

# 局域椭圆偏振光束强聚焦性质的研究 \*

徐 凯 杨艳芳<sup>†</sup> 何 英 韩小红 李春芳

(上海大学理学院物理系, 上海 200444)

(2009 年 9 月 29 日收到; 2009 年 12 月 28 日收到修改稿)

数值计算了局域椭圆偏振光束强聚焦时在焦平面上的横向场强分布、纵向场强分布、横向能流以及纵向角动量分布。结果显示在焦平面上光束总的纵向角动量为零,但在不同象限光束具有不同方向的纵向角动量。当相位延迟角度在 0 到  $\pi$  之间变化时横向场强分布基本不变,但纵向场强分布有很明显的变化。液晶相位延迟器由外部电压控制,使其相位延迟角度能在 0 到  $\pi$  之间可以连续取值。因而液晶相位延迟器的外接电压可以实现对焦平面上的纵向场强以及纵向角动量的实时调控。

**关键词:** 偏振, 强聚焦, 角动量, 液晶相位延迟器

**PACC:** 4225J, 4290

## 1. 引 言

近年来局域偏振光束的研究越来越受到人们的重视。所谓局域偏振光束是指光束的偏振态在空间具有一定的偏振分布。目前研究比较多的局域偏振光束主要是柱矢量光束<sup>[1, 2]</sup>。柱矢量光束是满足麦克斯韦方程的一个解, 其光束强度、偏振均满足柱对称。径向偏振光束和角向偏振光束是两种最基本的柱矢量光束。实验上可以利用光的干涉<sup>[3]</sup>, 通过对波前的调节<sup>[4-7]</sup>, 利用空间光调制器<sup>[8]</sup>, 液晶器件<sup>[1]</sup>或者在激光腔内通过调节激光输出模式<sup>[9, 10]</sup>等方法产生径向光束和角向光束。人们发现径向和角向光束在强聚焦时会有很多独特的性质。例如, 径向光束在强聚焦时可以产生很强的纵向场<sup>[11, 12]</sup>, 这可以用来加速粒子; 可以形成很小的焦斑尺寸<sup>[12, 13]</sup>, 这有利于提高光学分辨率, 提高光学存储密度。角向光束强聚焦时光束中心光强为零<sup>[11]</sup>, 可以用作粒子的光学囚禁。当满足一定条件的矢量光束强聚焦时<sup>[14-18]</sup>, 还可以得到一些新的现象, 比如光学囚笼<sup>[17]</sup>, 三维光链<sup>[18]</sup>等。

目前普遍研究的柱矢量光束其光束截面的偏振态都是线偏振, 只不过偏振方向依赖于光束截面的位置。本文主要研究局域椭圆偏振光束, 这种光

束的实现是利用液晶偏振转换器<sup>[1]</sup>得到径向及角向偏振光束, 然后使光束通过液晶可调相位延迟器 (liquid crystal variable retarder, LCVR), 从而实现局域椭圆偏振光束。光束局域偏振态的变化是通过调节 LCVR 的外部电压进行实时控制的。文中具体分析了这种局域椭圆偏振光束强聚焦时在焦平面上的性质。研究发现光束的横向场强分布随相位延迟角度 ( $\delta$ ) 没有太大变化, 但纵向场强分布随  $\delta$  的变化十分明显, 当  $\delta$  从 0 到  $\pi$  变化时光束中心场强从最大变为零。光束总的纵向角动量为零, 但光束在不同的空间象限可以具有不同方向的纵向角动量, 从而在光与物质相互作用时光束不同位置可以提供不同方向、不同大小的扭矩。所以调节相位延迟器可以实现对焦平面上的纵向场强以及角动量的实时调控。

## 2. 局域椭圆偏振光束

偏振转换器是一种可以方便的将线偏振光转换为径向偏振或者角向偏振光束的装置, 其原理是基于液晶对于光偏振的波导效应。液晶分子在偏振转换器的前后两个表面分别沿线性摩擦和圆旋转摩擦取向, 当入射光束的偏振方向垂直或者平行于

\* 国家自然科学基金(批准号: 10774099, 60877055), 上海市科委项目(批准号: 08JC1409701), 上海市青年科技启明星计划(批准号: 08QA14030) 和上海市重点学科建设项目(批准号: S30105)资助的课题。

† 通讯联系人。E-mail: yangyangzhaoyb@yahoo.com.cn

其前表面液晶分子的取向时,出射光束分别为径向或者角向偏振光<sup>[1]</sup>.下面以径向偏振光束通过LCVR为例具体分析局域椭圆偏振光束的偏振分布.径向偏振光束的电场可以表示为  $\mathbf{E}_0 = \begin{pmatrix} E_y \\ E_x \end{pmatrix} = E_0 \begin{pmatrix} \sin\phi \\ \cos\phi \end{pmatrix}$ , 其中  $E_0$  为光束电场振幅,其大小依赖于光束的位置,  $\phi$  是方位角.由于光束中心位置存在偏振奇异性,所以中心光强为零. LCVR 作为实时可调的波片<sup>[19]</sup>,通过调节其驱动电压来改变其  $\delta$ ,使  $\delta$  在 0 到  $\pi$  之间连续取值.设 LCVR 的快轴方向沿  $y$  轴,相位延迟角度为  $\delta$ ,则光束经过 LCVR 后,电场的  $x$  分量相对于  $y$  分量的相位延迟为  $\delta$ <sup>[20]</sup>.所以径向光束经过 LCVR 后电场变为

$$\mathbf{E}' = \begin{pmatrix} E'_y \\ E'_x \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \exp(i\delta) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{E}_0$$

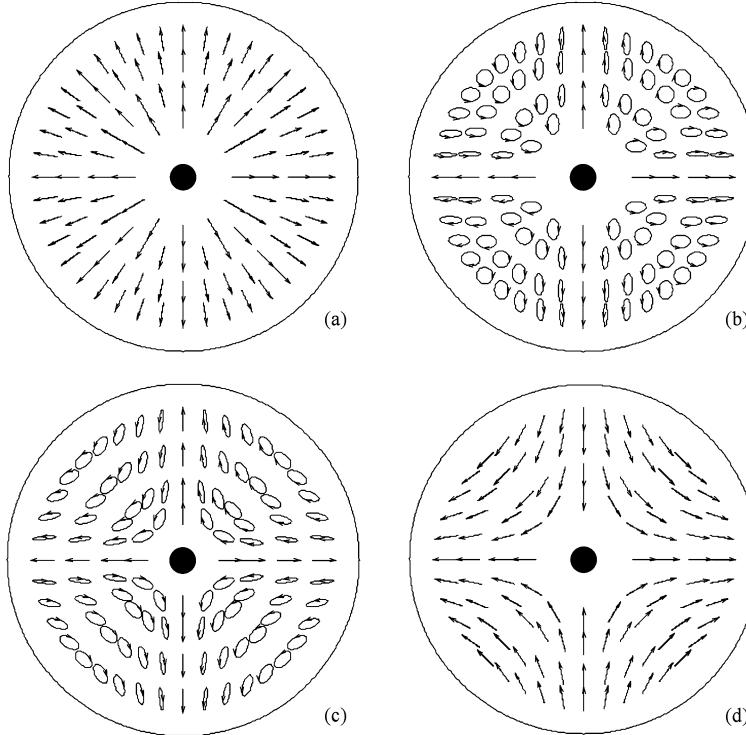


图 1 径向偏振光束经过不同相位延迟角度  $\delta$  的 LCVR 后光束截面偏振分布 (a),(b), (c),(d) 分别对应于  $\delta$  为  $0, \pi/2, 2\pi/3, \pi$  时的光束偏振分布

### 3. 局域椭圆偏振光束强聚焦

利用 Richards-Wolf 的经典的矢量衍射模

$$= E_0 \begin{pmatrix} \exp(i\delta) \sin\phi \\ \cos\phi \end{pmatrix}, \quad (1)$$

根据电场与斯托克斯(Stokes)参数的关系<sup>[20]</sup>,我们具体分析了光束局域位置的偏振分布.局域偏振态用偏振椭圆的椭偏度、偏振椭圆方向以及偏振旋转方向来表示.图 1 (a),(b),(c),(d) 分别给出了  $\delta$  为  $0, \pi/2, 2\pi/3$ , 和  $\pi$  时的光束截面的偏振分布.当  $\delta$  为 0 和  $\pi$  时,光束的局域偏振态为线偏振,如图 1 (a),(d) 所示,其中图 1(a) 为径向偏振分布.当  $\delta$  在 0 到  $\pi$  之间变化时,光束呈现局域椭圆偏振分布,如图 1(b),(c) 所示.图中箭头描述了偏振旋转方向,椭圆对应于偏振椭圆.可以明显看出在一、三象限其偏振为右旋,二、四象限偏振为左旋.同时当  $\delta$  改变时椭偏率与椭圆方向也会发生改变,因此通过实时调节 LCVR 的驱动电压改变其  $\delta$ ,从而实现对光束偏振分布的实时控制.

型<sup>[21, 22]</sup> 我们分析局域椭圆偏振光束强聚焦时在焦平面上光束性质的变化.首先将入射局域椭圆偏振光束的电场在  $x, y$  方向上分解,推导得出一般矢量光束强聚焦后电磁场的分布

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = \frac{\mathrm{i} k f}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sqrt{\cos\theta} \sin\theta \exp[i k(z_s \cos\theta + \rho_s \sin\theta \cos(\phi - \phi_s))] \times \begin{bmatrix} -E'_x (\cos\theta + (1 - \cos\theta) \sin^2\phi) + E'_y (1 - \cos\theta) \sin\phi \cos\phi \\ E'_x (1 - \cos\theta) \cos\phi \sin\phi - E'_y ((1 - \cos\theta) \cos^2\phi + \cos\theta) \\ E'_x \sin\theta \cos\phi + E'_y \sin\theta \sin\phi \end{bmatrix} d\theta d\phi, \quad (2)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = \frac{\mathrm{i} k f}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sqrt{\cos\theta} \sin\theta \exp[i k(z_s \cos\theta + \rho_s \sin\theta \cos(\phi - \phi_s))] \times \begin{bmatrix} E'_x (1 - \cos\theta) \sin\phi \cos\phi + E'_y (\cos\theta + (1 - \cos\theta) \sin^2\phi) \\ -E'_x ((1 - \cos\theta) \cos^2\phi + \cos\theta) - E'_y (1 - \cos\theta) \cos\phi \sin\phi \\ E'_x \sin\theta \sin\phi - E'_y \sin\theta \cos\phi \end{bmatrix} d\theta d\phi, \quad (3)$$

式中  $E'_x, E'_y$  分别是聚焦前光束电场  $\mathbf{E}'$  的  $x, y$  方向分量,  $\mathbf{E}, \mathbf{H}$  分别是聚焦后的电场以及磁场.  $\theta$  为极角,  $\phi$  为相对于  $x$  轴的方位角.  $\rho_s, \phi_s, z_s$  是聚集后像空间的柱坐标系, 坐标原点在焦点处,  $z_s$  正方向沿光束传输方向,  $\phi_s$  是相对于  $x$  轴的方位角.  $k$  为像空间波矢,  $f$  为透镜焦距,  $\alpha = \sin^{-1}(NA/n)$ ,  $NA$  为数值孔径,  $n$  为像空间的折射率.

下面根据光强和能流的定义, 我们用 MATLAB 软件数值模拟局域椭圆偏振光束聚焦后的场强分布、横向能流分布以及纵向角动量分布. 我们主要研究在焦平面上的场分布, 因而取  $z_s$  为零. 在焦平面  $(x, y)$  位置,  $x$  方向和  $y$  方向的平均能流密度为<sup>[22]</sup>

$$\langle S_x(x, y) \rangle = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(E_y(x, y) H_z^*(x, y) - E_z(x, y) H_y^*(x, y)),$$

$$\langle S_y(x, y) \rangle = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(E_z(x, y) H_x^*(x, y) - E_x(x, y) H_z^*(x, y)), \quad (4)$$

则相对于  $z$  轴的纵向角动量密度为<sup>[23]</sup>  $L_z(x, y) = x \langle S_y(x, y) \rangle - y \langle S_x(x, y) \rangle$ . 我们选择贝塞尔高斯光束作为入射的径向偏振光束, 其电场分布为

$$E_0 = \exp\left[-\beta^2 \left(\frac{\sin\theta}{\sin\alpha}\right)^2\right] J_1\left(2\beta \frac{\sin\theta}{\sin\alpha}\right), \quad (5)$$

$\beta$  为光瞳半径与光束束腰比. 数值模拟时将波长取为单位 1,  $k = 2\pi/\lambda$ , 选择(2),(3)式中积分前系数

$\frac{kf}{2\pi} = 1$ , 其他各个参数取为  $\beta = 3/2, \alpha = \sin^{-1}(NA/n), NA = 1.32, n = 1.5$ .

图 2 (a),(b),(c),(d) 分别给出了  $\delta$  为  $0, \pi/2, 2\pi/3, \pi$  时光束强聚焦时在焦平面上的横向场强分布. 图中可以明显看出横向场强中心位置光强均为零, 而且随着  $\delta$  的变化, 横向光强分布基本保持不变.

图 3 (a),(b),(c),(d) 分别对应于  $\delta$  为  $0, \pi/2, 2\pi/3, \pi$  时光束强聚焦时在焦平面上的纵向场强分布. 可以看出随着  $\delta$  从 0 到  $\pi$  变化时光束的纵向场强的分布逐渐由集中于中心位置向  $x, y$  轴的轴向扩展, 当  $\delta$  为  $\pi$  时纵向场强呈花瓣状分布, 中心场强变为零. 由于光的纵向场可以用来加速粒子, 因此可以通过调节 LCVR 的驱动电压来操作纵向场强的变化, 从而实现对粒子加速的控制.

为了进一步说明纵向场强分布的情况, 图 4 给出了光束中心位置的纵向光强随  $\delta$  的变化. 可以看出  $\delta$  从 0 到  $\pi$  连续变化时, 光束中心位置的纵向光强逐渐减小到零. 由于焦平面上光束中心位置横向场强一直为零, 所以该图也是中心位置的总光强随  $\delta$  的变化曲线.

图 5 给出了  $\delta$  为  $\pi/2$  和  $2\pi/3$  时光束的横向能流分布和纵向角动量分布. 图 5(a),(c) 是  $\delta$  为  $\pi/2$  和  $2\pi/3$  时的平均横向能流分布, 图中箭头表示了能流方向, 背景为光束的总强度. 可以看出在一、三

象限横向能流沿逆时针方向,在二、四象限横向能流沿顺时针方向。图 5(b),(d) 是  $\delta$  为  $\pi/2$  和  $2\pi/3$  时纵向角动量分布。可以看出在焦平面上光束相对

于传输轴的纵向角动量呈现不均匀分布,从而在光与物质的相互作用时可以提供沿传输方向的非一致的光学扭矩,操纵不同位置的粒子使其具有不同

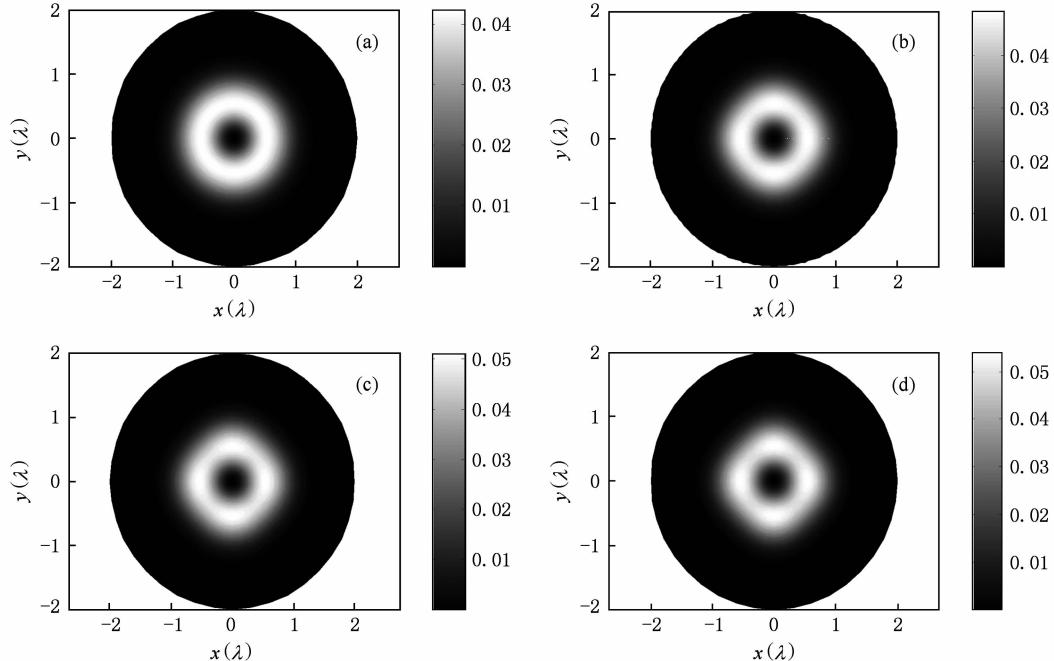


图 2 光束强聚焦时在焦平面上的横向场强分布 (a), (b), (c), (d) 分别对应于  $\delta$  为  $0, \pi/2, 2\pi/3, \pi$

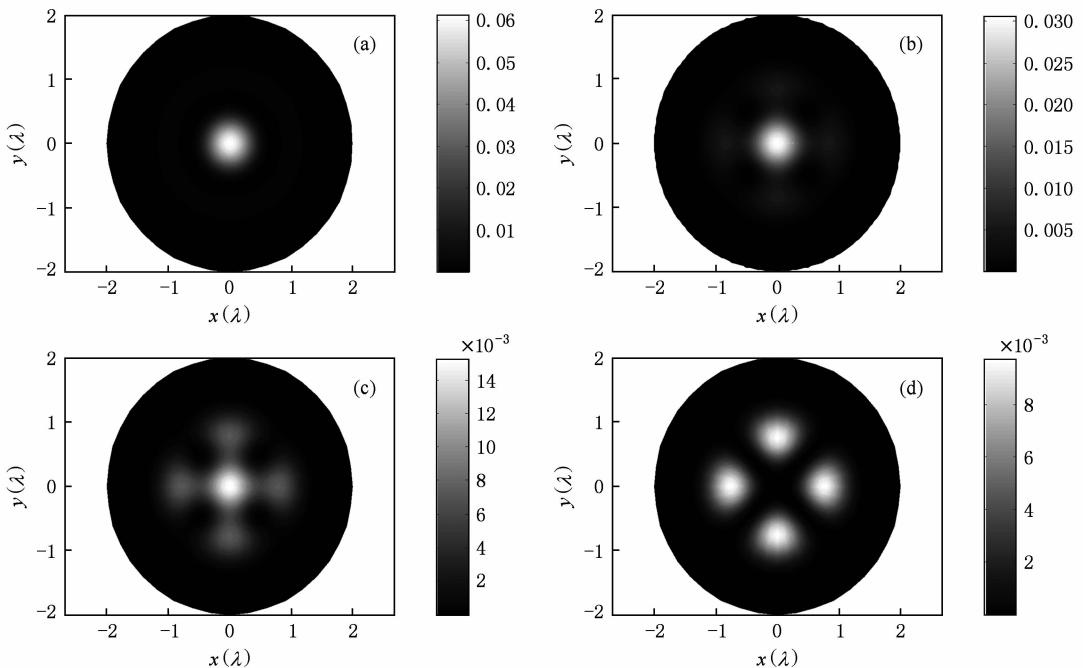
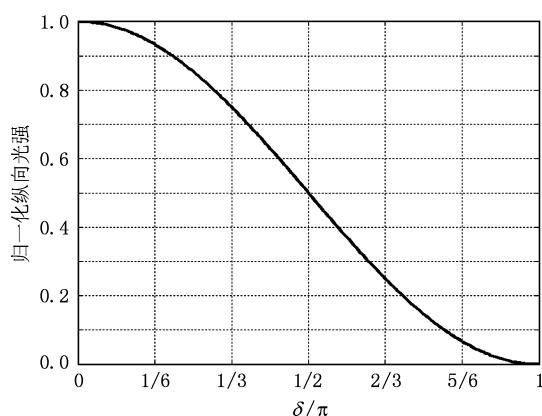
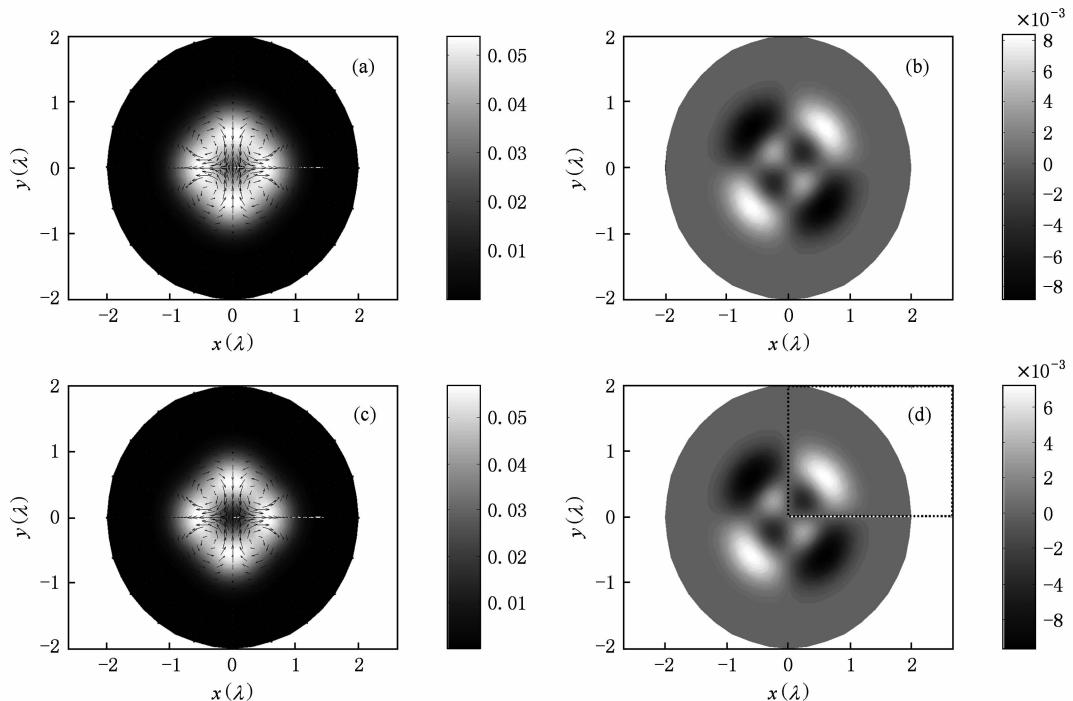
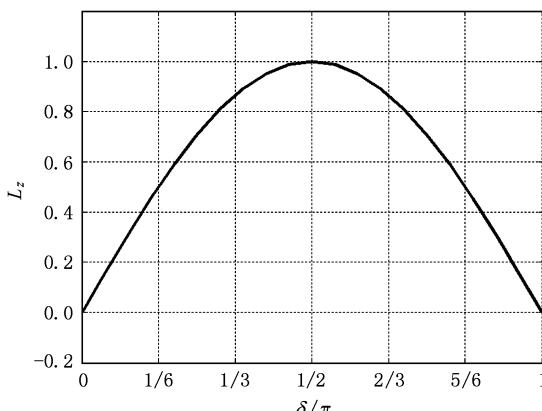


图 3 光束强聚焦时在焦平面上的纵向场强分布 (a), (b), (c), (d) 分别对应于  $\delta$  为  $0, \pi/2, 2\pi/3, \pi$

图4 焦平面上光束中心位置归一化纵向光强随 $\delta$ 的变化图5 光束强聚焦在焦平面上的平均横向能流和纵向角动量分布 (a), (c) 分别对应于  $\delta$  为  $\pi/2$  和  $2\pi/3$  时的平均横向能流分布; (b), (d) 分别对应于  $\delta$  为  $\pi/2$  和  $2\pi/3$  时光束纵向角动量分布图6 焦平面第一象限内光束的归一化纵向角动量随相位延迟角度  $\delta$  的变化曲线

的旋转方向和旋转力度.

由于入射光束的偏振分布与强度分布的对称性,光束总的纵向角动量始终为零.在一、三象限光束的纵向角动量相同,二、四象限也相同但与一、三象限符号相反.为了进一步研究纵向角动量随  $\delta$  的变化,我们分析了焦平面上的第一象限(如图 5(d)中虚线框所示)光束纵向角动量的总和随  $\delta$  的变化,如图 6 所示.可以看出第一象限内总的纵向角动量在  $\delta$  为  $\pi/2$  时达到最大值,在 0 和  $\pi$  时为零.因此调节 LCVR 可以控制光束局域纵向角动量.

#### 4. 结 论

本文研究了局域椭圆偏振光束强聚焦时在焦平面上的横向场强分布,纵向场强分布,平均横向能流以及纵向角动量的性质.焦平面上光束的纵向角动量具有不一致的分布,纵向场强分布以及纵向角动量分布都强烈依赖于相位延迟角度,因此通过实时调节 LCVR 的驱动电压来实时改变其相位延迟角度,从而实现对纵向角动量以及纵向光强分布的调控.研究表明这种局域椭圆偏振光束在与粒子的相互作用方面有潜在的应用价值.

- [1] Stalder M, Schadt M 1996 *Opt. Lett.* **21** 1948
- [2] Li C F 2007 *Opt. Lett.* **32** 3543
- [3] Tidwell S C, Ford D H, Kimura W D 1990 *Appl. Opt.* **29** 2234
- [4] Phua P B, Lai W J, Lim Y L, Tiaw K S, Lim B C, Teo H H, Hong M H 2007 *Opt. Lett.* **32** 376
- [5] Machavariani G, Lumer Y, Moshe I, Meir A, Jackel S 2007 *Opt. Lett.* **32** 1468
- [6] Machavariani G, Lumer Y, Moshe I, Meir A, Jackel S 2008 *Opt. Commun.* **281** 732
- [7] Zhuang J J, Zhao R Q, Ye G M, Dai L S 1985 *Acta Phys. Sin.* **34** 752 ( in Chinese ) [庄杰佳、赵润乔、叶桂木、戴立胜 1985 物理学报 **34** 752 ]
- [8] Wang X L, Ding J, Ni W J, Guo C S, Wang H T 2007 *Opt. Lett.* **32** 3549
- [9] Li J L, Ueda K, Musha M, Shirakawa A, Zhong L X 2006 *Opt. Lett.* **31** 2969
- [10] Oron R, Blit S, Davidson N, Friesem A A, Bomzon Z, Hasman E 2000 *Appl. Phys. Lett.* **77** 3322
- [11] Youngworth K S, Brown T G 2000 *Opt. Express* **7** 77
- [12] Dorn R, Quabis S, Leuchs G 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 233901
- [13] Quabis S, Dorn R, Eberler M, Glöckl O, Leuchs G 2000 *Opt. Commun.* **179** 1
- [14] Chen B S, Pu J X 2009 *Appl. Opt.* **48** 1288
- [15] Luo Y M, Lü B D 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3915 ( in Chinese ) [罗亚梅、吕百达 2009 物理学报 **58** 3915 ]
- [16] Pan L Z, Ding C L 2007 *Chin. Phys.* **16** 137
- [17] Kozawa Y, Sato S 2006 *Opt. Lett.* **31** 820
- [18] Zhuang Y L, Zhao Y Q, Zhan Q W, Li Y P 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1258 ( in Chinese ) [张艳丽、赵逸琼、詹其文、李永平 2006 物理学报 **55** 1258 ]
- [19] Ding H B, Pang W N, Liu Y B, Shang R C 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4097 ( in Chinese ) [丁海兵、庞文宁、刘义保、尚仁成 2005 物理学报 **54** 4097 ]
- [20] Goldstein D 2003 *Polarized light* (2nd ed) ( New York: Marcel Dekker) p219 and p22
- [21] Wolf E 1959 *Proc. Roy. Soc. A* **253** 349
- [22] Richards B, Wolf E 1959 *Proc. Roy. Soc. A* **253** 358
- [23] Allen L, Padgett M J, Babiker M 1999 *Progress in Optics*, **39** 291

## Study on the tight focusing of the local elliptically polarized beam\*

Xu Kai Yang Yan-Fang<sup>†</sup> He Ying Han Xiao-Hong Li Chun-Fang

(Department of Physics, College of Science, Shanghai University, Shanghai 200444, China)

(Received 29 September 2009; revised manuscript received 28 December 2009)

### Abstract

When a radially-polarized beam passes through a wave plate, the polarization distribution of the beam strongly depends on the retardation angle and the spatial position. When the retardation angle is changed from 0 to  $\pi$ , the polarization of the beam becomes the local elliptic polarization with non-uniform polarization distribution. The rotating direction of polarization in the first and third quadrants is opposite to that in the second and fourth quadrants. In this paper we have numerically simulated the transverse and longitudinal electric field intensity, the transverse energy flux and the longitudinal angular momentum of the tightly focused beam in the focal plane. Our results show that the sum of the longitudinal angular momentum in the focal plane is zero, but it is varying in different quadrants. The liquid crystal variable retarder (LCVR) is adopted as a real-time continuous tunable wave plate with its retardation angle  $\delta$  changing from 0 to  $\pi$  by varying the applied voltage. In this case the phase retardation angle  $\delta$  introduced by the LCVR can be used as a control over the longitudinal electric field intensity and the longitudinal angular momentum.

**Keywords:** polarization, tight focusing, angular momentum, liquid crystal variable retarder (LCVR)

**PACC:** 4225J, 4290

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant Nos. 10774099 and 60877055 ), the Science and Technology Commission of Shanghai Municipal ( Grant No. 08JC1409701 ), Shanghai Rising-Star Program ( Grant No. 08QA14030 ) and Shanghai Leading Academic Discipline Project ( Grant No. S30105 ).

† Corresponding author. E-mail: yangyangzhaoyb@yahoo.com.cn