

# 介质加载折叠波导行波管的线性分析\*

张长青<sup>†</sup> 官玉彬 魏彦玉 王文祥

(电子科技大学物理电子学院, 大功率微波电真空器件技术国防重点实验室, 成都 610054)

(2009 年 11 月 19 日收到; 2009 年 12 月 30 日收到修改稿)

提出了一种介质加载折叠波导慢波结构, 给出了该结构中存在电子注时慢波相互作用的热色散方程, 在介电常数  $\epsilon_r = 1$  的特殊情况下该方程即简化为普通折叠波导的小信号工作方程. 在给定慢波结构尺寸的基础上, 分析比较了介质加载对放大器小信号增益特性的影响, 结果表明: “弱加载”(介质厚度  $d/a < 0.1$ ) 时, 无需重新设计慢波结构的参数, 只需适当调整工作电压和电流就可以满足原有设计要求, 而且和未加载时相比增益特性更为平坦, 降低的电子注阻抗也有利于电子效率的提高. 考虑到弱加载可以有效降低导体的高频损耗, 因此该研究对研制太赫兹折叠波导行波管也具有一定的指导意义.

**关键词:** 折叠波导, 行波管放大器, 介质加载, 热色散方程

**PACC:** 7870G, 1220, 7860F

## 1. 引言

折叠波导行波管是一类在毫米波段极具发展潜力的微波源器件<sup>[1-7]</sup>. 与螺旋线相比它具有结构牢固, 散热性能好, 功率容量大等优点, 于此同时, 其带宽也大于传统的耦合腔行波管, 因此一直被视为一种兼有宽频带和大功率能力的行波管放大器. 此外, 折叠波导电路结构简单且适用于平面加工技术, 这使其在亚毫米波乃至太赫兹波段也具有较大的应用前景<sup>[8, 9]</sup>. 然而, 由于耦合阻抗较低, 折叠波导行波管普遍存在效率偏低的问题<sup>[10]</sup>, 在设计中为了提高效率或输出功率, 往往需要牺牲色散以进行补偿. 尽管折叠波导慢波结构具有较宽的冷带宽, 但是相对螺旋线而言其色散特性远不够理想, 尤其在兼顾带宽和功率的时候更为困难. 因此, 为满足不同的应用需求提出了一些改进型的折叠波导慢波结构, 例如整体极靴折叠波导电路<sup>[11]</sup>、E 面弯曲以及 H 面弯曲的双脊折叠波导电路<sup>[12, 13]</sup>等. 这些改进主要侧重于实现大功率输出, 而其中 H 面弯曲的双脊折叠波导电路则是应用于回旋行波管中.

本文从改善折叠波导电路的色散特性这一角度出发, 对介质加载折叠波导行波管放大器的效应进行了研究. 一直以来, 介质加载都是增强和改善

行波管放大器性能的重要手段之一. 对螺旋线的研究表明<sup>[14]</sup>, 介质加载可以降低主模的相速, 改善色散特性, 进一步增强注波相互作用. 而对于耦合腔电路也可以加载大功率的陶瓷介质用以大幅减小电路尺寸. 对介质加载折叠波导电路的冷特性研究表明<sup>[15]</sup>, 当介质厚度较小时, 改变介电常数对耦合阻抗的影响很小, 但却可以明显的降低相速, 同时色散特性也更为平坦. 因此, 有必要进一步对介质加载折叠波导行波管放大器的热特性进行研究. 本文利用 Maxwell 方程组, 采用了电子注微扰的方法推导出了介质加载折叠波导行波管放大器的一般热色散方程, 分析了参数的物理意义并且详细讨论了介质加载对放大器小信号增益的影响; 在无介质加载情况下, 热色散方程可以用来分析普通折叠波导的小信号特性.

## 2. 介质加载折叠波导的热色散方程

本文讨论的介质加载折叠波导慢波结构如图 1 所示, 其构成可以视为在矩形波导中平行于窄边方向填充介质, 然后将其 E 面弯曲形成周期性结构. 由导波场论可知, 按图 1(b) 方式填充介质的矩形波导中能够独立满足边界条件的正规模式可划分为纵剖面电模 (LSE<sup>(x)</sup>) 和纵剖面磁模 (LSM<sup>(x)</sup>) 两类.

\* 国家自然科学基金重点项目 (批准号: 60532010) 资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: zhangchangqing1@gmail.com

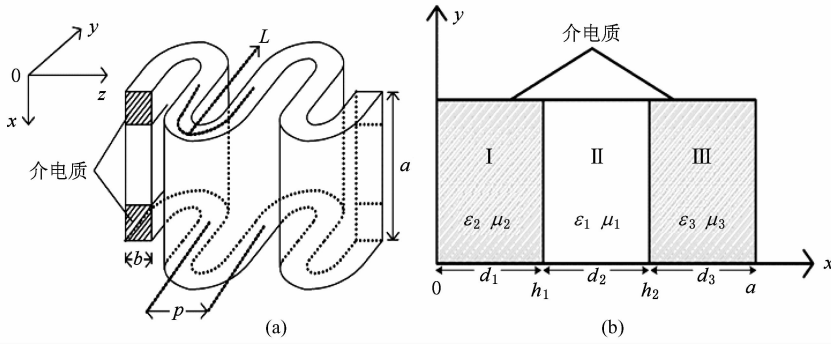


图 1 介质加载折叠波导慢波结构示意图

由于介质加载矩形波导中的主模  $LSE_{10}$  和未加载时的主模  $TE_{10}$  在场结构上完全一样,只是描述方法不同,因此这极大的简化了分析.我们仍然可以认为主模沿着曲折的路径传输并且模式结构不发生改变,由于折叠波导电路自身结构的弯曲,使得轴向上的有效相速降低.此外,考虑到作为一种注波相互作用器件,电子注会从结构中沿轴向穿过,因此我们讨论 II 区不填充介质的情形,有  $\epsilon_2 = \epsilon_0$ ,在对称加载介质的情况下,即两边介质的厚度和介电常数都相同,有  $2d_1 + d_2 = a, \epsilon_1 = \epsilon_3 = \epsilon$ ,此时  $LSE_{10}$  模的场为

$$E_y = e^{j(\omega t - \beta_{wg} z)}$$

$$\times \begin{cases} E_1 \sin(k_{x1} x), & 0 \leq x \leq h_1, \\ E_2 \cos\left[k_{x2}\left(x - \frac{a}{2}\right)\right], & h_1 \leq x \leq h_2, \\ E_3 \sin[k_{x3}(a - x)], & h_2 \leq x \leq a, \end{cases} \quad (1a)$$

$$H_x = -\frac{\beta_{wg}}{\omega\mu} E_y, H_z = \frac{j}{\omega\mu} \frac{\partial E_y}{\partial x}. \quad (1b)$$

而介质加载矩形波导的色散方程由下式给出:

$$k_{x1} \cot(k_{x1} h_1) = k_{x2} \tan[k_{x2}(a/2 - h_1)], \quad (2)$$

其中  $k_{x1}$  和  $k_{x2}$  分别为介质区域和真空区域的横向波数,考虑到对于  $LSE_{m0}$  模式有  $k_y = 0$ ,因此横向波数与纵向传播常数的关系为

$$\omega^2/c^2 = \beta_{wg}^2 + k_{x2}^2. \quad (3)$$

如前所述,沿着曲折路径传输的快波导模式可以等效为一个沿着轴向传输的慢波,其相速和传播常数可分别表示为

$$v_{z,wave} = (p/L)v_{ph}^{(0)},$$

$$k_{z,wave} = (L/p)\beta_{wg}.$$

结合(3)式就可以得到未扰动时(无电子注)介质加载曲折波导慢波结构的色散关系为

$$\omega = \sqrt{(ck_{x2})^2 + \left(\frac{p}{L}\right)^2 (ck_{z,wave}^{(0)})^2}, \quad (4)$$

其中,上标‘0’代表扰动前的量,即没有电注存在的情况.值得注意的是  $k_{z,wave}$  为沿曲折路径传输的波在轴向上的等效传播常数,然而在讨论波和电子注相互作用的时候,必须对曲折波导自身结构弯曲而产生的附加相位  $\pi$  加以考虑.这样才能保证在电子看来,前一个间隙与其作用的电路波到了下一个间隙时相位没有反转,从而保持同步.因此,从电子角度来看,与其同步的电路波的色散关系应该满足

$$\omega = \sqrt{(ck_{x2})^2 + c^2\left(\frac{p}{L}\right)^2 \left(k_{z,m}^{(0)} - \frac{(2m+1)\pi}{p}\right)^2}, \quad (5)$$

其中  $k_{z,m}^{(0)} = k_{z,wave}^{(0)} + (2m+1)\pi/p$  是第  $m$  次空间谐波的相位常数.

当存在电子注时,必须修改色散方程(4)和(5),新的色散关系可以从 Maxwell 方程组中得出<sup>[16]</sup>

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_{x2}^2 - \left(\frac{p}{L}\right)^2 k_{z,wave}^2\right) \mathbf{H} = -\nabla \times \mathbf{J}, \quad (6)$$

其中  $\mathbf{J}$  为源电流密度.将方程(6)两边叉乘  $\mathbf{E}^*$  并且对波导截面以及在一个时间周期内积分,可以得到

$$\left[\left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_{x2}^2\right)\left(\frac{L}{p}\right)^2 - k_{z,wave}^2\right]$$

$$= \frac{jk_{z,wave}}{2P_g} \left(\frac{L}{p}\right) \int_{A_b} E_y^* J_y dS, \quad (7)$$

其中,  $A_b$  为电子注的横截面积,  $P_g$  代表介质加载折叠波导中传输的功率流,其表达式可以通过 Poynting 矢量的面积分求出,即  $P = \frac{1}{2} \text{Re} \int \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \cdot \mathbf{e}_z dS$ ,将场的关系式(1)代入则可以得到

$$P_g = \frac{1}{4} ab \frac{\beta_{wg}}{\omega\mu} E_2^2 S_R, \quad (8)$$

其中

$$S_R = 2\left(\frac{h_1}{a}\right) \left(\frac{\cos[k_{x2}(h_1 - a/2)]}{\sin(k_{x1} h_1)}\right)^2$$

$$\begin{aligned} & \times \left[ 1 - \frac{\sin(2k_{x1}h_1)}{(2k_{x1}h_1)} \right] \\ & + \frac{h_2 - h_1}{a} \left( 1 + \frac{\sin[k_{x2}(h_2 - h_1)]}{k_{x2}(h_2 - h_1)} \right). \quad (9) \end{aligned}$$

从上式可以看出, 当无介质加载时 ( $k_{x1} = k_{x2}$  或介质厚度  $d \rightarrow 0$ ), 有  $S_R \rightarrow 1$ , 此式即为普通折叠波导中传输的功率且与文献[16]中相同。

另一方面, 沿着轴向传输的电路波会对电子注形成调制, 根据流体力学模型, 可以求出轴向的调制电流密度为

$$J(z, t) = - \frac{j\omega n_0 |e|^2}{m_0 \gamma_0^3} \frac{E_z}{(\omega - k_{zm} v_0)^2}, \quad (10)$$

其中  $E_z$  为轴向的电场. 在周期性慢波结构和电子相互作用的场应该写为空间谐波形式

$$E_z(x, y, z, t) = \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} A_m e^{-jk_{zm}z} e^{j\omega t} I_0(k_c r), \quad (11)$$

其中  $k_{zm} = k_{z, \text{wave}} + (2m + 1)\pi/p$ , 空间谐波的振幅  $A_m$  可以通过 Fourier 变换得到, 有

$$A_m = E_2 \frac{b}{p} G_m \frac{1}{I_0(k_c r_c)}, \quad (12)$$

式中  $r_c$  为电子注通道的半径,  $G_m = \frac{\sin(k_{zm} b/2)}{(k_{zm} b/2)}$  为间隙因子. 将(12)式代入(10)式中, 由此可以得到

$$J(z, t) = - \frac{j\omega n_0 |e|^2}{m_0 \gamma_0^3} \sum_m \frac{A_m}{(\omega - k_{zm} v_0)^2} e^{j(\omega t - k_{zm} z)}. \quad (13)$$

将(11)和(13)式代入方程(7)中, 经过整理可以得到扰动后的热色散方程

$$\begin{aligned} & \left[ \left( \frac{\omega^2}{c^2} - k_{x2}^2 \right) \left( \frac{L}{p} \right)^2 - k_{2z, \text{wave}} \right] (\omega - k_{zm} v_0)^2 \\ & = - \frac{1}{m_0 \gamma_0^3} \frac{2\omega^2}{p^2 S_R} \left( \frac{b}{a} \right) \left( \frac{L}{p} \right)^2 \frac{|e| I_0}{\varepsilon_0 \beta_0 c^3} G_m^2 C_b, \quad (14) \end{aligned}$$

其中  $I_0 = -n_0 |e| v_0 A_b$  是电子注的直流电流. 应该注意的是, 在上面的方程中只考虑了和电子注相互作用的空间谐波分量, 这同时也意味着只考虑电流激发的同步的谐波分量。

当电子注的电流较小时, 可以采用一阶微扰的分析方法, 将扰动后的传播常数写为扰动前的传播常数与一个小量之和两部分,

$$\begin{aligned} k_{z, \text{wave}} &= \bar{k}_{z, \text{wave}}^{(0)} + \delta k, \\ k_{zm} &= k_{z, \text{wave}}^{(0)} + \delta k + (2m + 1)\pi/p. \quad (15) \end{aligned}$$

将(15)式代入方程(14)中, 注意到  $k_{z, \text{wave}}^{(0)} = (L/p) \sqrt{(\omega/c)^2 - k_{x2}^2}$ , 采用归一化变量令  $\bar{\delta k} = \delta k/k_c$ ,  $\bar{\omega} =$

$\omega/\omega_c$ , 经过一系列化简最后得到介质加载折叠波导行波管的小信号工作方程,

$$\delta \bar{k} (\Delta_m - \delta \bar{k})^2 \left( 1 + \frac{\delta \bar{k}}{2\bar{k}_{z, \text{wave}}^{(0)}} \right) - C^3 = 0, \quad (16)$$

其中,  $\Delta_m$  和  $C$  分别定义为调谐参数以及耦合参数, 具体的表达式分别为

$$\Delta_m = \frac{\bar{\omega}}{\beta_0} - \bar{k}_{z, \text{wave}}^0 - \frac{(2m + 1)\pi}{k_c p}, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} C^3 &= \frac{1}{\gamma_0^3 \beta_0^3} \frac{\eta I_0}{\varepsilon_0 c^3} \left( \frac{b}{a} \right) \left( \frac{L}{p} \right) \left( \frac{a}{p} \right)^2 \\ & \times \left( \frac{\bar{\omega}}{k_c a} \right)^2 \left( \frac{G_m^2 C_b}{\bar{\omega}_0 S_R} \right), \end{aligned}$$

$$\bar{\omega}_0 = \sqrt{\bar{\omega} - 1}. \quad (18)$$

从  $\Delta_m$  的表达式中可以看出, 该参数实际上表征了电子注与慢电路波的同步特性; 而参数  $C$  不仅与慢波结构尺寸和介质加载情况有关, 而且和电子注参量 ( $I_0, \beta_0$ ) 有关, 该参数类似于 Pierce 理论中的增益参量, 该值越大, 增益越高. 在无耦合的情况下 ( $C^3 \rightarrow 0$ ), 方程(16)的四个根具有清晰的物理意义, 分别为  $\delta k = 0$  (无扰动时的前向波),  $-2\bar{k}_{z, \text{wave}}^{(0)}$  (无扰动时反向传输的电路波) 以及二重根  $\Delta_m$  (简并的电子注模)。

### 3. 数值计算与分析

在一般情况下耦合参数  $C$  不为零, 通过数值求解色散方程(16)可以得到电路波的扰动传播常数 (复数), 其虚部即是增益因子, 而实部则表征了电子注对电路波冷相速的影响. 当计算出复传播常数后, 放大器每周期的增益 (dB) 为

$$G = 8.686 \text{Im}(\delta k) p, \quad (19)$$

其中,  $p$  为介质加载折叠波导的周期. 图 2 给出了无介质时折叠波导慢波电路的归一化冷相速和热相速随频率的变化, 慢波电路的结构尺寸为 (单位 mm):  $a = 1.9$ ,  $b = 0.25$ ,  $p = 0.49$ ,  $L = 1.42$ ,  $r_c = 0.2$ ; 当曲折波导作为前向波放大器时, 其工作模式为  $-1$  次空间谐波 ( $m = 0$ ). 从图中可以看出在电子注的影响下电路波的热色散比冷色散更为平坦, 表现在频带两端相速降低而频带中间相速升高。

图 3 给出了相同慢波结构尺寸和电子注参数情况下 (见图中标记), 介质加载对增益特性的影响, 其中介质的厚度  $d = 0.15$  mm,  $\varepsilon_r = 1$  对应于无介质加载的情形. 从图中可以看出, 介质加载使得增益

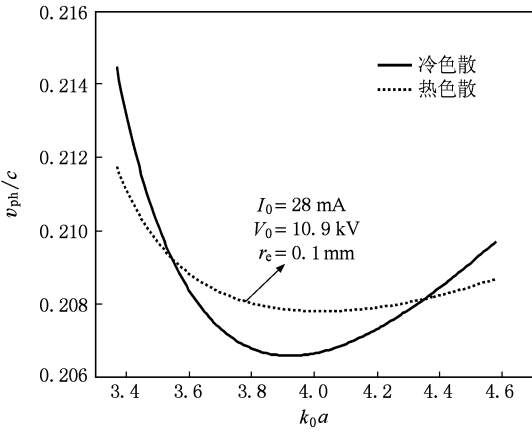


图2 无介质加载时折叠波导慢波电路的冷色散与热色散特性

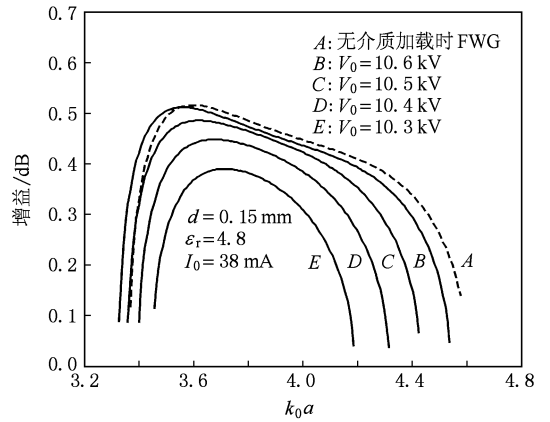


图4 不同电压下介质加载折叠波导的小信号增益

的峰值向低频移动且增大. 这是因为介质加载降低了波的相速, 但是由于介质厚度比较小 ( $d/a < 0.1$ ), 电子注和电路波并没有完全失去同步, 其效果只是改变了同步特性, 使得最佳的同步点向低频端移动, 由于低频端靠近截止频率耦合阻抗较高, 因此增益的峰值增大. 正因如此, 当加载介质的厚度较小时, 适当调整工作电压就可以恢复原来的工作频带.

使得耦合阻抗有所降低, 当介质厚度较小时, 这种影响较弱, 通过适当的缩小结构尺寸可以补偿这种影响. 图5给出了电子注电流对介质加载折叠波导的增益特性的影响. 从图中注意到, 适当增加电子注的电流, 不但可以提高增益, 而且也有益于带宽.

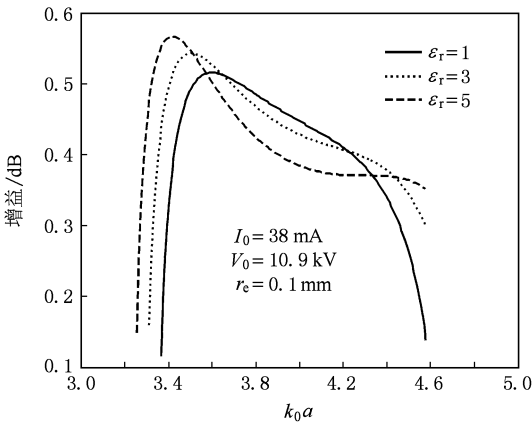


图3 固定参数下介质加载对小信号增益的影响

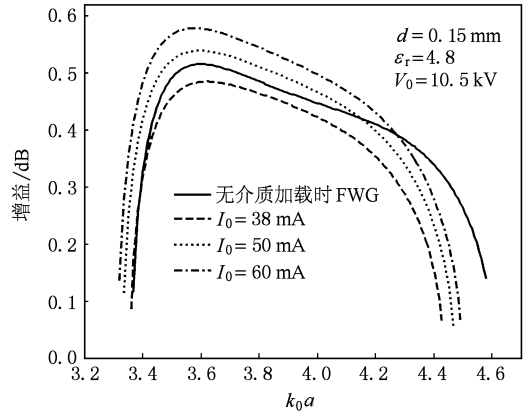


图5 最佳同步电压下, 电子注电流对介质加载折叠波导小信号增益的影响

图4给出了不同电压下介质加载折叠波导的增益特性, 并且与无介质加载时进行了比较. 从图中可以看出, 随着电压的降低增益的峰值减小并且向高频移动, 但同时增益也变得更为平坦, 因此, 综合考虑增益高低与带宽时存在一个最佳工作电压. 从图中还注意到, 当电压为 10.5 kV 时, 增益峰值的位置与无介质加载时相同, 此时可以看出介质加载时的增益小于无介质加载的折叠波导. 这一方面是由于电压降低所造成的, 另一个原因就在于介质加载

在上面的分析中, 无论介质厚度还是介电常数都较小, 因此可以将其视为弱加载, 在这种情况下, 无需重新设计慢波结构, 只需适当调整工作电压和电流就可以满足原有设计要求. 此外, 有研究表明<sup>[17]</sup>太赫兹频段下在普通波导表面涂覆薄介质层, 可以有效的降低传输损耗, 这很有助于提高工作在毫米波高频段的行波管放大器的效率. 因此弱加载对研制太赫兹折叠波导行波管也具有一定的指导意义.

当加载介质厚度或介电常数较大时, 由于工作频带发生了明显的移动, 一般需要重新调整慢波结

构,对于这种情况固定参数下的比较往往就失去了意义,这就需要根据不同的需求来做出评价.为了分析方便这里还是保持慢波结构参数不变,图6给出了介质厚度  $d=0.3\text{ mm}$ ,介电常数  $\varepsilon_r=8.2$  时,不同电压下介质加载折叠波导行波管的增益随频率的变化,同样图中也给出了未加载介质时的增益以便于比较.从图中可以看出,工作频带已经完全移向低频,并且同步电压降低很多,从  $10.9\text{ kV}$  降为  $6.9\text{ kV}$ .由于介质厚度较大使得耦合阻抗降低明显,因此增益的峰值也下降,和无介质加载时相比,增

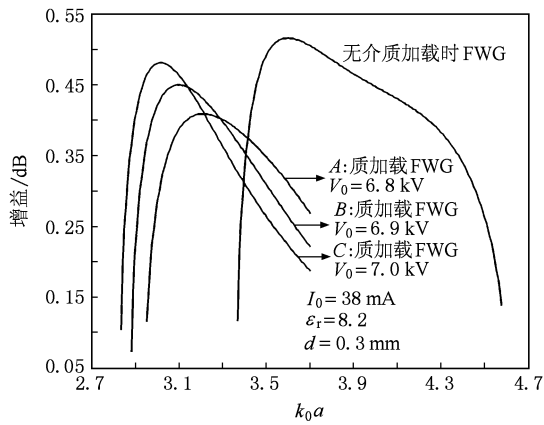


图6 厚介质加载对折叠波导小信号增益的影响

益峰值接近时介质加载折叠波导行波管的带宽减小.综上所述,介质厚度较大时除了可以明显降低电压外一般会对放大器的性能产生不利的影响,因此不宜采用.

## 4. 结 论

本文采用电子注微扰的方法,推导了介质加载折叠波导行波管放大器的一般热色散方程,我们注意到该方程和 Pierce 小信号工作方程具有相类似的形式.通过数值求解色散方程,研究了介质加载对折叠波导行波管放大器小信号增益的影响.结果表明:对于介质厚度以及介电常数都较小的这种弱加载情况,无需重新设计慢波结构,只需适当调整工作电压和电流就可以满足原有设计要求,而且和未加载时相比增益特性更为平坦,降低的电子注阻抗也有利于电子效率的提高.此外,考虑到弱加载可以有效降低导体的高频损耗,因此对研制太赫兹折叠波导行波管也具有一定的指导意义.当加载介质的厚度较大时,放大器的工作频带将发生明显移动,而且也对增益特性产生不利的影响,因此一般不宜采用厚介质加载.

- [1] Xu A, Wang W X, Wei Y Y, Gong Y B, Wang Z L, Fu C F, Yin H R 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3592 (in Chinese) [徐翱、王文祥、魏彦玉、宫玉彬、王战亮、付成芳、殷海荣 2009 物理学报 **58** 3592]
- [2] Xu A, Wang W X, Wei Y Y, Gong Y B 2009 *Chin. Phys. B* **18** 810
- [3] Liu H T, He J, Wei Y Y *Acta Phys. Sin.* (in Chinese) Accepted and to be published [刘洪涛、何俊、魏彦玉、王文祥 物理学报] (已接受)
- [4] Lu Z G, Gong Y B, Wei Y Y 2006 *Chin. Phys.* **15** 2661
- [5] Dohler G, Gagne D, Gallagher D, Moats R 1987 *Proc. Tech. Dig. Int. Electron Devices Meeting* 485
- [6] Xu A, Wang W X, Wei Y Y, Gong Y B 2009 *Chin. Phys. B* **18** 1270
- [7] Liu Y, Gong H R, Wei Y Y, Gong Y B, Wang W X, Liao F J 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 7845 (in Chinese) [刘漾、巩华荣、魏彦玉、宫玉彬、王文祥、廖彦疆 2009 物理学报 **58** 7845]
- [8] Han S T, Jeon S G, Shin Y M, Jang K H, So J K, Kim J H, Chang S S, Park G S 2005 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **33** 679
- [9] Bhattacharjee S, Booske J H, Kory C L, Weide D W, Limbach

- S, Gallagher S, Welter J D, Lopez M R, Gilgenbach R M, Ives R L, Read M E, Divan R, Mancini D C 2004 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **32** 1002
- [10] Young H N, Sang W C, Jin J C 2002 *IEEE Trans. on Plasma Sci.* **30** 1017
- [11] Theiss A J, Lyon D B, Hiramatsu Y 1993 *IEEE Int. Electron Devices Meeting* 149
- [12] He J, Wei Y Y, Gong Y B, Wang W X 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 114103
- [13] Ganguly A K, Choi J J, Armstrong C M 1995 *IEEE Trans. Elec. Dev.* **42** 348
- [14] Freund H P, Zaidman E G, Kodis M A, Vanderplaats N R 1996 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **24** 895
- [15] Zhang C Q, Gong Y B, Gong H R, Wei Y Y, Wang W X 2009 *Int. J. Infrared Millim. Waves* **30** 1027
- [16] Ha H J, Jung S S, Park G S 1999 *Journal of the Korean Physical Society* **34** 297
- [17] Bowden B, Harrington J A, Mitrofanov O 2008 *Appl. Phys. Lett.* **93** 181104

# Linear analysis of the dielectric-loaded folded waveguide traveling-wave tube amplifier<sup>\*</sup>

Zhang Chang-Qing<sup>†</sup> Gong Yu-Bin Wei Yan-Yu Wang Wen-Xiang

(National Key Laboratory of High Power Vacuum Electronics, School of Physical Electronics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

(Received 19 November 2009; revised manuscript received 30 December 2009)

## Abstract

In this paper a dielectric-loaded folded waveguide slow-wave circuit is presented. The “hot” dispersion relation for slow wave interaction between the traveling wave and linear beam is derived from the fluid dynamical treatment. In the special case where  $\varepsilon_r = 1$ , the dispersion relation can be simplified with a closed form of the conventional Pierce’s small-signal equation, which confirms the validity of the derivations. By giving the specific parameters, the effects of dielectric loading on the small-signal gain have been studied. The results indicated that in the case of “weak loading” (where  $d/a < 0.1$ ), the gain is flattened and there is no need to readjust the structure parameters beyond a slight adjustment of beam parameters. By considering that the “weak loading” can reduce the ohmic loss of the conductor, this study will be also a guide to the research of the THz folded waveguide traveling-wave tube.

**Keywords:** folded waveguide, traveling-wave tube amplifier, dielectric loading, hot dispersion relation

**PACC:** 7870G, 1220, 7860F

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60532010).

<sup>†</sup> E-mail: zhangchangqing1@gmail.com