

开放边界条件下平面环行交叉路口 交通流的相图研究*

白克钊^{1)†} 邝 华¹⁾²⁾ 刘慕仁¹⁾ 孔令江¹⁾

1) (广西师范大学物理科学与技术学院, 桂林 541004)

2) (上海大学上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072)

(2009 年 9 月 11 日收到; 2009 年 11 月 16 日收到修改稿)

运用具有内、外环车道的平面环形交叉路口元胞自动机模型, 对开放边界条件下平面环行交叉路口的交通流进行研究. 计算机模拟结果表明: 边界条件和道路瓶颈影响着平面环形交叉路口交通流的性质, 产生概率和消失概率均只在一定范围内影响系统流量的变化. 根据系统流量与产生概率和消失概率的关系, 将系统分为三个相区, 并对相图进行研究, 为实际交通控制提供参考.

关键词: 平面环形交叉路口, 元胞自动机模型, 瓶颈, 相图

PACC: 0550

1. 引 言

元胞自动机(CA)交通流模型由于能针对驾驶习惯、车辆类型、道路状态以及各种交通设施灵活地进行设置, 因而在交通流研究领域得到了广泛应用, 并取得了大量有现实指导意义的结果^[1-12]. 文献[13-16]对具有车流合流与分流现象的匝道系统建立 CA 交通流模型, 细致地研究开放边界条件下产生概率、消失概率和车道长度对各车道及系统流量的影响, 并以产生概率和消失概率为变量作出匝道系统的相图. 在平面环行交叉路口中车流的合流与分流现象尤为明显. 文献[17]运用 CA 模型对一个具有两个出、入口的环形道路进行研究, 解析分析了产生概率和消失概率对各子车道畅通性的影响, 根据流量与产生概率和消失概率的关系作出系统相图. 文献[18]将环道分解为封闭的多边形并根据进入环道车辆的等待规则, 分别采用 CA 模型和跟车模型的方法, 得到了环形交叉路口的通行能力, 并与用交通灯控制的路口进行比较. 文献[19, 20]根据英国的“远边先行”规则, 采用 CA 模型分别讨论了单环和多个环车道的情况, 研究表明对于相同几何结构的环形交叉, 通行规则改变, 通行能力

也将随之改变. 文献[21, 22]则根据环形交叉口处车辆合流与分流特点, 将平面环行交叉路口分解为若干个瓶颈, 建立了具有内环优先规则的 CA 交通流模型, 重点分析了周期性条件下环行交叉路口中各子车道与系统流量与密度之间的关系. 本文运用文献[21, 22]所建立的平面环形交叉口 CA 交通流模型, 重点研究开放边界条件下平面环行交叉路口的系统流量与产生概率、消失概率的关系, 进而作出系统相图, 并对相图进行分析与讨论.

2. 模型和运行规则

在实际的环形交叉路口中最靠中心岛的车道供车辆绕行, 最外缘的车道供车辆右转弯之用(如图 1 所示). 根据我国的交通规则, 我们建立了如图 2 所示的平面环形交叉路口 CA 交通流模型. 内、外环车道及进、出环车道均由单车道组成, 车辆行驶方向如箭头所示; 内环车道由八个路段封闭而成, 供车辆左转或直行; 外环车道由四个路段组成, 供车辆右转, 车道是对称分布.

在本文模型中, 对车辆的运行规则作如下约定.

1) 车辆在各车道内的演化均遵守 NS 模型^[23]的演化规则, 即在 $t \rightarrow t+1$ 遵循以下更新步骤:

* 国家自然科学基金(批准号:10562001, 10762005, 10962002)资助的课题.

† E-mail: baikeshao@tom.com

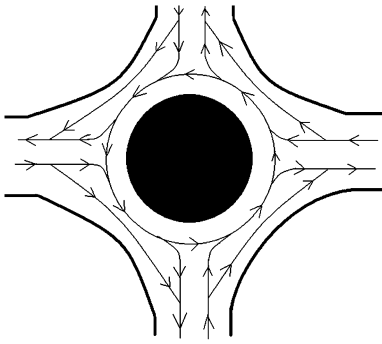


图1 平面环形交叉路口示意图

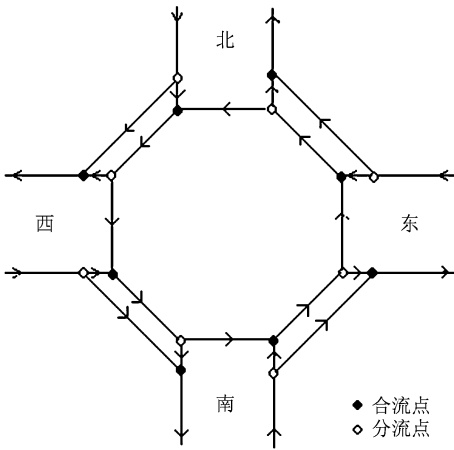


图2 平面环形交叉路口瓶颈模型示意图

- 第一步:加速过程. $V_i \rightarrow \min(V_{\max}, V_i + 1)$;
- 第二步:确定性减速过程 $V_i \rightarrow \min(V_i, d_i)$;
- 第三步:以概率 P_d 随机减速过程 $V_i \rightarrow \max(0, V_i - 1)$;
- 第四步:位置更新 $x_i \rightarrow x_i + V_i$.

x_i 和 V_i 为第 i 辆车 t 时刻的位置和速度, d_i 为第 i 辆车 t 时刻与前方紧邻车辆之间的间距, V_{\max} 为车辆的最高速度;并规定内外环道内的车辆不存在换道超车的行为.

2) 从入环车道驶入平面环形交叉路口的车辆, 根据选择出环路口的不同分为三种类型: 右转车辆、直行车辆和左转车辆 (本文不考虑 U 形转向车辆).

3) 车辆合流时的规则按照文献 [13] 提出的方案进行, 即先到合流点的车流具有优先行驶权; 若时间相等, 则距合流点近者具有优先行驶权. 并规定如果两辆车到达合流点所需的时间和距离都相等时, 内环车道的车辆有优先行驶权, 即内环优先

原则.

4) 为模拟车辆在路口遇堵更改出环路口, 及预防出现“死锁”状态, 本文规定: 如果将到达或在分流点的非右转进环车辆, 按照本文的规则演化, 在该时步其速度为 0, 则它就按一定的转向概率 P_c 右转经由外环道驶出; 如果在内环道的四个分流点处的车辆, 按照本文的规则演化, 在该时步其速度为 0, 而又未到达预定出口, 则它也按一定的转向概率 P_c 将所处路口为其出口.

开放式边界条件定义如下 [24,25]: 每个时步以产生概率 α 在进环车道入口产生一辆速度取最大值的车辆, 参加演化, 若其不动, 则消除这辆车; 每个时步在出环车道的出口以 $(1 - \beta)$ 的概率产生一辆速度为零的堵塞车.

3. 数值模拟结果与分析

在模拟中, 相邻格点的间距为 7.5 m [23]. 诸宏观量定义如下: 第 i 个车道由 L_i 个离散的格点组成, 相邻格点的间距为 7.5 m ; t 时刻车道上的车辆总数为 $N_i(t)$, 车辆平均密度 $\rho_i(t) = N_i(t)/L_i$, 平均速度为

$$V_i(t) = \sum_{j=1}^{N_i(t)} V_i(j, t) / N_i(t),$$

平均流量

$$J_i(t) = \rho_i(t) V_i(t) = \sum_{j=1}^{N_i(t)} V_i(j, t) / L.$$

系统的车辆平均密度

$$\rho(t) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{16} L_i} \sum_{i=1}^{16} N_i(t),$$

平均速度

$$V(t) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{16} N_i(t)} \sum_{i=1}^{16} \sum_{j=1}^{N_j(t)} V_i(j, t),$$

平均流量 $J(t) = \rho(t) V(t)$. 在数值模拟时, 各方向进环车道格点数 $L_e = 100$, 各方向出环车道格点数 $L_c = 100$; 同方向的进、出环车道间距为 7.5 m ; 每一个方位的外环车道格点数取 5, 外环车道共有 20 个格点; 内环车道共有 16 个格点. 我们规定入环车辆对三个出口的选择概率均为三分之一, 最高车速 $V_{\max} = 3$, 转向概率 $P_c = 0.25$; 每个样本运行 50000, 对后 10000 时步的数值模拟结果作时间平均, 再取 20 样本, 做系综平均, 以消除随机性的影响.

综观整个环行交叉路口的交通流, 内、外环道

上各有 4 个车道合流点和分流点,与上、下匝道系统有相似之处.按照文献[26]的观点,上、下匝道处均为瓶颈,因而我们可以把整个平面环形交叉路口视为十六个瓶颈予以讨论.平面环形交叉路口中分流、合流非常频繁,驾驶员根据前方的交通情况不断调整车辆行驶状态,从而使得系统内车辆与其相邻车辆之间的自组织现象较为突出.从边界条件来看,产生概率和消失概率分别直接影响着系统车辆的驶入和驶出,进而影响整个平面环形交叉路口各路段和系统交通流的性质.从道路结构来看,对内环道这个子系统的四个合流点处既需要接受从上游内环道的来车又需要接受从入环车道驶入的车;而四个车道分流处,车辆以一定的数量驶出.整个内环道中每个瓶颈而言它既是上一个瓶颈的下游,然而又是下一个瓶颈的上流,上一个瓶颈与下一个瓶颈之间的距离较短,内环道合流点处,车辆之间的非线性相互作用的效应要比其他的道路结构强得多(整个平面环形交叉路口就更强了),内环道交通流是否畅通对环形交叉路口交通流畅通有着重要影响.本文主要讨论在开放边界条件下,系统流量与产生概率 α 、消失概率 β 之间的关系,据此区分相区,并对相图进行研究.

由图 3 可见对一定的消失概率(如 $P_d = 0.20, \beta = 0.2$ 时),系统流量先随 α 而增加,当 α 达到临界值 α_c 时系统流量达到最大值,随后流量保持不变,进入平台区域.这表明 α 只在一定范围内影响系统流量的变化,存在着 α 变化而系统流量为常量的区域.当 $P_d = 0.20, \beta \geq 0.6$ 时,系统流量与 α 关系是相同的.这表明当 β 较大时,虽然 β 不同,但是系统流量与 α 关系是一致的.由图 4 可见由于内、外环道有

较多道路瓶颈,内、外环车道在 α 较小时出现了堵塞.此时出、入环车道速度较高,能够保持畅通状态; $\alpha > 0.39$ 时各车道速度不再随 α 增加而变化,形成速度平台,此时出环车道速度较高,车辆运行较为畅通;而内、外环道和入环车道速度较低,处于拥堵状态,这表明 α 相同时,各车道的畅通状况不全相同.

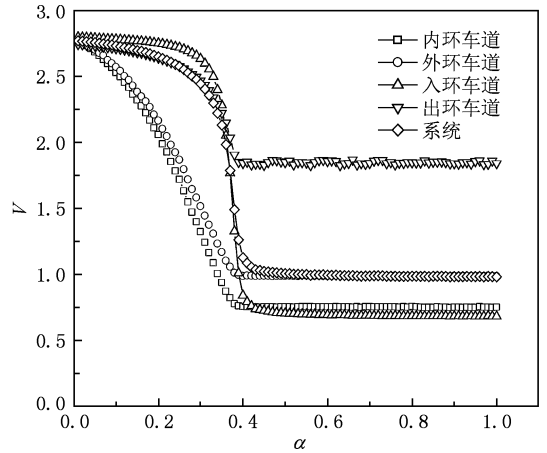


图 4 $P_d = 0.20, \beta = 0.6$ 时,各车道及系统速度与 α 关系图

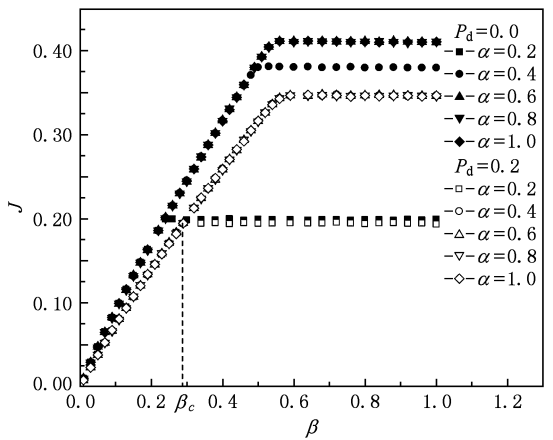


图 5 系统流量与 β 关系图

由图 5 可见对一定的消失概率(如 $P_d = 0.20, \alpha = 0.2$ 时),系统流量先随 β 而增加,当 β 达到临界值 β_c 时系统流量达到最大值,之后系统流量不再随 β 增加而改变,进入平台区域.这表明 β 只在一定范围内影响系统流量的变化,存在着 α 变化而系统流量为常量的区域.当 $P_d = 0.20, \alpha \geq 0.4$ 时,系统流量与 β 关系是相同的.这表明当 α 较大时,虽然 α 不同,但是系统流量与 β 关系是一致的.由图 6 可见 $0 < \beta < 0.59$ 时,各车道及系统速

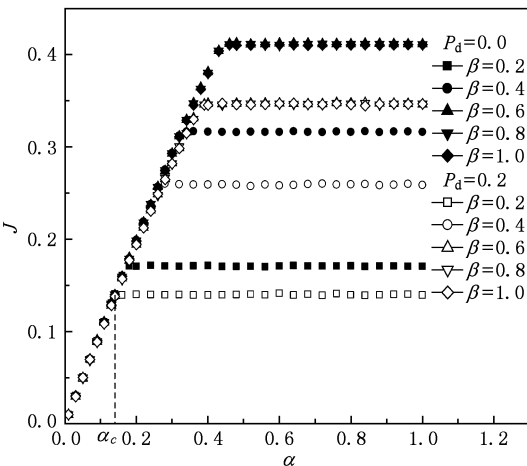


图 3 系统流量与 α 关系图

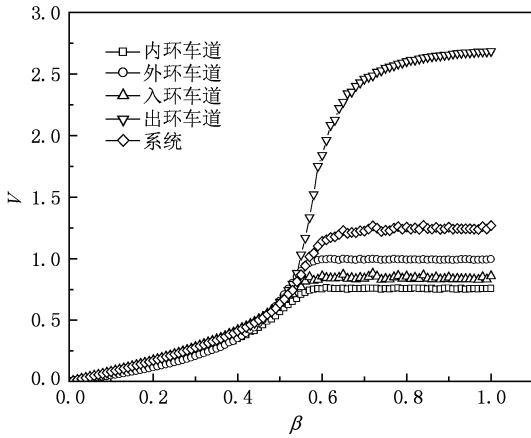


图6 $P_d = 0.20, \alpha = 0.4$ 时,各车道及系统速度与 β 关系图

度随 β 增加而增加,内、外环道和入环车道速度在 $\beta = 0.59$ 时进入平台区域,不再随 β 的增加而改变,此时速度平台值较小,存在一定的拥堵.而出环车道速度在 $\beta = 0.59$ 附近随 β 的增加而迅速增加,出环车道畅通性得到明显改善,出环车道的畅通性明显要好与其他车道.可见当 β 相同时,各车道的畅通状况也不全相同.

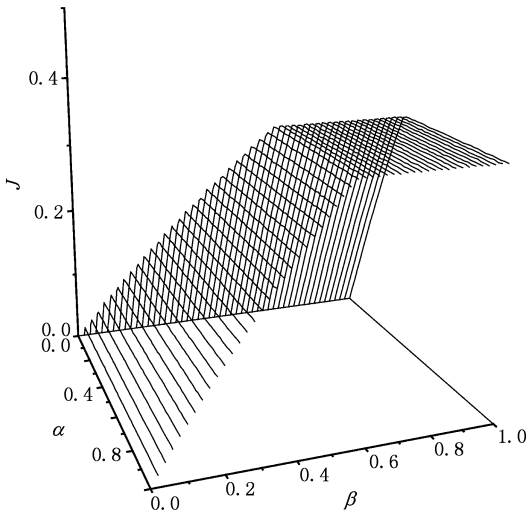


图7 $P_d = 0.2$ 时,系统流量与 α, β 的关系图

由于平面环形交叉路口存在较多的道路瓶颈,各车道入口和出口处瓶颈不同,以及所处车流上下游关系,使得当 α, β 一定时各车道的畅通情况不一定相同,各车道内部入口、出口和中间路段畅通状况也不一定相同,出现了系统局部拥堵,局部畅通的现象.由前面分析可知 α, β 均只在一定范围影响着系统流量的变化,出现了流量平台.图7为 $P_d = 0.2$ 时系统流量与 α, β 关系三维图.图7中系统流

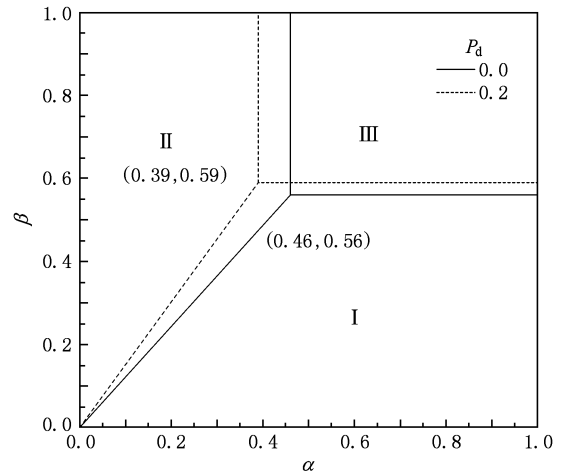


图8 系统相图

量与 α, β 形成了三个相交面,里侧斜面中 α 一定时,系统流量随之确定与 β 变化无关;左侧斜面中 β 一定时,系统流量随之确定与 α 变化无关;在顶部平面中,系统流量与 α, β 变化无关为一定值 ($J = 0.347$).据此本文以系统流量与产生概率和消失概率的关系将系统交通流分为三个不同的相:1) 流量与 α, β 变化无关的相,系统流量处于平台区域,系统流量达到饱和处于最大值;2) 系统流量随 α 确定而确定的相;3) 系统流量随 β 确定而确定的相.在图8中,我们给出了不同刹车概率 P_d 时以 (α, β) 为相空间的相图.对于确定的 P_d 相图均包含三个相区.在I区中,系统流量随 β 确定而确定,在此区中可以通过提高 β ,提高系统流量.在II区中,流量随 α 确定而确定,在此区中可以通过提高 α ,提高系统流量.在III区中,系统流量取最大值,处于平台区域与 α, β 变化无关.由图8可见当刹车概率 P_d 由零增大时,相图的I区面积扩大,II区面积减小.这表明随着 P_d 的增大,系统流量将更多受到 β 的影响.这是因为在刹车概率越大,车道越易出现堵塞, β 直接影响出环车道的畅通状况,出环车道堵塞向上游传播,使内、外环车道和进环车道容易发生拥挤,上游各车道流量较早达到饱和,进而使系统流量达到饱和,故刹车概率增大将会使 β 对系统影响更为显著,从而I区范围扩大,II区范围减小.

4. 结 论

平面环形交叉路口是一种常见的无信号控制道路交叉路口,相对于红绿灯控制的交叉口可避免发

生周期性的交通堵塞,是一种自行调节的渠化交通形式.由于平面环形交叉口道路结构特点,使得平面环形交叉口比十字路口等交叉路口存在较多道路瓶颈,车流的分流、合流非常频繁,系统内相邻车辆之间的自组织现象较为突出,这在内环车道表现得尤为明显,内环车道最易出现拥堵,车速较低,内环道交通流是否畅通对系统交通流畅通有着重要影响^[21,22,27].文献[22]研究表明随着刹车概率的增大,环形交叉口的通行能力将随之减小;而转向概率的增大,有利于环形交叉口的通行能力提高.文献[27]研究表明边界条件、道路瓶颈和车辆的自组

织行为均影响着平面环形交叉路口交通流的性质,当 α 或 β 一定时,各车道及系统存在密度、速度和流量平台.本文进一步详细研究了系统流量与 α, β 之间的关系.计算机模拟结果表明: α, β 均在一定范围对系统车流变化产生影响,存在着流量平台.根据系统流量与产生概率 α ,消失概率 β 关系,将系统分为三个相:1)系统流量与 α, β 变化无关的相;2)系统流量与 α 变化有关而与 β 变化无关的相;3)系统流量与 β 变化有关而与 α 变化无关的相.通过改变 α, β ,可依需要出发对系统流量进行调节,为实际交通控制提供参考.

- [1] Sven M, Bart D M 2005 *Phys. Rep.* **408** 1067
- [2] Chowdhury D, Santen L, Schadschneider A 2000 *Phys. Rep.* **329** 199
- [3] Tan H L, Liu M R, Kong L J 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2713 (in Chinese) [谭惠丽、刘慕仁、孔令江 2002 物理学报 **51** 2713]
- [4] Wu J J, Sun H J, Gao Z Y 2008 *Phys. Rev. E* **78** 036103
- [5] Xue Y 2002 *Chin. Phys.* **11** 1128
- [6] Wang R, Liu M, Jiang R 2008 *Phys. Rev. E* **77** 051108
- [7] Jia N, Ma S F 2009 *Phys. Rev. E* **78** 031115
- [8] Mei C Q, Huang H J, Tang T Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4786 (in Chinese) [梅超群、黄海军、唐铁桥 2008 物理学报 **57** 4786]
- [9] Li X G, Gao Z Y, Zhao X M, Jia B 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4777 (in Chinese) [李新刚、高自友、赵小梅、贾 斌 2008 物理学报 **57** 4777]
- [10] Li X L, Kuang H, Song T, Dai S Q, Li Z P 2008 *Chin. Phys. B* **17** 2366
- [11] Jia B, Li X G, Jiang R, Gao Z Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6845 (in Chinese) [贾 斌、李新刚、姜 锐、高自友 2009 物理学报 **58** 6845]
- [12] Ding J X, Huang H J, Tang T Q 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 7591 (in Chinese) [丁建勋、黄海军、唐铁桥 2009 物理学报 **58** 7591]
- [13] Jiang R, Wu Q S, Wang B H 2002 *Phys. Rev. E* **66** 036104
- [14] Jiang R, Jia B, Wu Q S 2003 *J. Phys. A* **36** 11713
- [15] Jia B, Jiang R, Wu Q S 2005 *Physica A* **345** 218
- [16] Jia B, Jiang R, Wu Q S 2004 *Phys. Rev. E* **69** 056105
- [17] Huang D W 2007 *Physica A* **383** 603
- [18] Fouladv, M E, Sadjadi Z, Shaebani M R 2004 *Phys. Rev. E* **70** 046132
- [19] Wang R, Ruskin H J 2002 *Comp. Phys. Comm.* **147** 570
- [20] Wang R, Ruskin H J 2006 *Int. J. Mod. Phys. C* **17** 693
- [21] Chen R X, Bai K Z, Liu M R 2006 *Chin. Phys.* **15** 1471
- [22] Bai K Z, Chen R X, Kong L J, Liu M R 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 4500 (in Chinese) [白克钊、陈瑞熊、孔令江、刘慕仁 2009 物理学报 **58** 4500]
- [23] Nagel K, Schrenckenberg M 1992 *J. Phys.* **12** 2221 (in France)
- [24] Joachim K 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 1882
- [25] Cheybani S, Kertesz J, Schrenckenberg M 2001 *Phys. Rev. E* **63** 016107
- [26] Kerner B S 2004 *Physica A* **333** 379
- [27] Bai K Z, Tan H L, Kong L J, Liu M R 2010 *Chin. Phys. B* **19** 040510

Study on the phase diagram of the grade roundabout crossing with open boundary condition^{*}

Bai Ke-Zhao^{1)†} Kuang Hua¹⁾²⁾ Liu Mu-Ren¹⁾ Kong Ling-Jiang¹⁾

1) (*College of Physics and Technology, Guangxi Normal University, Guilin 541004, China*)

2) (*Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai University, Shanghai 200072, China*)

(Received 11 September 2009; revised manuscript received 16 November 2009)

Abstract

The traffic flow at the roundabout crossing with the inner roundabout lane and the outer roundabout lane is described by a cellular automaton traffic flow model with open boundary condition. Simulation results show that the boundary condition and bottlenecks affect the traffic flow at the roundabout crossing. The enter probability α and the out probability β can change the systemic flux in a certain range. Three phases of the system are differentiated by the relationship between the systemic flux and the enter probability α , the out probability β . The systemic phase diagram is also studied. The research can provide a reference for the realistic traffic control.

Keywords: grade roundabout crossing, cellular automaton model, bottleneck, phase diagram

PACC: 0550

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10562001, 10762005, 10962002).

[†] E-mail: baikezhao@tom.com