

低速十字路口交通流模型相图*

李启朗^{1)2)‡} 孙晓燕¹⁾ 汪秉宏^{1)†} 刘慕仁³⁾

1) (中国科学技术大学近代物理系, 合肥 230026)

2) (安徽建筑工业学院数理系, 合肥 230601)

3) (广西师范学院, 南宁 530001)

(2009 年 9 月 21 日收到; 2009 年 12 月 9 日收到修改稿)

研究由两个单车道构成低速十字路口交通流模型. 模型中两车道上的车辆更新遵循无交通灯管制下的并行规则. 依据构建相图的原则并采用局部占有概率方法, 建立相图, 给出相图中的各部分区域的流量表达式. 两车道均采用周期边界条件和确定性 FI 模型进行数值模拟, 模拟结果与理论分析精确一致. 模型中两条车道的行车规则更接近实际道路交通, 该结果为交通管理提供一定的指导作用.

关键词: 局部占有概率方法, 相图, 十字路口, 元胞自动机

PACC: 0550

1. 引 言

元胞自动机 (CA) 模型作为模拟非线性复杂系统的一种有效工具, 近年来在交通流的研究中得到了广泛的应用^[1-33]. 在城市, 交通拥堵成为日益严重的问题, 因而研究交通拥堵的成因是解决城市交通问题的关键. 在交通拥堵的形成因素中, 交通瓶颈是引起交通堵塞的主要因素之一. 根据交通瓶颈形成的机理可将其分为速度瓶颈^[4,5]和道路瓶颈^[7,8]. 高速公路上收费站的存在也无形中形成交通瓶颈^[9]. 从某种意义上讲, 可以把十字路口看作为瓶颈, 因为两条道路上的车辆在十字路口交汇处会相互干扰^[10].

城市交通实际上就是一个二维的交通网络, 首先用来模拟城市交通的 CA 模型是 Biham, Middleton 和 Levine 提出的 BML 模型^[11]. 计算机模拟表明, 在周期性边界条件下, BML 模型存在一个从自由流到堵塞流的一阶相变. 随后, 建立了一些简化的 BML 模型用于模拟城市道路交通, 如十字路口模型^[12-15]、城市主干道模型和交通环岛模型^[16,20]. 目前, 研究十字路口交通流模型中的两条车道是按

奇、偶时步交替更新或者是在交通灯管制下并行更新. 然而, 在实际道路交通中, 道路上的车辆更新方式通常有两类: 一是在交通灯管制下并行更新, 二是在无交通灯管制下并行更新. 无交通灯管制下并行更新遵循三个原则: 首先, 时间优先原则; 其次, 时间相同, 就近原则; 最后, 随机原则. 具体的规则将在下文详细介绍.

Ishibashi 和 Fukui 采用局部占有概率方法研究单车道高速交通的瓶颈效应^[8]和十字路口问题^[10,12]. 其中, 十字路口模型是由两个单车道垂直相交构成的, 在两个单车道上各自行使车辆允许的最大速度可以相等, 也可以不相等. 文献[12]采用局部占有概率方法讨论了两条单车道上车辆的最大速度相等时, 构成相图的各部分区域的流量公式. 在周期边界条件下, 采用他们自己的模型 (FI 模型) 进行模拟, 不考虑随机减速概率, 数值模拟结果与理论分析的结果精确一致. 然而, 模型中的两条车道是按奇、偶时步交替更新. 由于局部占有概率方法能够成功用于分析十字路口交通^[12], 本文也采用此方法研究文献[12]中的低速十字路口交通流模型情况 ($V_{\text{east}} = V_{\text{north}} = 1$ 和 2, V_{east} 和 V_{north} 分别表示东向、北向车道上车辆允许最大速度). 但是, 与文

* 国家重点基础研究发展计划 (批准号: 2006CB705500), 国家自然科学基金 (批准号: 10975126, 60744003, 10635040, 10532060) 资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: bhwang@ustc.edu.cn

‡ E-mail: qilang@mail.ustc.edu.cn

献[12]模型不同的是本文模型中的两条车道采用无交通灯管制下并行更新. 本文根据相图的原则构建了流量相图并给出了相图中各部分区域的流量表达式.

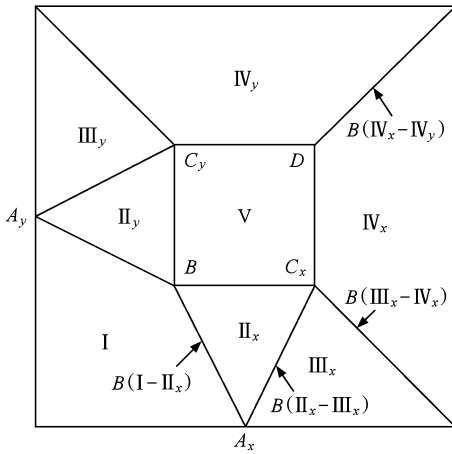


图1 相图

图1就是文献[12]的相图. 文献[10]和[12]对相图中的区域划分、每个区域解释说明及构建相图的原则作了介绍. 为了便于理解,下面对相图作简要介绍:在区域I内,东向、北向道路上的车辆密度都较低,因此所有车辆都能按最大速度自由运动,流量分别为 pV_{east} 和 qV_{north} . 其中, p 和 q 分别表示东向、北向车道上的车辆密度. 在区域 II_x 内,北向车道上的车辆密度低,车辆自由运动,流量为 qV_{north} ;东向车道上的车辆密度介于高低密度之间,该车道上车辆在十字路口处由于受北向车道上的车辆干扰形成瓶颈. 在 III_x 内,北向车道上的车辆密度低,车辆自由运动,流量为 qV_{north} ;在这个区域内,即使北向车道上没有车辆,东向车道上的车辆也会因密度高而形成阻塞,流量为 $1-p$. 在 IV_x 内,东向车道上的车辆密度高而形成阻塞,流量为 $1-p$;由于受到东向车道上的车辆的影响,北向车道上的车辆没有

足够的空间运动,也形成了阻塞,流量为 $1-p$. 在区域V内,两条车道上的车辆在十字路口处相互影响. 根据对称性,区域 II_y , III_y 和 IV_y 内情况可用类似的方法讨论.

图2是十字路口示意图, 0 表示十字路口, p_i 和 q_i 分别表示东向、北向车道上的车辆局部占有概率.

2. 局部占有概率方法分析讨论

本小节采用局部占有概率的方法分析 $V_{east} = V_{north} = 1$ 和2的相图.

2.1. $V_{east} = V_{north} = 1$

下面仅讨论区域I, II_x , III_x , IV_x 和V的流量公式,根据对称性即可得到区域 II_y , III_y 和 IV_y 的流量公式.

在区域I内,东向、北向两条车道上的车辆都自由运动, $J_1 = p, J_2 = q$. J_1 和 J_2 分别表示东向和北向两车道的流量,以下类同. 在区域 II_x 内,北向车道上的车辆自由运动,流量为 $J_2 = q$. 在十字路口处,北向车道上的车辆干扰了东向车道上的车辆行驶,导致在东向车道的十字路口前方(即 $i = -1$ 处)形成阻塞. 由概率守恒可以得到: $p_{-1} = 1 - (p_0 + q_0)$. 当 $p_{-1} = p_0 + q_0$ 时可以获得东向车道的最大流量. 因此 $J_1 = p_0 = (1 - 2q)/2$,其中 $q_0 = q$. 在区域 III_x 内,北向车道上的车辆自由运动,流量为 $J_2 = q$. 在这个区域内,即使北向车道上没有车辆,由于东向车道上的车辆密度高,自发形成阻塞,流量为 $J_1 = 1 - p$. 在区域 IV_x 内,东向车道的车辆密度高而形成阻塞,流量为 $J_1 = 1 - p$. 由于受到东向车道上的车辆的影响,北向车道上的车辆没有足够的空间运动,因而也形成阻塞流, $J_2 = 1 - p$. 在区域V内,两条车道上的车辆相互影响,在十字路口有: $p_{-1} = 1 - (p_0 + q_0)$, $q_{-1} = 1 - (p_0 + q_0)$. 当 $p_{-1} = p_0 + q_0$ 时,东向车道可以获得最大流量. 根据对称性可得 $p_{-1} = q_{-1}, p_0 = q_0$. 由此分析可得 $p_0 = q_0 = 0.25$,两车道的流量都为0.25.

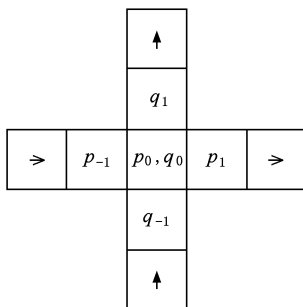


图2 十字路口

构建相图的原则要求相图中相邻的区域边界[如 $B(I - II_x)$]两边的流量值在边界处相等,或者连续,可以得到以下方程:

$$p = (1 - 2q)/2, \quad [\text{区域 I 和 } II_x \text{ 的边界}], \quad (1)$$

$$q = (1 - 2p)/2, \quad [\text{区域 I 和 } II_y \text{ 的边界}], \quad (2)$$

$$p = 0.25; (1 - 2p)/2 = 0.25, \quad [\text{区域 V 和 II}_y \text{ 的边界}], \quad (3)$$

$$q = 0.25; (1 - 2q)/2 = 0.25, \quad [\text{区域 V 和 II}_x \text{ 的边界}], \quad (4)$$

$$1 - p = (1 - 2q)/2, \quad [\text{区域 II}_x \text{ 和 III}_x \text{ 的边界}], \quad (5)$$

$$q = 1 - p, \quad [\text{区域 III}_x \text{ 和 IV}_x \text{ 的边界}], \quad (6)$$

$$1 - p = 1 - q \text{ 即 } p = q, \quad [\text{区域 IV}_x \text{ 和 IV}_y \text{ 的边界}]. \quad (7)$$

B 点是区域 I, II_x, II_y 和 V 的交汇点, 方程 (1) 和 (2) 联立求解得到 $p = q = 0.25$. 代入区域 I 和 II 中, 在 B 点处两车道的流量公式都等于 0.25, 与区域 V 在 B 点流量值一致. C_x 点是区域 II_x, III_x, IV_x 和 V 交汇点, 方程 (5) 和 (6) 联立必有解, 解为 $p = 0.75, q = 0.25$. 在 C_x 点处两车道流量都为 0.25, 与区域 V 在 C_x 点的流量值一致.

根据上述分析得到的相图如图 3 所示, 图中的每一个区域内 J₁, J₂ 流量按 (J₁, J₂) 呈现在相图中.

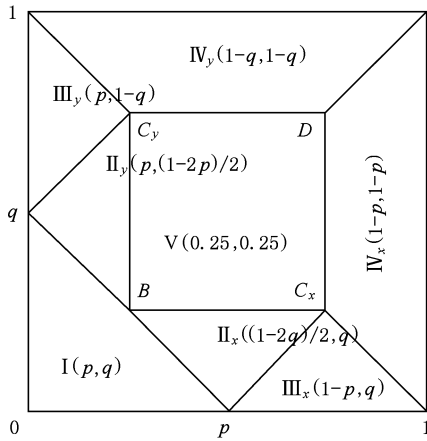


图 3 $V_{\text{east}} = V_{\text{north}} = 1$ 相图

2. 2. $V_{\text{east}} = V_{\text{north}} = 2$

区域 I, III 和 IV 的流量的分析与 2.1 相应的区域类似, 下面直接给出流量表达式. 但是在区域 II 和 V 内, 流量的表达式不同.

在区域 I 内, $J_1 = 2p, J_2 = 2q$. 在区域 II_x 内, 车道上局部占有概率的空间幅度周期为 2. 在十字路口后, 有 $p_0 = p_2 = p_4 = \dots = p_{2r}; p_1 = p_3 = p_5 = \dots = p_{2r+1}; q_0 = q_2 = q_4 = \dots = q_{2r}; q_1 = q_3 = q_5 = \dots = q_{2r+1}$. 在上述条件的约束下, 可以得: $p_{-1} = 1 - (p_0 + q_0 +$

$p_1), p_{-1} = p_0 + q_0$. 由于北向车道上的车辆自由运动, 局部占有概率幅度可以延伸到整个车道, 所以有 $q_0 + q_1 = 2q$. 两车道的车流量分别为 $J_1 = p_0 + p_1, J_2 = q_0 + q_1$. 当 $p_{-1} = p_1$ 时东向车道可以获得最大流量值. 根据上述分析可得 $J_1 = 2/3 - 2q + q_1$. 考虑到对称性, 有表达式 $J_1 = (2 - cq)/3, J_2 = (2 - cp)/3$, 其中 J_1 和 J_2 分别在区域 II_x 和 II_y 内. 根据区域 I 和 II_x 内的流量在边界处连续及区域 I 和 II_y 内的流量在边界处连续, 可以分别得到 $2p = (2 - cq)/3, 2q = (2 - cp)/3$. 因为区域 I 和 II_x 的边界及 I 和 II_y 的边界相交于 B 点, 所以有 $p = q = 2/(6 + c)$. B 点也在区域 V 中, 因此 $4/(6 + c) = 0.5$, 解得 $c = 2$. 即当 $q_1 = 4q/3$ 时, 东向车道可以获得最大流量 $J_1 = (2 - 2q)/3$. 北向车道的车辆自由运动, $J_2 = 2q$. 在区域 III_x 内, $J_2 = 2q, J_1 = 1 - p$. 在区域 IV_x 内, $J_1 = 1 - p, J_2 = 1 - p$. 在区域 V 内, 两条车道上的车辆相互影响, 在十字路口根据概率守恒有 $p_{-1} = 1 - (p_0 + q_0 + p_1), q_{-1} = 1 - (p_0 + q_0 + q_1)$. 根据对称性有 $p_{-1} = q_{-1}, p_0 = q_0$. 根据最大交通流的条件有 $p_{-1} = p_1, q_{-1} = q_1$. 当 $p_{-1} = p_0 + q_0$ 时可以获得东向车道的最大流量值. 联立上述各式可得到 $p_0 = q_0 = 1/6$. 两车道的流量分别为 $J_1 = p_0 + p_1 = 2p_0 + q_0 = 0.5, J_2 = q_0 + q_1 = p_0 + 2q_0 = 0.5$.

相图的边界和汇合点不再讨论, 方法类似前面速度为 1 情况. 速度为 2 的相图如图 4 所示.

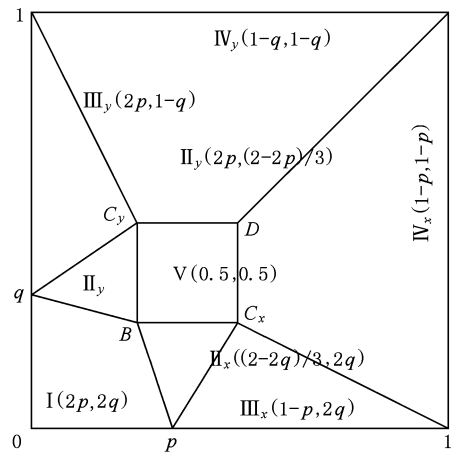


图 4 $V_{\text{east}} = V_{\text{north}} = 2$ 相图

3. 模型的更新规则

模型中的两条单车道都分别离散成长为 L 的一维格子, 在每一车道的 L/2 处设置为交叉点即十字

路口. 交叉点可以被一辆向北(或向东)行驶的车辆占据、经过或为空. 每个格点只能容纳一辆车, 车辆的最大速度为 V_{\max} . 所有车辆按下列规则演化: 1) 加速: $v(t+1) = \min(V_{\max}, \text{gap})$, 其中 gap 表示本车与前车的间距. 2) 减速: 为了方便表述, 用 E 和 N 分别表示最靠近十字路口的东向和北向车道上的车辆, K 表示十字路口. 在某一时刻, 考察 E 能否到达或经过 K, 如果不能到达或经过, 那么北向车道上的车辆更新是独立的; 类似地, 如果 N 不能到达或经过 K, 那么东向车道上的车辆更新也是独立的. 下面讨论的是 E 和 N 两辆车均能在一个时步内到达或经过 K 的情况, E 和 N 到达 K 所需的时间分别为 $t_E = \frac{x_K - x_E}{v_E(t+1)}$, $t_N = \frac{x_K - x_N}{v_N(t+1)}$. 首先, 时间优先原则: 如果 $t_E < t_N$, E 优先占领或者经过十字路口, N 只能减速行驶到 K-1 处; 如果 $t_E > t_N$, N 优先占领或者经过十字路口, E 只能减速行驶到 K-1 处. 其次, 时间相同, 就近原则: 在 $t_E = t_N$ 时, 如果 E 到 K 的距离比 N 到 K 的距离近, 那么 E 优先占领或者经过十字路口, N 只能减速行驶到 K-1 处; 相反, 如果 N 到 K 的距离比 E 到 K 的距离近, 那么 N 优先占领或者经过十字路口, E 只能减速行驶到 K-1 处. 最后, 随机原则: 如果所需时间相同且 E 和 N 到 K 的距离都相等时, E 和 N 都以相等的概率占领或者经过十字路口. 3) 车辆运动: $x(t+1) = x(t) + v(t+1)$, 其中 x 表示车辆的位置.

4. 数值模拟结果分析讨论

由于东向和北向车道完全一样, 本文仅模拟北向车道上的车辆密度(q)给定的情况下, 两车道的车辆流量(J_1, J_2)随东向车道上的车辆密度(p)的变化关系. 两条道路上车辆的最大速度为 1 和 2 时, 北向车道上车辆密度的临界值分别为 0.5 和 1/3. 由

于最大速度为 1 时流量随 p 的变化与最大速度为 2 类似, 所以对于每种情况, 本文只讨论了 q 小于临界值(速度为 1)和大于或等于临界值(速度为 2)流量变化, 如图 5 和图 6 所示.

需指出的是, 在讨论中出现的变量 a_{mn} , 下标 m 和 n 分别对应区域 m 和 n , a_{mn} 表示区域 m 和 n 边界处的值. a_{mn} 下标中 1, 2, 3, 4 和 5 分别对应区域 I, II, III, IV 和 V. 例如 a_{12} 表示区域 I 和 II 边界处的值. a_B, a_{C_x} 等表示三个或三个以上区域交汇点的值, 例如 a_B 表示区域 I, II_x, II_y 和 V 的交汇点的值.

根据图 5, 当 q 选取 0.2, J_1 分为三个部分: $0 \leq p \leq a_{12}, a_{12} \leq p \leq a_{23}$ 和 $a_{23} \leq p \leq 1$, 其中 $a_{12} = 0.3, a_{23} = 0.7$. 当 $a_{12} \leq p \leq a_{23}$ 时, $J_1 = 0.3$. J_2 分为两个部分: $0 \leq p \leq a_{34}, a_{34} \leq p \leq 1$, 其中 $a_{34} = 0.8$. 当 $0 \leq p \leq a_{34}$ 时, $J_2 = 0.2$. $q = 0.2 < 0.25$, 两车道的流量值应满足相图 3 中区域 I, II_x, III_x 和 IV_x 内的相应式. 在区域 I 内, $J_1 = p, J_2$ 随 p 线性递增, $J_2 = q = 0.2$. 在区域 II_x 内, $J_1 = (1 - 2q)/2, q = 0.2$, 得 $J_1 = 0.3, J_2 = q = 0.2$. 其中, 在区域 I 和 II_x 边界处, 由 J_1 连续得 $p = (1 - 2q)/2, q = 0.2$, 得 $p = 0.3$, 即 $a_{12} = 0.3$. 在区域 III_x 内, $J_1 = 1 - p, J_1$ 随 p 线性减小, $J_2 = q = 0.2$. 其中, 在区域 II_x 和 III_x 边界处 J_1 连续, 所以有 $1 - p = 0.3$, 得 $p = 0.7$, 即 $a_{23} = 0.7$. 在区域 IV_x 内, $J_1 = J_2 = 1 - p$, 数值模拟中两者重合. 后面 q 取各种值在区域 IV_x 内结果都相同, 不再赘述. 其中, 区域 IV_x 和 III_x 边界处 J_2 连续得 $q = 1 - p$, 因为 $q = 0.2$, 所以 $p = 0.8$, 即 $a_{34} = 0.8$.

当 q 选取 0.25, J_1 分为三个部分: $0 \leq p \leq a_B, a_B \leq p \leq a_{C_x}$ 和 $a_{C_x} \leq p \leq 1$, 其中 $a_B = 0.25, a_{C_x} = 0.75$. 当 $a_B \leq p \leq a_{C_x}$ 时, $J_1 = 0.25$. J_2 分为两个部分: $0 \leq p \leq a_{C_x}, a_{C_x} \leq p \leq 1$. 当 $0 \leq p \leq a_{C_x}$ 时, $J_2 = 0.25$. $q = 0.25$, 两车道的流量值应满足相图 3 中区域 I 和 IV_x 内的相应表达式, II_x 和 V 交汇处 BC_x 边界值. 在区域 I 内, $J_1 = p, J_2 = q = 0.25$. 在区域 II_x 内, $J_1 = (1 -$

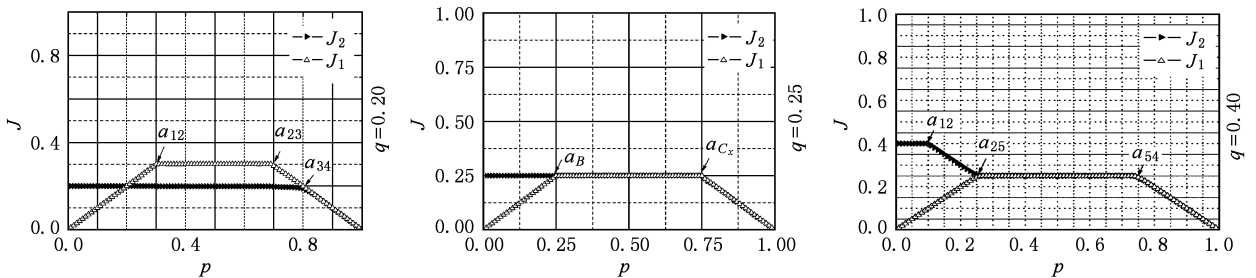


图 5 $V_{\text{east}} = V_{\text{north}} = 1$, 在不同的 q 值下, J_1, J_2 随 p 的变化

$2q)/2, q=0.25$, 即 $J_1 = 0.25, J_2 = q = 0.25$. 在区域 V 内, $J_1 = J_2 = 0.25$. 可见, 在交汇边界 BC_x 处, 流量是连续的. 其中, 区域 I, II_x, II_y 和 V 交汇点 B 处, 选取区域 I 和 II_x 内 J_1 连续, $p = 0.25$, 与数值模拟中 $a_B = 0.25$ 符合. 区域 II_x, III_x, IV_x 和 V 交汇点 C_x 处, 选取 IV_x 和 V 汇合处 J_2 连续, $1 - p = 0.25$, 故 $p = 0.75$, 即 $a_{C_x} = 0.75$.

当 q 选取 $0.4, J_1$ 分为三个部分: $0 \leq p \leq a_{25}, a_{25} \leq p \leq a_{54}$ 和 $a_{54} \leq p \leq 1$, 其中 $a_{25} = 0.25, a_{54} = 0.75$. 当 $a_{25} \leq p \leq a_{54}$ 时, $J_1 = 0.25, J_2$ 分为四个部分: 在 $0 \leq p$

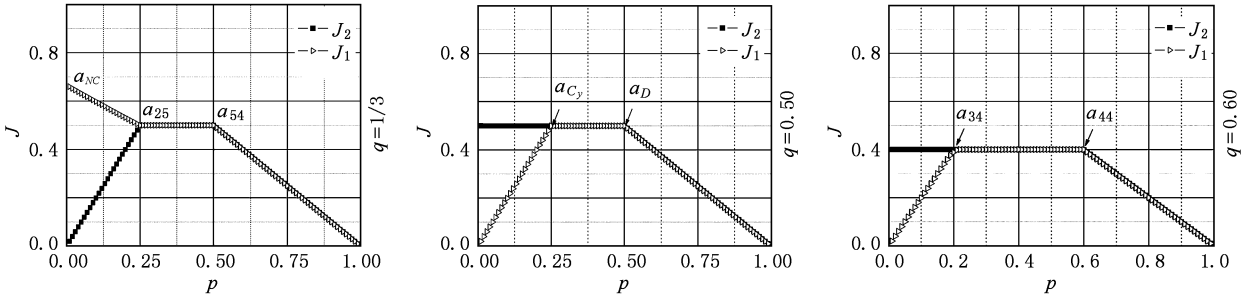


图 6 $V_{\text{east}} = V_{\text{north}} = 2$, 在不同的 q 值下, J_1, J_2 随 p 的变化

根据图 6, 当 q 选取 $1/3, J_1$ 分为三个部分: $0 \leq p \leq a_{25}, a_{25} \leq p \leq a_{54}$ 和 $a_{54} \leq p \leq 1$. 当 $a_{25} \leq p \leq a_{54}$ 时, $J_1 = 0.5, J_2$ 分为三个部分: 在 $0 \leq p \leq a_{25}$ 内, J_2 线性减小; 在 $a_{25} \leq p \leq a_{54}$ 内, $J_2 = 0.5$; 在 $a_{54} \leq p \leq 1$ 内, J_2 线性减小; 其中, $a_{25} = 0.25, a_{54} = 0.5$. $q = 0.5$, 两车道的流量值应满足相图 4 中区域 II_y, V 和 IV_x 内的相应表达式. 在区域 II_y 内, $J_1 = 2p$, 随 p 线性递增; $J_2 = (2 - 2p)/3$, 当 $p = 0$ 时即 a_{NC} 处, $J_2 = 2/3$ 和数值模拟的结果符合. 在区域 V 内, $J_1 = J_2 = 0.5$. 在区域 V 和 II_y 边界处, 由 J_2 连续得 $(2 - 2p)/3 = 0.5$, 故 $p = 0.25$, 即 $a_{25} = 0.25$. 在区域 V 和 VI_x 边界处, 由 J_2 连续得 $1 - p = 0.5$, 故 $p = 0.5$, 即 $a_{54} = 0.5$.

当 q 选取 $0.5, J_1$ 分为三个部分: 当 $0 \leq p \leq a_{C_y}, a_{C_y} \leq p \leq a_D$ 和 $a_D \leq p \leq 1$, 其中 $a_{C_y} = 0.25, a_D = 0.5$. 当 $a_{C_y} \leq p \leq a_D$ 时, $J_1 = 0.5, J_2$ 分为两个部分: $0 \leq p \leq a_D$ 和 $a_D \leq p \leq 1$. 当 $0 \leq p \leq a_D$ 时, $J_2 = 0.5, q = 0.5$, 两车道的流量值应满足相图 4 中区域 III_y 和 IV_x 内的相应表达式, V 和 IV_y 交汇点 C_y 边界值. 在区域 III_y 内, $J_1 = 2p, J_2 = 1 - q = 0.5$. 在区域 IV_y 内, $J_1 = J_2 = 1 - q = 0.5$. 在区域 V 内, $J_1 = J_2 = 0.5$. 在区域边界 C_y D 处, 流量是连续的. 区域 III_{y}, IV_{y}, II_{y}} 和 V 交汇点 C_y 处, 选取区域 III_{y} 和 V 边界处 J_1 连续得 $p = 0.25$, 与数值模拟中 $a_{C_y} = 0.25$ 符合. 区域 IV_{x}, IV_{y}}}}}}

$\leq a_{12}$ 内, $J_2 = 0.4$; 在 $a_{12} \leq p \leq a_{25}$ 内, J_2 随 p 线性减小; 在 $a_{25} \leq p \leq a_{54}$ 内, $J_2 = 0.25$; 在 $a_{54} \leq p \leq 1$ 内, J_2 随 p 线性减小, 其中 $a_{12} = 0.1, q = 0.4$, 两车道车辆的流量值应满足相图 3 中区域 I, II_{y}, V 和 IV_x 内的相应的表达式. 在区域 I 内, $J_1 = p, J_2 = q = 0.4$. 在区域 II_{y} 内, $J_1 = p, J_2$ 随 p 线性减小. 其中, 区域 I 和 II_{y} 交汇处, 由 J_2 连续得 $0.4 = (1 - 2p)/2$, 所以 $p = 0.1$, 即 $a_{12} = 0.1$. 在区域 V 内, $J_1 = J_2 = 0.25$. 区域 IV_{x} 和 V 边界处, 由 J_1 或 J_2 连续得 $0.25 = 1 - p$, 因此 $p = 0.75$, 即 $a_{54} = 0.75$.}}}}

和 V 交汇点 D 处, 选取 IV_{y} 和 V 边界处 J_1 或 J_2 连续得 $1 - p = 0.5$, 故 $p = 0.5$, 即 $a_D = 0.5$.}

若 q 选取 $0.6, J_1$ 分为三个部分: 当 $0 \leq p \leq a_{34}, a_{34} \leq p \leq a_{44}$ 和 $a_{44} \leq p \leq 1$, 其中 $a_{34} = 0.2, a_{44} = 0.6$. 当 $a_{34} \leq p \leq a_{44}$ 时, $J_1 = 0.4, J_2$ 分为两个部分: $0 \leq p \leq a_{44}$ 和 $a_{44} \leq p \leq 1$. 当 $0 \leq p \leq a_{44}$ 时, $J_2 = 0.4, q = 0.6$, 两车道的流量值应满足相图 4 中区域 III_{y}, IV_{y}} 和 IV_{x} 内的相应式. 在区域 III_{y} 内, $J_1 = 2p, J_2 = 1 - q = 0.4$. 在区域 IV_{y} 内, $J_1 = J_2 = 1 - q = 0.4$.}}}}

5. 结 论

本文采用局部占有概率方法研究由两个单车道构成的低速单个十字路口交通模型. 模型中两车道上车辆的最大速度相等且分别为 1 和 2. 根据相图的原则, 本文构建了流量相图, 给出相图中的各部分区域的流量表达式. 在周期边界条件下, 两条车道均采用确定性 FI 模型进行模拟, 数值模拟结果与理论分析的结果精确一致. 与文献 [12] 不同, 本文模型中的两条车道在无交通灯管制下并行更新. 本文相图和文献 [12] 中的相应的相图比较, 都是由五个区域构成的, 区域 I, III 和 IV 内流量表达式是完全一样, 但是区域 II 和 V 内流量表达式不同. 文

献[12]中速度为 1 和 2 相图中的区域 V 两车道车辆流量分别都等于 $1/3$ 和 $3/5$, 而本文相图中对应的区域流量分别都等于 $1/4$ 和 $1/2$. 文献[12]中速度为 1 和 2 相图中的区域 Π_x 中的 J_1 分别等于 $(1-q)/2$ 和 $(6-2q)/9$, 而本文相图中的分别都于 $(1-2q)/2$ 和 $(2-2q)/3$. 可见, 模型中的两车道采用不

同更新规则对十字路口相图中部分区域交通流有很大影响. 与文献[19,21]等比较, 虽然都用相图的方法, 本文采用方法能够详细给出相图中的各部分区域的流量公式. 而且, 模型中的车辆更新规则比文献[12]更接近实际的道路交通.

- [1] Wolfram S 1983 *Rev. Mod. Phys.* **55** 601
- [2] Chowdhury D, Santen L, Schadschneider A 2000 *Phys. Rep.* **329** 199
- [3] Xue Y, Dong L Y, Li L, Dai S Q 2005 *Phys. Rev. E* **71** 026123
- [4] Nagatani T 2000 *Physica A* **280** 602
- [5] Pottmeier A, Barlovic R, Knosp W, Schadschneider A, Schreckenberg M 2002 *Physica A* **308** 471
- [6] He H D, Lu W Z, Xue Y, Dong L Y 2009 *Chin. Phys. B* **18** 2703
- [7] Chung K H, Hui P M 1994 *J. Phys. Soc. Jpn.* **63** 4338
- [8] Ishibashi Y, Fukui M 2001 *J. Phys. Soc. Jpn.* **70** 1237
- [9] Chau H F, Hao X, Liu L G 2002 *Physica A* **303** 534
- [10] Ishibashi Y, Fukui M 2001 *J. Phys. Soc. Jpn.* **70** 3747
- [11] Biham O, Middleton A, Levine D 1992 *Phys. Rev. A* **46** 6124
- [12] Ishibashi Y, Fukui M 2001 *J. Phys. Soc. Jpn.* **70** 2793
- [13] Ishibashi Y, Fukui M 1996 *J. Phys. Soc. Jpn.* **65** 2793
- [14] Chowdhury D, Schreckenberg A 1999 *Phys. Rev. E* **59** R1311
- [15] Brockfeld E, Barlovic R, Schadschneider A 2001 *Phys. Rev. E* **64** 056132
- [16] Chen R X, Bai K Z, Liu M R 2006 *Chin. Phys.* **15** 1471
- [17] Wang B H, Wang L, Hui P M 1997 *J. Phys. Soc. Jpn.* **66** 3683
- [18] Hu S X, Gao K, Wang B H, Lu Y F 2008 *Chin. Phys. B* **17** 1863
- [19] Jiang R, Wu Q S, Wang B H 2002 *Phys. Rev. E* **66** 036104
- [20] Peng L, Tan H L, Wu D Y, Liu M R, Kong L J 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2899 (in Chinese) [彭麟、谭惠丽、吴大燕、刘慕仁、孔令江 2004 物理学报 **53** 2899]
- [21] Teng Y F, Gao Z Y, Jia B, Li F 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1365 (in Chinese) [滕亚帆、高自友、贾斌、李峰 2008 物理学报 **57** 1365]
- [22] Mei C Q, Huang H J, Tang T Q, Wang H W 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1497 (in Chinese) [梅超群、黄海军、唐铁桥、王惠文 2009 物理学报 **58** 1497]
- [23] Tang T Q, Huang H J, Xu G, Xue Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 56 (in Chinese) [唐铁桥、黄海军、徐刚、薛郁 2008 物理学报 **57** 56]
- [24] Mei C Q, Huang H J, Tang T Q 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3014 (in Chinese) [梅超群、黄海军、唐铁桥 2009 物理学报 **58** 3014]
- [25] Zheng R S, Lü J R, Zhu L H, Chen S D, Pang S Q 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5244 (in Chinese) [郑容森、吕集尔、朱留华、陈时东、庞寿全 2009 物理学报 **58** 5244]
- [26] Bai K Z, Chen R X, Liu M R, Kong L J, Zheng R S 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 4500 (in Chinese) [白克钊、陈瑞熊、刘慕仁、孔令江、郑容森 2009 物理学报 **58** 4500]
- [27] Li S C, Kong L J, Liu M R, Zheng R S 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2276 (in Chinese) [李盛春、孔令江、刘慕仁、郑容森 2009 物理学报 **58** 2276]
- [28] Li S C, Kong L J, Liu M R, Zheng R S 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2266 (in Chinese) [李盛春、孔令江、刘慕仁、郑容森 2009 物理学报 **58** 2266]
- [29] Chen S D, Zhu L H, Zheng R S, Kong L J, Liu M R 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2271 (in Chinese) [陈时东、朱留华、郑容森、孔令江、刘慕仁 2009 物理学报 **58** 2271]
- [30] Xue Y, Dong L Y, Yuan Y W, Dai S Q 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 492 (in Chinese) [薛郁、董力耘、袁以武、戴世强 2002 物理学报 **51** 492]
- [31] Lei L, Xue Y, Dai S Q 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2121 (in Chinese) [雷丽、薛郁、戴世强 2003 物理学报 **52** 2121]
- [32] Mei C Q, Huang H J, Tang T Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4786 (in Chinese) [梅超群、黄海军、唐铁桥 2008 物理学报 **57** 4786]
- [33] Xiao S F, Liu M R, Kong L J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3328 (in Chinese) [肖世发、刘慕仁、孔令江 2006 物理学报 **55** 3328]

Phase diagrams of the crossroad traffic model with low velocity vehicles^{*}

Li Qi-Lang^{1) 2) ‡} Sun Xiao-Yan¹⁾ Wang Bing-Hong^{1) †} Liu Mu-Ren³⁾

1) (*Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China*)

2) (*Department of Mathematics and Physics, Anhui University of Architecture, Hefei 230601, China*)

3) (*Guangxi Teachers Education University, Nanning 530001, China*)

(Received 21 September 2009; revised manuscript received 9 December 2009)

Abstract

This work studies the crossroad traffic model with low velocity vehicles, wherein the model consists of two one-lane roads. The parallel updating rule without traffic lights is obeyed by all the cars in our model. Based on the principle for constructing phase diagrams and the local occupation probability method, the phase diagrams are constructed, and in every phase diagram, the formulas of current in each region can be obtained. The deterministic FI model with the periodic boundary is applied in our numerical simulations. It turns out that the numerical results are in exact accordance with the theoretical analysis. Besides, the parallel updating rule is more common in the real crossroad traffic and thus our work may be helpful for the study of traffic management.

Keywords: local occupation probability method, phase diagram, crossroad, cellular automaton

PACC: 0550

^{*} Project supported by the National Basic Research Program of China (Grant No. 2006CB705500) and the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10975126, 60744003, 10635040, 10532060).

[†] Corresponding author. E-mail: bhwang@ustc.edu.cn

[‡] E-mail: qilang@mail.ustc.edu.cn