rho = \sqrt{L/C_1}, a = \rho/R_1, b = \rho I_R/V_T, \tau = t/\sqrt{LC_1}, c = 1, d = C_1/C_2$ . 由此方程组(2)就可以化成以下的无量纲形式:

$$\frac{dx}{d\tau} = ax - z,$$

$$\frac{dz}{d\tau} = c(x - v),$$

$$\frac{dv}{d\tau} = d[z - b(e^v - 1)]. \quad (3)$$

显然(3)式是一个一阶非线性自治系统. 为求系统(3)的平衡点, 建立方程组

$$ax - z = 0,$$

$$c(x - v) = 0,$$

$$d[z - b(e^v - 1)] = 0. \quad (4)$$

最终可以得到一个关于  $v$  的方程  $av - b(e^v - 1) = 0$ . 这一方程有无穷多组解, 但我们只需要得到实数解, 可以用作图的方式估计它的实数解集, 如图2所示. 从图中可以看出, 两函数曲线的交点至多只有两个, 其中必有一个是  $v = 0$ , 而另一个交点是否存在要视直线斜率  $a/b$  的情况而定. 显然, 当  $a/b \leq 1$  时, 两者有且仅有一个交点  $v = 0$ ; 当  $a/b > 1$  时有两个交点:  $v = 0$  和  $v = [-b - aW_{-1}(-be^{-b/a}/a)]/a$ , 其中记  $-W_{-1}(-1/k)$  为  $e^x = kx (k > 0)$  的实数解. 因

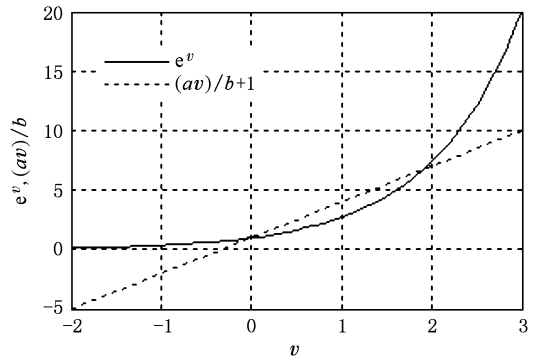


图2  $e^v$  与  $(av)/b + 1$  的函数曲线图

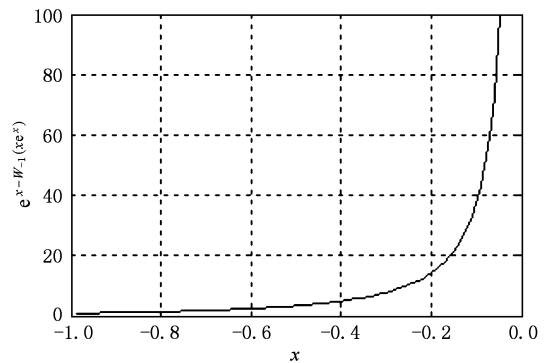


图3  $e^{x-W_{-1}(xe^x)}$  的函数曲线图

此(4)式的两组解集是

$$x = 0, \quad z = 0, \quad v = 0, \quad (5)$$

或

$$x = [-b - aW_{-1}(-be^{-b/a}/a)]/a,$$

$$z = -b - aW_{-1}(-be^{-b/a}/a),$$

$$v = [-b - aW_{-1}(-be^{-b/a}/a)]/a. \quad (6)$$

当  $a/b \leq 1$  时, 系统 (3) 仅有 (5) 式一个平衡点; 当  $a/b > 1$  时, 系统 (3) 有 (5), (6) 两个平衡点. 系统 (3) 在平衡点 (5) 的特征矩阵为

$$\begin{pmatrix} a & -1 & 0 \\ c & 0 & -c \\ 0 & d & -bd \end{pmatrix}, \quad (7)$$

对应的特征方程是

$$A_3 + A_2\lambda + A_1\lambda^2 + A_0\lambda^3 = 0, \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} A_0 &= 1, \\ A_1 &= -a + bd, \\ A_2 &= c - abd + cd, \\ A_3 &= (-a + b)cd. \end{aligned}$$

根据 Routh-Hurwitz 稳定判据, 系统 (3) 在平衡点 (5) 稳定的充分必要条件是

$$\begin{aligned} A_1 &= -a + bd > 0, \\ \frac{A_1 A_2 - A_3}{A_1} &= \frac{(-a + bd)(c - abd + cd) - (-a + b)cd}{-a + bd} > 0, \\ A_3 &= (-a + b)cd > 0. \end{aligned} \quad (9)$$

解不等式 (9), 可得到一个复杂的解集

$$\begin{aligned} &\left( \{0 < d \leq 1\} \cap \{a > 0\} \cap \left\{ b > \frac{a}{d^2} \right\} \right. \\ &\quad \left. \cap \left\{ c > \frac{a^2 bd - ab^2 d^2}{a - bd^2} \right\} \right) \\ &\cup \left( \{d > 1\} \cap \{a > 0\} \cap \{b > a\} \right. \\ &\quad \left. \cap \left\{ c > \frac{a^2 bd - ab^2 d^2}{a - bd^2} \right\} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

因此 (10) 式是 (3) 式在  $a > 0, b > a$  前提下稳定的充要条件.

根据 LyaPunov 指数的计算公式<sup>[19]</sup>, 一般来说, 如果 (8) 式的解中有两个实部为正的共轭复根, 同时有一个负实根或实部为负的复数根, 那么系统 (3) 有可能会产生混沌. 因此要使 (8) 式有两个正实部根, 其对应的 Hurwitz 多项式的各项系数要改变两次符号. 已知  $B_0 = 1 > 0$ , 那么剩下的三个系数符号有以下三种可能:  $(+, -, +), (-, +, +), (-, -, +)$ . 根据这些条件, 解不等式的结果为

$$\begin{aligned} &\{a > 0\} \cap \left( \left( \{0 < d < 1\} \right. \right. \\ &\quad \cap \left( \left( \left\{ a < b < \frac{a}{d} \right\} \cap \{c > 0\} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \cap \left\{ c \neq \frac{a^2 bd - ab^2 d^2}{a - bd^2} \right\} \right) \right) \\ &\quad \cup \left( \left\{ \frac{a}{d} < b \leq \frac{a}{d^2} \right\} \cap \{c > 0\} \right) \\ &\quad \cup \left( \left\{ b > \frac{a}{d^2} \right\} \right. \\ &\quad \left. \cap \left\{ 0 < c < \frac{a^2 bd - ab^2 d^2}{a - bd^2} \right\} \right) \right) \\ &\quad \cup \left( \{d \geq 1\} \cap \{b > a\} \right. \\ &\quad \left. \cap \left\{ 0 < c < \frac{a^2 bd - ab^2 d^2}{a - bd^2} \right\} \right). \end{aligned} \quad (11)$$

上式是系统 (3) 产生混沌的必要条件, 但不是充分条件, 因为不是所有满足该条件的解都能产生混沌. 对比 (10) 与 (11) 式易知,  $c = (a^2 bd - ab^2 d^2)/(a - bd^2)$  时, (8) 式一定存在实部为 0 的特征根 (即纯虚数根), 因此这个值可看作是  $b > a > 0$  前提下稳定与不稳定状态的临界点. 由 (11) 式, 特别地, 当  $d = 1$  时,  $(a^2 bd - ab^2 d^2)/(a - bd^2) = ab$ , 由此提示我们可以简化 (11) 式的部分条件, 事实上很容易证得当满足  $d \geq 1$  且  $b > a > 0$  时,  $(a^2 bd - ab^2 d^2)/(a - bd^2) < ab$  总是成立的. 而且  $d$  值取得越大,  $(a^2 bd - ab^2 d^2)/(a - bd^2)$  越靠近  $ab$ , 当  $d$  值取得足够大时,  $(a^2 bd - ab^2 d^2)/(a - bd^2) \approx ab$ . 这点可以从

$$\lim_{d \rightarrow \infty} [(a^2 bd - ab^2 d^2)/(a - bd^2)] = ab \quad (12)$$

得到印证. 相比  $0 < d < 1$  的情形,  $d \geq 1$  的情况没那么复杂. 而且  $0 < d < 1$  时, 存在的一个唯一负实部根绝对值较小, 不足以诱发混沌. 鉴于这些原因, 可考虑将混沌必要条件的范围缩小到  $d \geq 1$ , 于是得到比 (11) 式更为简化的一个条件

$$b > a > 0, d \geq 1, 0 < c < ab. \quad (13)$$

系统 (3) 在平衡点 (6) 的特征方程为

$$B_3 + B_2\lambda + B_1\lambda^2 + B_0\lambda^3 = 0, \quad (14)$$

其中,  $B_0 = 1, B_1 = (-a + bde^{[-b - aW_{-1}(-b/ae - b/a)]/a})$ ,  $B_2 = (1 + d - abde^{[-b - aW_{-1}(-b/ae - b/a)]/a})$ ,  $B_3 = -ad + bde^{[-b - aW_{-1}(-b/ae - b/a)]/a}$ . 要判断系统 (3) 在平衡点 (6)

是否稳定,就必须对(14)式所对应的 Hurwitz 多项式的各项系数做一番分析,但由于  $e^{[-b-aW_{-1}(-b/ae^{-b/a})]/a}$  这项的存在,利用现有的工具进行分析难度较大,所以可考虑做近似变换  $x = -b/a$ ,这样(14)式中的  $e^{[-b-aW_{-1}(-b/ae^{-b/a})]/a}$  可以简记为  $e^{x-W_{-1}(xe^x)}$ . 如前所述,只有当  $a/b > 1$  时才可能存在平衡点(6),因此只需考虑  $-1 < x = -b/a < 0$  的情形. 对函数  $f(x) = e^{x-W_{-1}(xe^x)}$  在  $x \in (-1, 0)$  区间作图,如图 3 所示. 用广义线性模型对  $f(x)$  进行数据拟合,首先将  $x \in (-1, 0)$  范围内的数据等间隔离散化,这里取间隔  $-0.01$ ,由于不能取到  $-1$  和  $0$  这两个边界点,必须把离散化后的头尾数据去掉. 基于图 3 中数据分布的特点,采用 Gamma 指数族分布拟合,得到它的近似模型为

$$g(x) = \frac{1}{-0.000494003 - 0.192532x + 0.773672x^2}. \quad (15)$$

用(15)替换(14)各项系数中与  $f(x)$  对应的部分,并把  $(x^0, x^1, x^2)$  这三项的系数分别用  $m, n, p$  表示,可得

$$\begin{aligned} B_0 &= 1, \\ B_1 &= -a + bd/h, \\ B_2 &= \frac{ad - bd/h + (-a + bd/h)(1 + d - abd/h)}{-a + h}, \\ B_3 &= -ad + bd/h, \end{aligned} \quad (16)$$

其中,  $h = m - bn/a + b^2p/a^2$ ,  $m = -0.000494003$ ,  $n = -0.192532$ ,  $p = 0.773672$ . 要使系统(3)稳定,(16)各项要全部大于 0,这一问题归结为解不等式  $B_0 > 0, B_1 > 0, B_2 > 0, B_3 > 0, 0 < b < a, d > 0$ ,

(17)的解集是个十分冗长且复杂的表达式,不便在此显示. 从结果来看使系统稳定的  $a$  的取值有一个上限大约在 1.3 附近,它是一个近似值,大小与数据拟和的精度有关, $b, d$  的取值情况跟随  $a$  而变化. 系统(3)在平衡点(6)能否产生混沌的关键要看(14)的其中两个特征根在 0 附近的取值情况<sup>[20]</sup>. 为此我们给出系统(3)在(6)可能产生混沌的必要条件,即可以转化为求解(14)对应的 Hurwitz 多项式各项系数的符号变化两次时的不等式为

$$\begin{aligned} &B_1 > 0, B_2 < 0, B_3 > 0; \\ &\text{或 } B_1 < 0, B_2 > 0, B_3 > 0; \\ &\text{或 } B_1 < 0, B_2 < 0, B_3 > 0, \\ &0 < b < a, d > 0. \end{aligned} \quad (18)$$

经测试,  $0.7 < a < 1.3$  时,由(17)和(18)式求得的  $b$  在特征根为 0 附近的取值(以下称  $b$  边界值)较接近  $a$ ,这时基本对应系统的发散状态,而当  $0 < a < 0.7$  时, $b$  边界值与  $a$  相差较大. 表 1 给出了  $0 < a < 0.7$  区域内的几个典型的  $a$  值对应的  $b$  边界值的取值情况.

表 1  $a$  与  $b$  边界值的几组对应数据

参数	数据 1	数据 2	数据 3	数据 4
$a$	0.6	0.5	0.4	0.3
$b$ 边界值	0.13	$4 \times 10^{-2}$	$5 \times 10^{-3}$	$5 \times 10^{-5}$

从表 1 可以看出,随着  $a$  值的递减, $b$  边界值迅速衰减,由于拟合数据的精度有限,0.3 以下的  $a$  值计算结果的误差比较大,但总而言之, $b$  边界值是随着  $a$  的递减呈指数衰减. 在无量纲定义中已知  $b = \rho I_R / V_T$ ,一般来说对于实际二极管,硅管的反向饱和电流  $I_R$  在 nA 数量级,锗管在  $\mu A$  数量级,若取  $L$  为 mH 数量级,  $C_1$  为  $\mu F$  或 nF 数量级,则  $b$  取值在  $10^{-6} - 10^{-3}$  数量级,由表 1 可知,这一范围的取值是极易引发混沌的敏感区间.

下面对系统(2)进行精确反馈线性化控制,把(3)式写成  $\dot{x} = f + gu$  的形式如下:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= ax(t) - z(t) - au(t), \\ \dot{z}(t) &= x(t) - v(t), \\ \dot{v}(t) &= d[z(t) - b(e^{v(t)} - 1)], \end{aligned} \quad (19)$$

其中

$$\begin{aligned} f &= \begin{pmatrix} ax(t) - z(t) \\ x(t) - v(t) \\ d[z(t) - b(e^{v(t)} - 1)] \end{pmatrix}, \\ g &= \begin{pmatrix} -a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (20)$$

借助非线性分析的一系列变换方法<sup>[21]</sup>,可得到系统(3)对应  $z$  坐标的状态方程

$$\begin{aligned} \dot{z}_1(t) &= z_2(t), \\ \dot{z}_2(t) &= z_3(t), \\ \dot{z}_3(t) &= bd + adz_1(t) - z_2(t) \\ &\quad - dz_2(t) + az_3(t) - db e^{z_1(t)} \\ &\quad \times [1 - az_2(t) + z_2(t)^2 + z_3(t)], \end{aligned} \quad (21)$$

其中

$$\begin{aligned} z_1(t) &= v(t), \\ z_2(t) &= d[z(t) - b(e^{v(t)} - 1)], \end{aligned}$$

$$z_3(t) = d[x(t) - v(t)] - d^2 b e^{v(t)} [z(t) - b(e^{v(t)} - 1)]. \quad (22)$$

由线性化控制理论将(21)式中的  $\dot{z}_3(t)$  右边用  $k_1 z_1(t) + k_2 z_2(t) + k_3 z_3(t)$  替换,通过推导可以得

$$u(t) = \frac{v(t)(dk_3 - k_1) - d[(k_3 - a)x(t) + (d + k_2 + 1)z(t)]}{ad}. \quad (23)$$

下面关键要确定  $k_1, k_2, k_3$  的取值,已知令系统(21)绝对稳定的充要条件是

$$\{k_3 < 0\} \cap \{k_2 < 0\} \cap \{-k_2 k_3 < k_1 < 0\}. \quad (24)$$

若忽略  $z(t)$  对系统的反馈作用,即令(23)式中  $z(t)$  前的系数为 0,解得  $k_2 = -d - 1$ ,再联合  $v(t)$  和  $x(t)$  前的系数与  $a, d$  无关以及(24)等条件,解下列不等式:

$$\begin{aligned} dk_3 - k_1 &= pad, \quad (p \in R), \\ -d(k_3 - a) &= qad \quad (q \in R), k_2 = -d - 1, \\ \{k_3 < 0\} \cap \{k_2 < 0\} \cap \{-k_2 k_3 < k_1 < 0\}, \\ \{a > 0\} \cap \{d > 0\}, \end{aligned} \quad (25)$$

得到关于  $p, q$  的解集为

$$\begin{aligned} (\{p \leq 0\} \cap \{q > 1 - p\}) \\ \cup (\{p > 0\} \cap \{q > dp + 1\}). \end{aligned} \quad (26)$$

由上式可知,无论  $p$  取何值,  $q$  都大于 0. 为了验证以上结论,进一步做了如下的仿真和硬件实验.

### 3. 电路仿真实验

图 4 给出了带有具体参数的混沌振荡器电路.

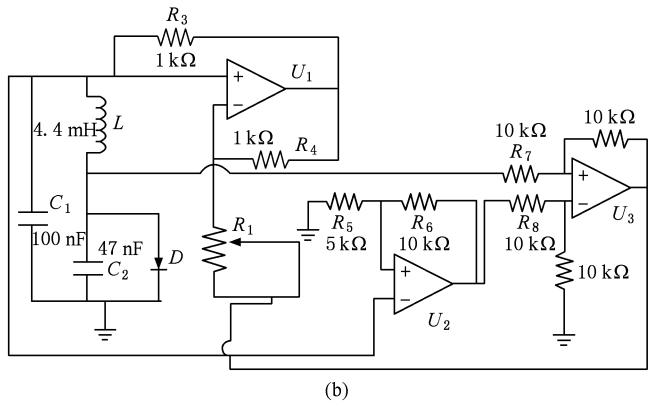
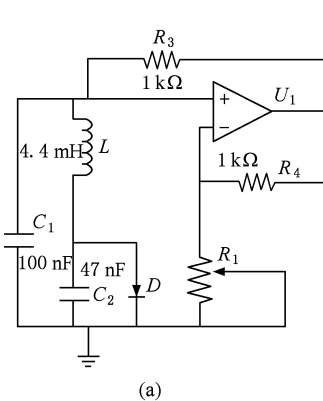


图 4 简易混沌振荡器电路 (a) 反馈前的电路; (b) 反馈后的电路

出  $u(t)$  和  $k_1, k_2, k_3$  的关系式,但此关系式较复杂,由上面分析给出的当  $b$  值取得很小(接近 0)时极易产生混沌这一条件,进一步把关系式中的  $b$  近似为 0,得到

图 4(a)中各器件参数的选取均满足(18)式的要求,二极管  $D$  的反向饱和电流为 nA 数量级. 通过调节  $R_1$  的阻值控制参数  $a$ ,使之取值在区间  $(0, 0.7)$  内变化. 用 MATLAB 对该电路在未反馈前的状态进行仿真,得到如图 5 所示的一系列混沌、周期和拟周期态相图. 图 4(b)中反馈部分各器件参数的选取是由上述理论推导得到的(26)式决定,仿真实验中取  $p = -1$ ,则由(26)式可得,  $q > 2$ ,这里取  $q = 3$ ,对应的反馈量是  $u(t) = -v(t) + 3x(t)$ ,即图 4 中通过一个反向放大器和一个加法器的连接实现了反馈量的输出. 用 MATLAB 对图 4 中  $R_1 = 420 \Omega$  时的电路在反馈前后的时序状态进行了仿真,如图 6 所示. 显然,图 6(a), (c) 显示电压反馈前  $C_1$  和  $C_2$  两端的电压呈混沌状态;经过反馈后,  $C_1$  和  $C_2$  两端的电压渐进稳定在 0 附近,如图 6(b), (d). 电路仿真实验验证了前面的结论.

### 4. 电路硬件实验

根据图 4 电路中各器件参数搭建电路,其中  $D$

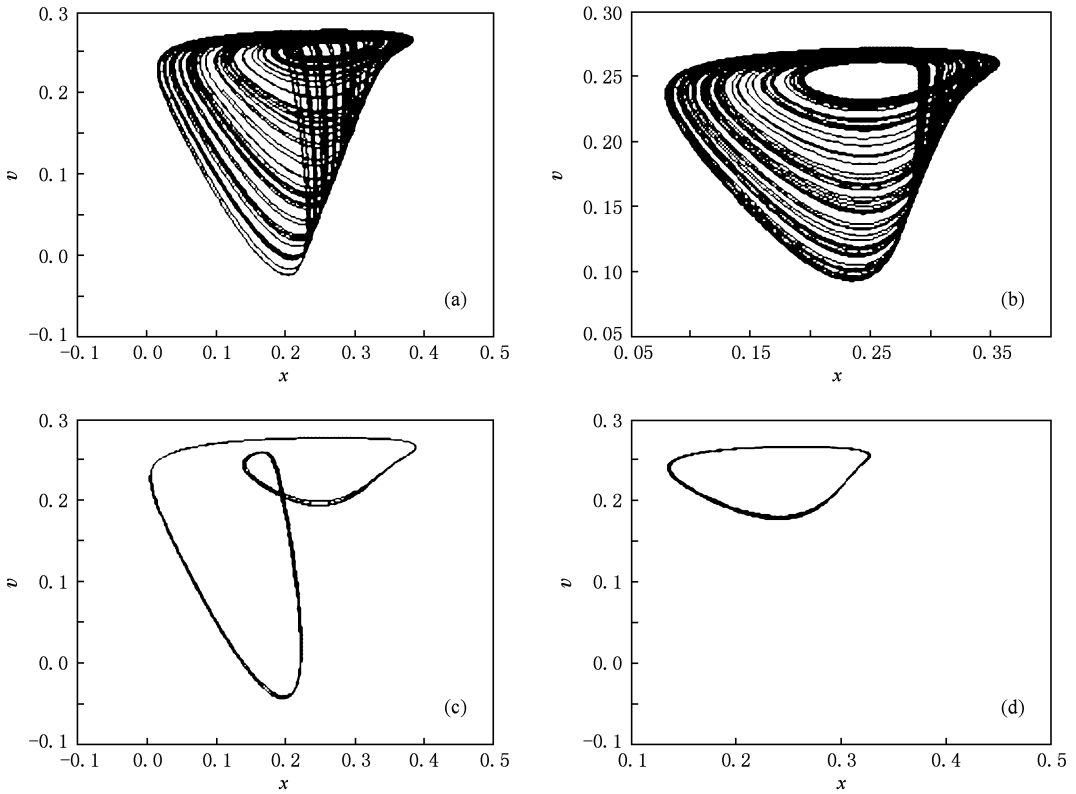


图5 简易混沌振荡器电路相图的仿真结果 (a)  $R_1 = 420 \Omega$  时的  $x-v$  相图; (b)  $R_1 = 405 \Omega$  时的  $x-v$  相图; (c)  $R_1 = 450 \Omega$  时的  $x-v$  相图; (d)  $R_1 = 500 \Omega$  时的  $x-v$  相图

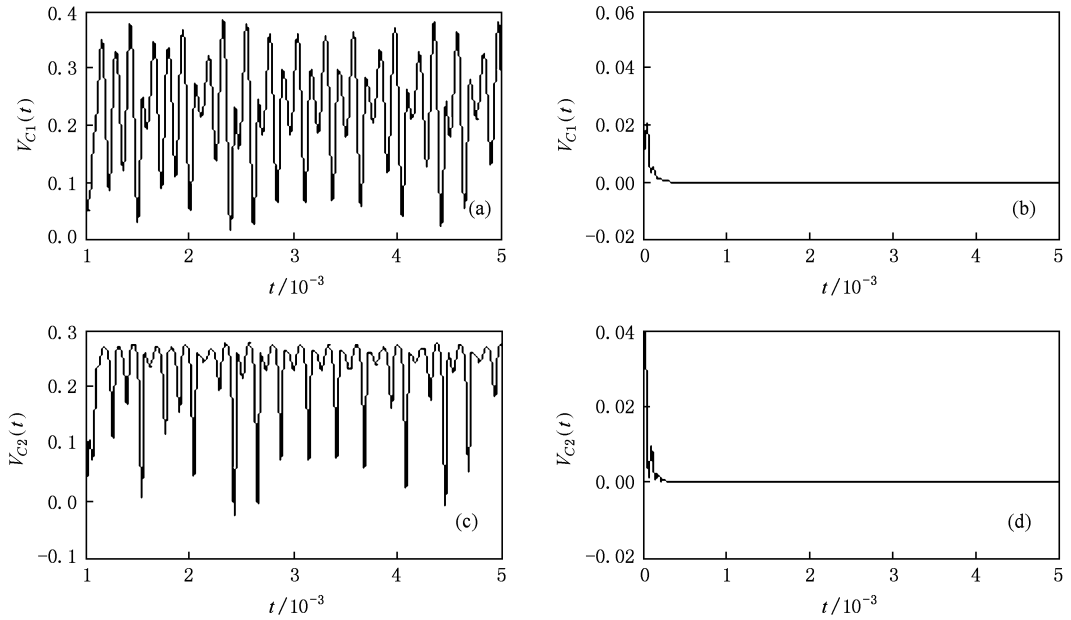


图6 简易混沌振荡器反馈控制前后的时序图的仿真结果 ( $R_1 = 420 \Omega$ ) (a)  $C_1$  端电压在反馈前的时序图; (b)  $C_1$  端电压在反馈后的时序图; (c)  $C_2$  端电压在反馈前的时序图; (d)  $C_2$  端电压在反馈后的时序图

采用整流二极管 1N4007, 运算放大器仅采用了一片功耗较小的 LM324, 因为它内有 4 个运放, 足可以满

足图 4(b) 中三个运放的要求,  $R_1$  采用标称为  $1 \text{ k}\Omega$  的可变电阻. 测得的结果显示在模拟示波器中, 在

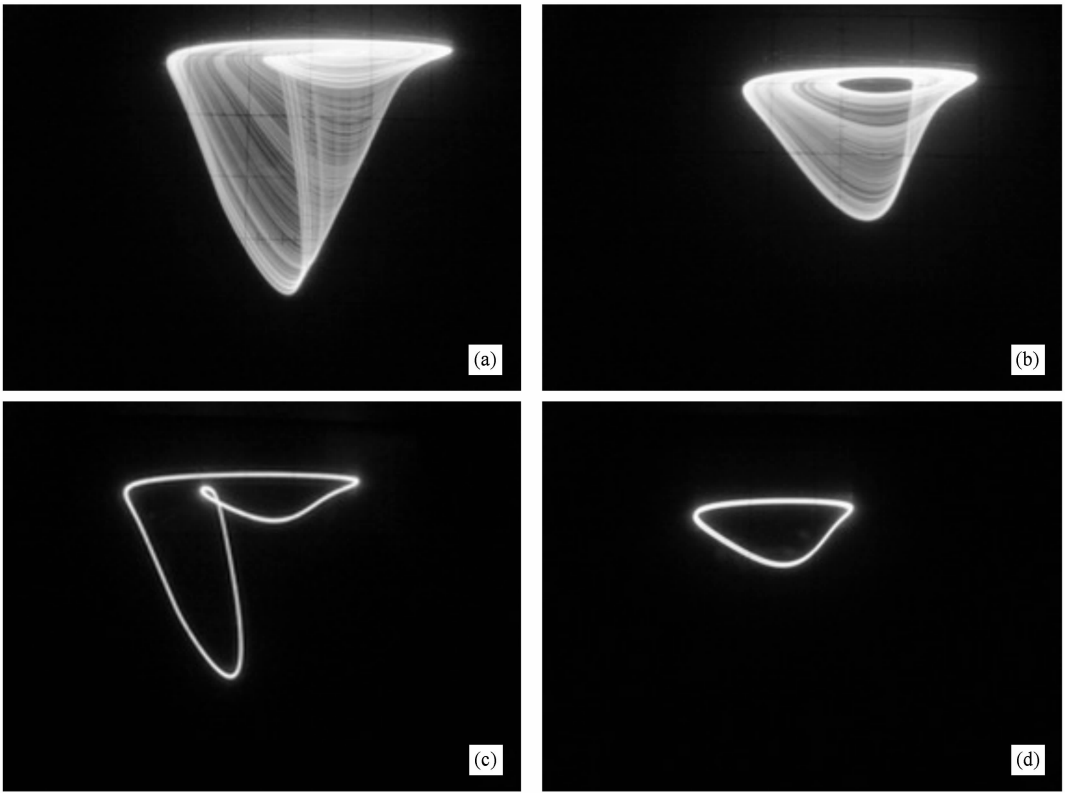


图7 简易混沌振荡器的硬件实验结果(相图) (a)  $R_1 = 400 \Omega$  时测得的  $x-v$  相图; (b)  $R_1 = 380 \Omega$  时测得的  $x-v$  相图; (c)  $R_1 = 430 \Omega$  时测得的  $x-v$  相图; (d)  $R_1 = 480 \Omega$  时测得的  $x-v$  相图

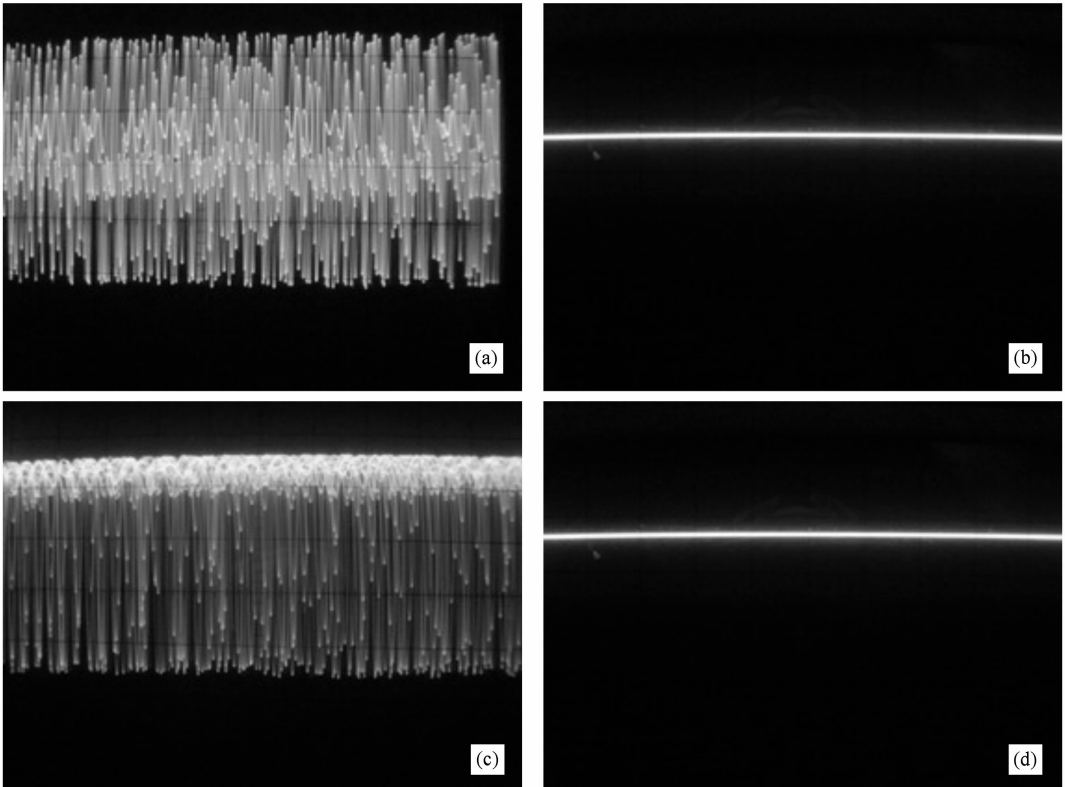


图8 简易混沌振荡器的硬件实验结果(时序图) (a)  $R_1 = 400 \Omega$  时测得的  $C_1$  端电压在反馈前的时序图; (b)  $R_1 = 400 \Omega$  时测得的  $C_1$  端电压在反馈后的时序图; (c)  $R_1 = 400 \Omega$  时测得的  $C_2$  端电压在反馈前的时序图; (d)  $R_1 = 400 \Omega$  时测得的  $C_2$  端电压在反馈后的时序图

黑暗的环境里用数码相机拍摄得到如图 7 和图 8 所示的波形. 对比图 5 可发现实际测得的  $R_1$  阻值与仿真实验有 15—20  $\Omega$  左右的差距, 引起这一小误差的主要原因是电感  $L$  存在一定的阻值, 而仿真实验是在不考虑  $L$  电阻值的理想状态下完成的. 对照图 7、图 8 与图 5、图 6, 可以看出硬件实验结果与仿真实验结果基本一致. 同时硬件实验也再次验证了前述理论推导的准确性.

## 5. 结 论

本文通过一个简易的混沌振荡器构造了一个混沌系统, 从理论上推导出该系统稳定和混沌的条件, 同时对该系统进行了精确反馈线性化控制, 最后结合电路仿真实验和实际的硬件实验, 充分验证了理论分析的准确性.

- 
- [1] Lorenz E N 1963 *J. Atmosph. Sci.* **20** 130
- [2] Chua L O, Komuro M, Matsumoto T 1986 *IEEE Trans. Circuits Syst.* **133** 974
- [3] Sprott J C 1994 *Phys. Rev. E* **50** 647
- [4] Chen G R, Ueta T 1999 *Bifurcation and Chaos* **9** 1465
- [5] Lü J H, Chen G R 2002 *Bifurcation and Chaos* **12** 659
- [6] Pecora L M, Carroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821
- [7] Guan X P, He Y H, Fan Z P 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 276 (in Chinese) [关新平、何宴辉、范正平 2003 物理学报 **52** 276]
- [8] Wang X Y, Meng J 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3780 (in Chinese) [王兴元、孟娟 2009 物理学报 **58** 3780]
- [9] Wei D Q, Luo X S, Qin Y H 2009 *Chin. Phys. B* **18** 2184
- [10] Zhang R X, Yang S P 2009 *Chin. Phys. B* **18** 3295
- [11] Zhou P, Cao Y X, Cheng X F 2009 *Chin. Phys. B* **18** 1394
- [12] Zhang Q J, Lu J A 2008 *Chin. Phys. B* **17** 492
- [13] Liu Y Z, Jiang C S 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 771 (in Chinese) [刘扬正、姜长生 2009 物理学报 **58** 771]
- [14] Gu Q L, Gao T G 2009 *Chin. Phys. B* **18** 84
- [15] Yu S M 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 3374 (in Chinese) [禹思敏 2008 物理学报 **57** 3374]
- [16] Yu S M, Lü J H, Chen G R 2007 *IEEE Trans. Circuits Syst.* **154** 2087
- [17] Matouk A E, Agiza H N 2008 *J. Math. Anal. Appl.* **341** 259
- [18] Tamaševičius A, Namajūnas A, Genys A 1996 *Electronics Letters* **32** 957
- [19] Lü J H, Lu J A, Chen S H 2002 *Chaotic Time Series Analysis and Its Application* (Wuhan: Wuhan University Press) p82 (in Chinese) [吕金虎、陆君安、陈士华 2002 混沌时间序列分析及其应用(武汉:武汉大学出版社)第 82 页]
- [20] Jiang P Q, Luo X S, Wang B H, Fang J Q, Chen G R, Zou Y L 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1937 (in Chinese) [蒋品群、罗晓曙、汪秉宏、方锦清、陈关荣、邹艳丽 2002 物理学报 **51** 1937]
- [21] Khalil H K 1996 *Nonlinear Systems* (Boston: Prentice Hall Press) p522



# Simple chaotic oscillator's chaos behavior and its feedback control circuit design \*

Shi Zheng-Ping<sup>†</sup>

(*College of Mathematics and Computer Science, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China*)

(Received 25 August 2009; revised manuscript received 30 December 2009)

## Abstract

The aim of this paper is to study a chaotic oscillator's stability and chaos behavior and to determine the conditions for the stability and chaotic behavior of the chaotic oscillator by theoretical analysis. Furthermore, this study also aims to control the chaotic oscillator by an exact feedback linearization method. Finally, both numerical simulations and circuit experiments verify the validity of the theoretical analysis.

**Keywords:** chaotic oscillator, stable condition, chaos, feedback control

**PACC:** 0545

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60574031), the Fund of the Ministry of Education of Fujian Province, China (Grant No. JA09022).

<sup>†</sup> E-mail: shizhp@126.com