

换道概率对交通系统动能的影响*

唐铁桥^{1)2)†} 黄海军²⁾ 尚华艳³⁾

1) (北京航空航天大学交通科学与工程学院, 北京 100191)

2) (北京航空航天大学经济管理学院, 北京 100191)

3) (清华大学交通研究所, 北京 100084)

(2009 年 11 月 5 日收到; 2009 年 11 月 27 日收到修改稿)

基于跟车模型的特点, 提出了跟车模型的动能变化公式, 利用该公式研究换道概率对各车辆动能的影响. 数值实验结果表明, 换道概率和相对速度对各车辆动能产生较大影响, 但换道概率和相对速度会分别降低其动能变化频率和幅度. 此外, 系统增加的平均动能会随着系统最大换道概率的增加而降低.

关键词: 交通流, 跟车模型, 换道概率, 动能

PACC: 0550, 0520

1. 引 言

随着社会的迅速发展, 交通拥挤、交通事故、交通污染和能耗等问题日益严重, 这些交通问题逐渐成为制约城市发展速度和质量的重要因素之一. 各种交通问题导致许多学者提出大量交通流模型来刻画走走停停、局部聚集、换道及相变等复杂现象的形成、演化及传播特性^[1-16], 但它们都不能直接用来刻画我国混合交通流问题. 为了刻画混合交通流问题, 国内许多学者针对我国交通特征而提出了一些混合交通流模型, 并研究了我国混合交通系统产生的一些复杂现象^[17-23]. 然而, 上述模型都没有刻画交通系统的能耗问题. 最近, 田欢欢等人^[24]提出了元胞自动机交通流模型能耗公式, 并利用元胞自动机模型和他们提出的能耗公式研究了混合交通系统中车长、车速和混合比例等因素对能耗的影响, 但他们没有研究换道因素对交通系统能耗的影响. 现实交通系统通常是多车道系统, 而多车道系统又经常出现换道现象. 为了刻画换道问题, 学者们^[25-28]最近提出了一些换道模型并取得了一些重要结论, 杨小宝^[29]又结合实测数据研究了换道同通行能力的影响, 但他们都没有刻画换道因素对交通系统动能的影响. 基于元胞自动机交通流模型能耗

公式^[24]和换道概率跟车模型^[25], 本文提出跟车模型动能变化公式, 并利用该公式研究换道概率对系统动能的影响及其同系统换道概率之间的关系.

2. 跟车模型及其能耗定义

单车道跟车模型通常可以写成如下形式^[1]:

$$\frac{d^2 x_n}{dt^2} = f(v_n, \Delta x_n, \Delta v_n), \quad (1)$$

其中 x_n 和 v_n 分别为第 n 辆车的位置和速度, $f(\cdot)$ 为刺激函数且为车头距 $\Delta x_n = x_{n+1} - x_n$ 、相对速度 $\Delta v_n = v_{n+1} - v_n$ 和速度 v_n 的函数(如图 1). 为了进一步研究交通流问题, 后来学者们在方程(1)的基础上考虑了多个车头距, 从而提出了一些扩展的 OV 模型^[8-10], 即

$$\frac{d^2 x_n}{dt^2} = f(v_n, \Delta x_n, \Delta x_{n+1}, \dots, \Delta x_{n+m}, \Delta v_n), \quad (2)$$

其中 $\Delta x_{n+i} = x_{n+i+1} - x_{n+i}$. Zhao 和 Gao^[11]利用全速度差模型(FVD)^[4]刻画交通流时发现该模型在特定条件下会出现撞车, 于是他们提出了下面跟车模型:

$$\frac{d^2 x_n}{dt^2} = f(v_n, \Delta x_n, \Delta v_n, d^2 x_{n+1}/dt^2). \quad (3)$$

为了进一步提高车流稳定性, 王涛等人^[12]提出了一

* 教育部新世纪优秀人才支持计划(批准号: NCET-08-0038), 国家自然科学基金(批准号: 70701002, 70971007 和 70521001)和国家重点基础研究发展计划(批准号: 2006CB705503)资助的课题.

† E-mail: tieqiaotang@buaa.edu.cn

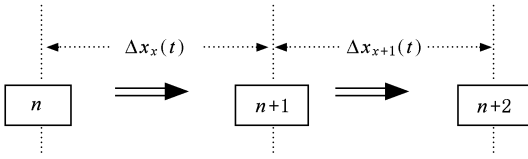


图 1 跟车模型示意图

个多速度差模型

$$\frac{d^2 x_n}{dt^2} = f(v_n, \Delta x_n, \Delta v_n, \Delta v_{n+1}, \dots, \Delta v_{n+k}), \quad (4)$$

其中 $\Delta v_{n+i} = v_{n+i+1} - v_{n+i}$. 解析结果和数值实验表明,模型(2)–(4)都可以提高车流稳定性.

尽管上述模型可以再现一些复杂现象,但不能直接用来研究换道问题. 实测数据和调查表明: 不管是否换道, 前车都存在换道概率, 这就要求司机考虑换道概率 $\varepsilon(\Delta x_{n+1}(t))$ 、车头距 $\Delta x_{n+1}(t) = x_{n+2}(t) - x_{n+1}(t)$ 和相对速度 $\Delta \tilde{v}_n(t) = v_{n+2}(t) - v_n(t)$ 对其加速度的影响(如图 1). 于是, Tang 等人^[25] 得到一个换道概率跟车模型

$$\frac{d^2 x_n(t)}{dt^2} = \alpha(V(\Delta x_n(t) + \varepsilon_{n+1} \Delta x_{n+1}(t)) - v_n) + \lambda(\Delta v_n + \varepsilon_{n+1} \Delta v_{n+1}(t)), \quad (5)$$

其中 α, λ 为两个反应系数. 如果 $\lambda = 0, \varepsilon_{n+1} = 0$, 方程(5)是优化速度模型; 如果 $\lambda > 0, \varepsilon_{n+1} = 0$, 方程(5)是全速度差模型. 如果 $\lambda = 0, \varepsilon_{n+1} > 0$, 我们称方程(5)为扩展的优化速度模型.

方程(5)的差分格式非常多, 但由于其差分格式对本文结论没有定性影响, 所以本文对方程(5)仍然采用非对称前向差分方法, 即

$$\begin{aligned} & \Delta x_n(t + 2\tau) \\ &= \Delta x_n(t + \tau) + \tau(V(\Delta x_{n+1}(t) \\ &+ \varepsilon_{n+2} \Delta x_{n+2}(t)) - V(\Delta x_n(t) \\ &+ \varepsilon_{n+1} \Delta x_{n+1}(t))) + \lambda(\Delta x_{n+1}(t + \tau) \\ &- \Delta x_{n+1}(t) - \Delta x_n(t + \tau) \\ &+ \Delta x_n(t)) + \lambda \varepsilon_{n+2}(\Delta x_{n+2}(t + \tau) \\ &- \Delta x_{n+2}(t) - \Delta x_n(t + \tau) + \Delta x_n(t)) \\ &+ \lambda(\varepsilon_{n+2} - \varepsilon_{n+1})(\Delta x_{n+1}(t + \tau) \\ &- \Delta x_{n+1}(t) - \Delta x_n(t + \tau) + \Delta x_n(t)), \quad (6) \end{aligned}$$

其中 $\varepsilon_{n+2} = \varepsilon(\Delta x_{n+2}(t)), \tau = 1/\alpha$ 为时间步长. 由于考虑换道因素, 所以第 n 辆车的期望车头距为 $\Delta \bar{x}_n = \Delta x_n + \varepsilon_{n+1} \Delta x_{n+1}$. 为了简单起见, 本文采用如下的优化速度^[2]:

$$\begin{aligned} V(\Delta \bar{x}_n) &= \frac{v_{\max}}{2}(\tanh(\Delta \bar{x}_n - h_c) \\ &+ \tanh(h_c)), \quad (7) \end{aligned}$$

其中 h_c 为安全距离, v_{\max} 为最大速度.

第 n 辆车在第 t 时刻的速度为 $v_n(t)$, 则其动能为 $\frac{1}{2} m_n v_n^2(t)$, 其中 m_n 为第 n 辆车的质量. 由于本文主要研究换道概率对系统动能的定性影响, 所以我们假定所有车辆的质量相同. 不妨设 $m_n = 1$, 则 t 时刻各车辆的动能为 $\frac{1}{2} v_n^2(t)$. 当车辆减速时, 动能会减少; 当车辆加速时, 其动能会增加. 用 E_+ 和 E_- 分别表示单位时间内每辆车平均增加的动能和减少的动能. 根据文献[30], 可以定义第 n 辆车从 $t-1$ 到 t 时间内增加的动能 $\Delta e_n^+(t)$ 、减少的动能 $\Delta e_n^-(t)$ 和动能变化量 $\Delta e_n(t)$ 分别为

$$\Delta e_n^+(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}(v_n^2(t) - v_n^2(t-1)), \\ v_n(t) > v_n(t-1), \\ 0, & v_n(t) \leq v_n(t-1), \end{cases} \quad (8)$$

$$\Delta e_n^-(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}(v_n^2(t-1) - v_n^2(t)), \\ v_n(t) < v_n(t-1), \\ 0, & v_n(t) \geq v_n(t-1), \end{cases} \quad (9)$$

$$\Delta e_n(t) = \frac{1}{2}(v_n^2(t) - v_n^2(t-1)). \quad (10)$$

于是, ΔE_+ 和 ΔE_- 可以定义为

$$\Delta E_+ = \frac{1}{T} \frac{1}{N} \sum_{t=t_0+1}^{t_0+T} \sum_{n=1}^N \Delta e_n^+(t), \quad (11)$$

$$\Delta E_- = \frac{1}{T} \frac{1}{N} \sum_{t=t_0+1}^{t_0+T} \sum_{n=1}^N \Delta e_n^-(t), \quad (12)$$

其中 N 为车辆数, t_0 为初始时间, T 为统计时间长度.

3. 数值实验

对均匀流而言, 所有车辆的动能为常数, 所以我们只需要研究系统出现小扰动时换道概率对各车辆动能的影响. 研究这一影响之前, 我们先必须定义方程(5)中的换道概率. Huang^[31] 采用元胞自动机模型研究换道时发现当交通密度较小时, 换道概率随着密度的增加而增加, 但当密度较大时, 换道概率将随着密度的增加而减小. 根据上述理论和实际观察所得, 我们将换道概率 $\varepsilon(\Delta x)$ 定义为

$$\varepsilon(\Delta x) = \begin{cases} 0, & \Delta x \leq \Delta x_{1c}, \\ 0.1 \frac{\Delta x - \Delta x_{1c}}{\Delta x_{2c} - \Delta x_{1c}}, & \Delta x_{1c} < \Delta x < \Delta x_{2c}, \\ -0.1 \frac{\Delta x - \Delta x_{3c}}{\Delta x_{3c} - \Delta x_{2c}}, & \Delta x_{2c} < \Delta x < \Delta x_{3c}, \\ 0, & \Delta x \geq \Delta x_{3c}, \end{cases} \quad (13)$$

其中 Δx_{1c} , Δx_{2c} 和 Δx_{3c} 是三个常数且满足 $\Delta x_{1c} < \Delta x_{2c} < \Delta x_{3c}$. 方程(13)表明当车头距非常小时不可能换道, 而车头距很大时不需要换道. 因此, 当车头距位于 $[\Delta x_{1c}, \Delta x_{2c}]$ 时, 换道概率将随着车头距的增加而增加, 而当车头距位于 $[\Delta x_{2c}, \Delta x_{3c}]$ 时, 换道概率将随着车头距的增加而下降.

本文采用的初始条件如下:

$$\begin{aligned} \Delta x_n(0) &= \Delta x_n(1) = \Delta x_0, \\ n &\neq 0.5N, n \neq 0.5N + 1, \\ \Delta x_n(0) &= \Delta x_n(1) = \Delta x_0 + 0.1, \\ n &= 0.5N, \\ \Delta x_n(0) &= \Delta x_n(1) = \Delta x_0 - 0.1, \\ n &= 0.5N + 1, \end{aligned} \quad (14)$$

其中 $N(=200)$ 是车辆数, $\Delta x_0(=4.0)$ 为平均车头距. 采用周期边界进行仿真, 其他参数如下:

$$\begin{aligned} \Delta x_{1c} &= 4.0, & \Delta x_{2c} &= 10.0, \\ \Delta x_{3c} &= 30.0, & v_{\max} &= 2.0, \end{aligned}$$

$$\alpha = 2.0, \quad L = 800, \quad (15)$$

其中 L 为道路长度.

图 2—4 是分别是 10^4 时步后各车辆增加的动能 $\Delta e_n^+(t)$ 、减少的动能 $\Delta e_n^-(t)$ 和动能变化量 $\Delta e_n(t)$ 的演化图, 其中 (a)—(d) 分别为优化速度模型 ($\lambda = 0$ 和 $\varepsilon(\Delta x_n) = 0$)、扩展的优化模型 ($\lambda = 0$ 和方程(13)定义的 $\varepsilon(\Delta x_n)$)、全速度差模型 ($\lambda = 0.1$ 和 $\varepsilon(\Delta x_n) = 0$) 和换道概率模型 ($\lambda = 0.1$ 和方程(13)定义的 $\varepsilon(\Delta x_n)$) 的演化图. 从图 2—4 可以得到.

1) 图 2(a)—(c) 和图 3(a)—(c) 的 $\Delta e_n^+(t)$ 和 $\Delta e_n^-(t)$ 时而为正, 时而为 0, 而图 4(a)—(c) 的 $\Delta e_n(t)$ 时而为正, 时而为负, 这说明各车辆时而加速, 时而减速, 因为采用优化速度模型、扩展的优化速度模型和全速度差模型刻画小扰动(14)时, 其初始条件位于不稳定区域. 当均匀流出现小扰动时, 扰动将会演化成振荡流(即时而加速, 时而减速). 图 2(a), 图 3(a) 和图 4(a) 的 $\Delta e_n^+(t)$, $\Delta e_n^-(t)$ 和 $\Delta e_n(t)$ 出现非常严重的振荡现象; 图 2(b)—(c), 图 3(a)—(c) 和图 4(a)—(c) 的 $\Delta e_n^+(t)$, $\Delta e_n^-(t)$ 和 $\Delta e_n(t)$ 仍然出现振荡现象但没有图 2(a), 图 3(a) 和图 4(a) 那么严重, 这表明只考虑相对速度(或换道概率)不能完全消除由扰动产生的时而加速和时而减速现象; 图 2(d), 图 3(d) 和图 4(d) 的 $\Delta e_n^+(t)$, $\Delta e_n^-(t)$ 和 $\Delta e_n(t)$ 基本上为 0, 此时各车辆基本上匀速行驶, 即小扰动(14)将演化成均匀流, 这说明同时考虑换道概率和相对速度可以消除由

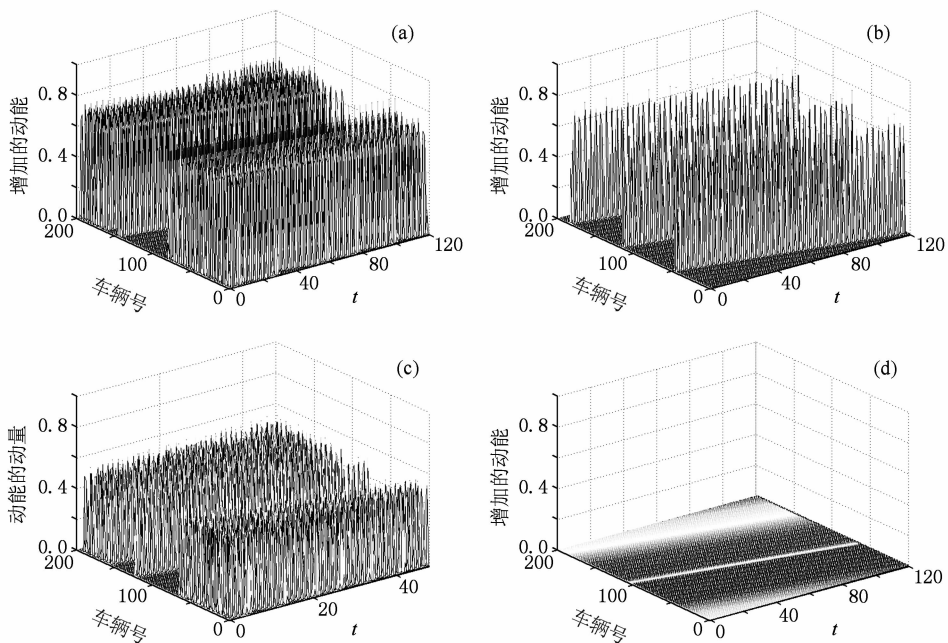


图 2 四种跟车模型作用下, 各车辆号增加的动能演化图

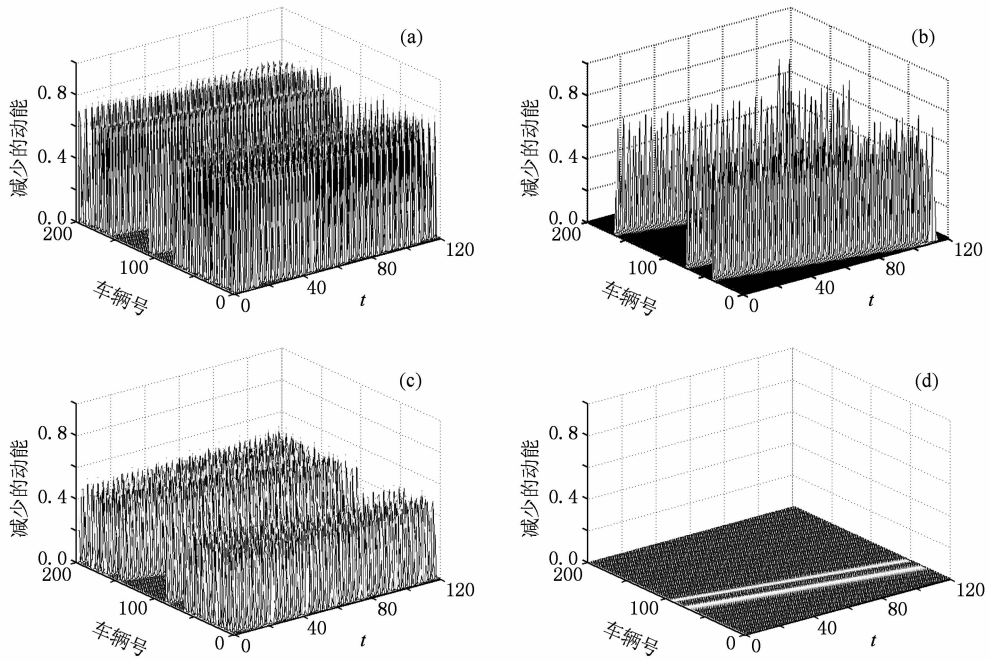


图 3 四种跟车模型作用下,各车辆号减少的动能演化图

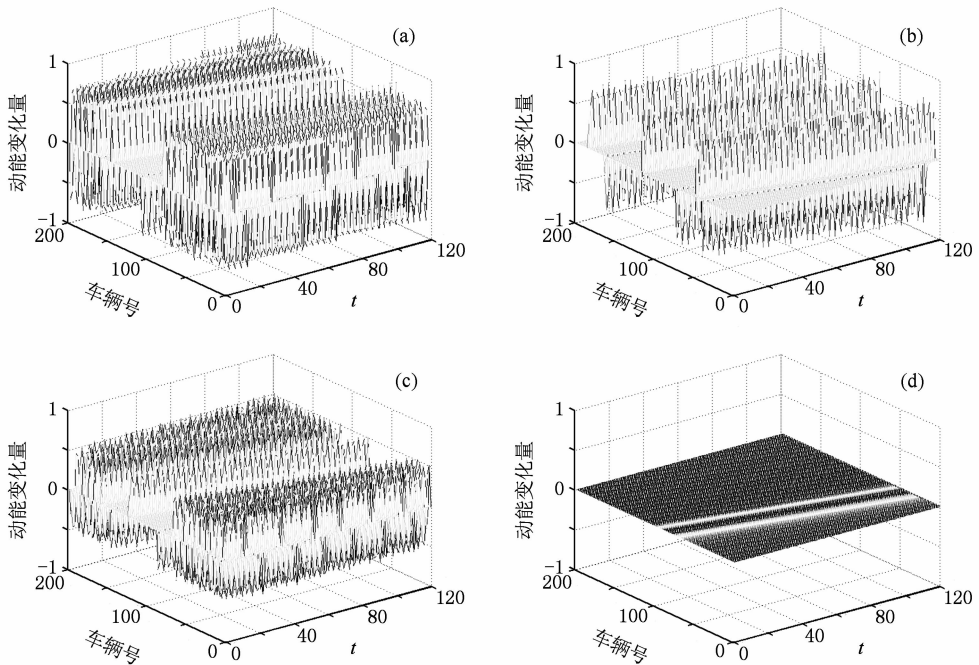


图 4 在四种跟车模型作用下,各车辆号动能变化量的演化图

扰动产生的时而加速和时而减速现象.

2) 图 2 (b), 图 3 (b) 和图 4 (b) 的 $\Delta e_n^+(t)$, $\Delta e_n^-(t)$ 和 $\Delta e_n(t)$ 振荡没有图 2 (a), 图 3 (a) 和图 4 (a) 那么频繁, 这说明换道概率会降低时而加速和时而减速的频率; 图 2 (c), 图 3 (c) 和图 4 (c) 的 $\Delta e_n^+(t)$, $\Delta e_n^-(t)$ 和 $\Delta e_n(t)$ 振荡幅度没有图 2 (a), 图 3

(a) 和图 4 (a) 那么大, 这说明相对速度会降低时而加速和时而减速的幅度. 上述结论说明换道概率和相对速度都可提高车流稳定性, 但其表现方式不一样, 换道概率通过降低加减速频率来提高车流稳定性, 而相对速度通过降低加减速幅度来提高车流稳定性.

上面从定性角度研究了换道概率对各车辆动

能的影响. 下面研究换道概率同系统增加的平均动能之间的定量关系(研究换道概率同系统平均减少的动能的定量关系可以得到类似的结论). 研究这种定量关系之前, 我们需要将(13)式重新定义为

$$\varepsilon(\Delta x) = \begin{cases} 0, & \Delta x \leq \Delta x_{1c}, \\ p_0 \frac{\Delta x - \Delta x_{1c}}{\Delta x_{2c} - \Delta x_{1c}}, & \Delta x_{1c} < \Delta x < \Delta x_{2c}, \\ -p_0 \frac{\Delta x - \Delta x_{3c}}{\Delta x_{3c} - \Delta x_{2c}}, & \Delta x_{2c} < \Delta x < \Delta x_{3c}, \\ 0, & \Delta x \geq \Delta x_{3c}, \end{cases} \quad (16)$$

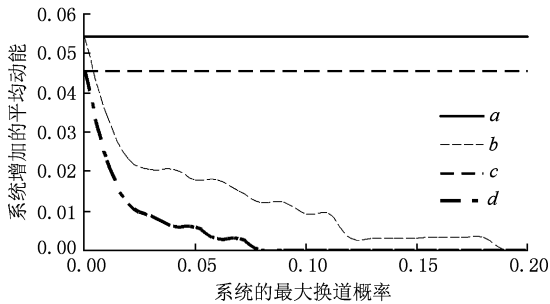


图5 系统增加的平均动能同系统最大换道概率之间的关系
(a)一(d)分别采用优化速度模型($\lambda = 0$ 和 $\varepsilon(\Delta x_n) = 0$)、扩展的优化速度模型($\lambda = 0$ 和方程(16)定义的 $\varepsilon(\Delta x_n)$)、全速度差模型($\lambda = 0.1$ 和 $\varepsilon(\Delta x_n) = 0$)和换道概率模型($\lambda = 0.1$ 和方程(16)定义的 $\varepsilon(\Delta x_n)$)得到的曲线

其中 p_0 为系统的最大换道概率, 其他参数同(13)式. 下面采用小扰动(14)和参数(15)来研究系统增加的平均动能同系统最大换道概率之间的定量关系(如图5). 从图5可以得到如下结论: 系统增加的平均动能会随着系统的最大换道概率的增加而降低. 注: 由于优化速度模型和全速度差模型没有考虑换道概率, 所以采用这两个模型得到系统增加的平均动能与系统最大换道概率无关.

4. 结 论

本文采用 Tang 等人^[25]研究了换道概率对各车辆动能的影响. 数值结果表明, 换道概率和相对速度对各车辆动能的影响不同, 其中换道概率主要降低动能变化频率, 而相对速度主要降低动能变化幅度. 此外, 系统增加的平均动能将随着系统最大换道概率的增加而降低. 然而, 本文只考虑了换道概率对跟车行为的影响, 不允许车辆换道, 所以本文结论不能解释换道对系统动能的影响. 实际上, 换道过程非常复杂, 特别是换道车辆数和换道频率通常与车流密度等因素有关, 这使得换道对系统动能的影响非常复杂, 所以我们将结合一些实测数据来研究换道对系统动能的影响及其同换道车辆数和换道频率等因素之间的定量关系.

[1] Chowdhury D, Santen L, Schadschneider A 2000 *Phys. Rep.* **329** 199
 [2] Bando M, Hasebe K, Nakayama A, Shibata A, Sugiyama Y 1995 *Phys. Rev. E* **51** 1035
 [3] Helbing D, Tilch B 1998 *Phys. Rev. E* **58** 133
 [4] Jiang R, Wu Q S, Zhu Z J 2001 *Phys. Rev. E* **64** 017101
 [5] Xue Y 2002 *Chin. Phys.* **11** 1128
 [6] Xue Y, Dong L Y, Yuan Y W, Dai S Q 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 492 (in Chinese) [薛郁, 董力耘, 袁以武, 戴世强 2002 物理学报 **51** 492]
 [7] Xue Y 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2750 (in Chinese) [薛郁 2003 物理学报 **52** 2750]
 [8] Li Z P, Liu Y C 2006 *Chin. Phys.* **15** 1570
 [9] Nagatani T 1999 *Phys. Rev. E* **60** 6395
 [10] Ge H X, Dai S Q, Dong L Y, Xue Y 2004 *Phys. Rev. E* **70** 066134
 [11] Zhao X M, Gao Z Y 2005 *Eur. Phys. J. B* **47** 145

[12] Wang T, Gao Z Y, Zhao X M 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 634 (in Chinese) [王涛, 高自友, 赵小梅 2006 物理学报 **55** 634]
 [13] Han X L, Jiang C Y, Ge H X, Dai S Q 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 4383 (in Chinese) [韩祥临, 姜长元, 葛红霞, 戴世强 2007 物理学报 **56** 4383]
 [14] Tang T Q, Huang H J, Wong S C, Jiang R 2009 *Chin. Phys. B* **18** 975
 [15] Tang T Q, Huang H J, Xue Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4026 (in Chinese) [唐铁桥, 黄海军, 薛郁 2006 物理学报 **55** 4026]
 [16] Tang T Q, Huang H J, Xu G, Xue Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 56 (in Chinese) [唐铁桥, 黄海军, 薛郁 2006 物理学报 **57** 56]
 [17] Kuang H, Kong L J, Liu M R 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2894 (in Chinese) [邝华, 孔令江, 刘慕仁 2004 物理学报 **53** 2894]
 [18] Kuang H, Kong L J, Liu M R 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 4138 (in Chinese) [邝华, 孔令江, 刘慕仁 2004 物理学报 **53** 4138]
 [19] Zheng R S, Tan H L, Kong L J, Liu M R 2005 *Acta Phys. Sin.*

- 54 3516 (in Chinese) [郑容森、谭惠丽、孔令江、刘慕仁 2005 物理学报 54 3516]
- [20] Wu K F, Kong L J, Liu M R 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 6275 (in Chinese) [吴可非、孔令江、刘慕仁 2006 物理学报 55 6275]
- [21] Xiao R J, Kong L J, Liu M R 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 740 (in Chinese) [肖瑞杰、孔令江、刘慕仁 2007 物理学报 56 740]
- [22] Qian Y S, Wang H L, Wang C L 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2115 (in Chinese) [钱勇生、汪海龙、王春雷 2008 物理学报 57 2115]
- [23] Li X G, Gao Z Y, Zhao X M, Jia B 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4777 (in Chinese) [李新刚、高自友、赵小梅、贾 斌 2008 物理学报 57 4777]
- [24] Tian H H, Xue Y, Kang S J, Liang X J 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 4506 (in Chinese) [田欢欢、薛 郁、康三军、梁玉娟 2009 物理学报 58 4506]
- [25] Tang T Q, Huang H J, Wong S C, Jiang R 2009 *Acta Mech. Sin.* **24** 399
- [26] Tang T Q, Wong S C, Huang H J, Zhang P 2009 *Journal of Advanced Transportation* **43** 245
- [27] Peng G H, Sun D H, He H P 2009 *Chin. Phys. B* **18** 468
- [28] Peng G H, Sun D H 2009 *Chin. Phys. B* **18** 5420
- [29] Yang X B 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 836 (in Chinese) [杨小宝 2009 物理学报 58 836]
- [30] Zhang W, Zhang W, Yang X Q 2008 *Physica A* **387** 4657
- [31] Huang D W 2002 *Phys. Rev. E* **66** 026124

Effect of the lane changing probability on the kinetic energy of traffic system *

Tang Tie-Qiao^{1)2)†} Huang Hai-Jun²⁾ Shang Hua-Yan³⁾

1) (School of Transportation Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

2) (School of Economics and Management, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

3) (Institute of Transportation Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

(Received 5 November 2009; revised manuscript received 27 November 2009)

Abstract

Based on the properties of the car-following model, we present in this paper a formula of the kinetic energy change and use the formula to study the effect of the lane changing on the kinetic energy of the system. The numerical results show that the lane changing probability and the relative velocity have great effect on the kinetic energy, but the lane changing probability and the relative speed will respectively lessen the frequency and amplitude of the change of the kinetic energy. In addition, the enhanced average kinetic energy of the system will decrease with the increase of its maximum lane changing probability.

Keywords: traffic flow, car-following model, lane changing probability, kinetic energy

PACC: 0550, 0520

* Project supported by the Program for New Century Excellent Talents in University (Grant No. NCET-08-0038), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 70701002, 70971007 and 70521001) and the National Basic Research Program of China (Grant No. 2006CB705503).

† E-mail: tieqiaotang@buaa.edu.cn