

Λ 型三能级原子与对相干态光场共振作用中的非经典性质*

陈子翊[†] 廖长庚 罗成立

(福州大学物理与信息工程学院, 福州 350002)

(2009 年 11 月 5 日收到; 2009 年 12 月 18 日收到修改稿)

研究了对相干态光场与一个 Λ 型三能级原子的共振相互作用中的各种非经典性质, 例如光场的反群聚效应, Cauchy-Schwartz 不等式违背, 光场的双模压缩性质等, 并发现这些非经典性质在对原子态进行测量后将得到增强.

关键词: 共振相互作用, 对相干态, Λ 型三能级原子

PACC: 4250

1. 引 言

各种非经典光场与各种原子模型的相互作用一直是量子光学的一个重要研究方向. 自从 Jaynes-Cummings 模型^[1]提出以来, 人们广泛地研究了不同类型的原子与各种光场^[2-10]的相互作用, 发现光场的各种非经典性质在与原子相互作用的过程中将出现获得增强, 例如光场的反群聚效应^[11], Cauchy-Schwartz 不等式违背^[12], 光场的双模压缩性质^[13]等. 由于 Λ 型三能级原子在多普勒冷却极限和激光冷却问题上有着重要的地位, 近年来对 Λ 型原子与各种光场的相互作用有许多研究. 例如 Zhen-dong Liu 等^[14]研究了 Λ 型原子与双模相干态光场作用的双模压缩性质, 吴怀志等^[15]研究了 Λ 型原子与双模相干态光场共振条件下的其他非经典性质, 宋克慧^[16]利用 Λ 型原子与双模腔场的相互作用进行量子信息处理. 本文也研究 Λ 型三能级原子与光场的相互作用, 但与之前文献不同, 本文采用了初始处于对相干态的光场. 研究表明由于该光场本身具有较突出的非经典性质^[17], 它在一 Λ 型三能级原子的共振相互作用后其非经典性质将变得更为显著, 并发现经原子态测量后其非经典性质将得到进一步提高. 与现有类似的文献相比^[14, 15, 18], 光场的一些非经典性质也更加明显.

2. 理论模型与系统态函数

首先, 我们考虑一个 Λ 型三能级原子与初始处于对相干态的双模腔场的共振相互作用. 设原子的激发态为 $|i\rangle$, 两个基态分别为 $|e\rangle$ 和 $|g\rangle$, 能级 $|i\rangle$ 与能级 $|e\rangle$ 之间的跃迁频率记为 ω_1 , 能级 $|i\rangle$ 与能级 $|g\rangle$ 之间的跃迁频率记为 ω_2 . 在共振情况下 ω_1 和 ω_2 分别对应着模 1 和模 2 光子的频率. 在相互作用绘景中根据旋波近似条件系统的哈密顿量为^[19]

$$H_I = g_1(a_1|i\rangle\langle e| + a_1^+|e\rangle\langle i|) + g_2(a_2|i\rangle\langle g| + a_2^+|g\rangle\langle i|), \quad (1)$$

式中, a_1^+ (a_1) 和 a_2^+ (a_2) 分别对应两个腔模的产生 (湮没) 算符, g_1 和 g_2 分别是原子与相应腔模的耦合系数. 为简单起见, 设 $g_1 = g_2 = g$. 我们设原子初态处于激发态 $|i\rangle$, 腔场处于任意态, 即

$$|\psi_f(0)\rangle = \sum_{m,n=0}^{\infty} C_{m,n} |m,n\rangle, \quad (2)$$

在相互作用绘景下, 系统态函数可写为

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{m,n=0}^{\infty} C_{m,n} (C_1(t) |m,n,i\rangle + C_2(t) |m+1,n,e\rangle + C_3(t) |m,n+1,g\rangle), \quad (3)$$

将(3)式代入相互作用绘景薛定谔方程, 共振条件

* 国家自然科学基金 (批准号: 10974028) 和福建省自然科学基金 (批准号: 2009J06002) 资助的课题.

[†] E-mail: zi-hong_chen@hotmail.com

下可得

$$\begin{aligned} i \frac{dC_1}{dt} &= g \sqrt{m+1} C_2 + g \sqrt{n+1} C_3, \\ i \frac{dC_2}{dt} &= g \sqrt{m+1} C_1, \\ i \frac{dC_3}{dt} &= g \sqrt{n+1} C_1. \end{aligned} \quad (4)$$

再根据初始条件 $C_2(0) = C_3(0) = 0, C_1(0) = 1$, 解方程(4), 得

$$\begin{aligned} C_1 &= \cos(\omega t), \\ C_2 &= \frac{-ig \sqrt{m+1} \sin(\omega t)}{\omega}, \\ C_3 &= \frac{-ig \sqrt{n+1} \sin(\omega t)}{\omega}, \end{aligned} \quad (5)$$

式中 $\omega = g \sqrt{m+n+2}$.

现在, 我们设光场初态处于对相干态

$$|\zeta, q\rangle = N_q \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\zeta^n}{[n!(n+q)!]^{1/2}} |n+q, n\rangle, \quad (6)$$

其中 N_q 为归一化系数,

$$N_q = \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\zeta|^{2n}}{n!(n+q)!} \right]^{-1/2}, \quad (7)$$

根据(3)式和(5)式, 经相互作用时间 t 后, 系统态将演化为

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle &= N_q \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\zeta^n}{[n!(n+q)!]^{1/2}} [\cos(\omega t) |n+q, n, i\rangle \\ &\quad - \frac{ig \sqrt{n+q+1} \sin(\omega t)}{\omega} |n+q+1, n, e\rangle \\ &\quad - \frac{ig \sqrt{n+1} \sin(\omega t)}{\omega} |n+q, n+1, g\rangle], \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $\omega = g \sqrt{2n+q+2}$. 现在我们对原子态进行一次测量. 若原子被测量到处于 $|g\rangle$ 态, 则光场将塌缩为

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle &= \frac{1}{k} N_q \sum_{n=0}^{\infty} \frac{-ig \zeta^n \sqrt{n+1} \sin(\omega t)}{[n!(n+q)!]^{1/2} \omega} \\ &\quad \times |n+q, n+1\rangle, \end{aligned} \quad (9)$$

式中 k 为归一化系数.

3. 光场非经典性质的判断标准

我们首先引入光子反群聚效应的判断标准. 首先定义参数

$$g_{ij}^{(2)} = \frac{\langle a_i^+ a_j^+ a_j a_i \rangle}{\langle a_i^+ a_i \rangle \langle a_j^+ a_j \rangle}, \quad i, j = 1, 2, \quad (10)$$

在量子光学理论中, $g_i^{(2)}$ 被定义为第 i 模光场的二阶

相干度. 若 $0 < g_i^{(2)} < 1$, 则光场第 i 模处于亚泊松分布, 光子出现反群聚效应.

我们再考虑 Cauchy-Schwartz 不等式

$$(g_{12}^{(2)})^2 \leq g_{11}^{(2)} g_{22}^{(2)}, \quad (11)$$

该不等式在非经典光场中将被违背. 因此我们定义函数

$$V = (g_{12}^{(2)})^2 - g_{11}^{(2)} g_{22}^{(2)}, \quad (12)$$

当 $V > 0$ 时, Cauchy-Schwartz 不等式将被违背.

我们再考虑光场的双模压缩性质. 本文中我们将光场的两个正交振幅算符定义为

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{1}{2^{3/2}} (a_1^+ + a_1 + a_2^+ + a_2), \\ d_2 &= \frac{1}{2^{3/2}} (a_1^+ - a_1 + a_2^+ - a_2), \end{aligned} \quad (13)$$

d_1 和 d_2 满足如下不确定关系:

$$\langle (d_1)^2 \rangle \langle (d_2)^2 \rangle \geq \frac{1}{16}, \quad (14)$$

因此, 当振幅算符中的任意一个满足

$$\langle (d_j)^2 \rangle < \frac{1}{4}, \quad (15)$$

光场将呈现出双模压缩性质. 因此我们定义参数 q_i 来描述光场的双模压缩性质

$$q_i = \frac{\langle (\Delta d_i)^2 \rangle - 0.25}{0.25}, \quad (16)$$

当 $q_i \in (0, -1)$ 时, 光场将存在双模压缩性质.

4. 不同条件下光场非经典性质随时间演化的分析

现在开始讨论光场的各种非经典性质.

图 1 至图 4 显示了模 1 的反群聚效应程度 Q_1 随相互作用时间 $T = gt$ 的演化 (仅考虑 $0 < T < 60$ 的情况). 从图 1 与图 2 我们可以看出: 在未对原子态进行测量的情况下 Q_1 值都小于 1, 模 1 都显示出不同程度的反群聚效应. 在绝大多数的相互作用时间中, Q_1 值随着 T 作快速振荡, 在某些时刻光场可获得比初态更好的反群聚效应. 图 3 和图 4 显示了测量原子处 $|g\rangle$ 态情况下模 1 的反群聚效应程度随相互作用时间的演化. 与未测量原子态的情况相比, 相同参数下进行原子态测量后参数 Q_1 的振幅增大, 最小值低于未测量原子态时的最小值, 因此光场可呈现出比未测量原子态时更强的反群聚效应.

图 5 至图 8 显示了模 2 的反群聚效应程度 Q_2

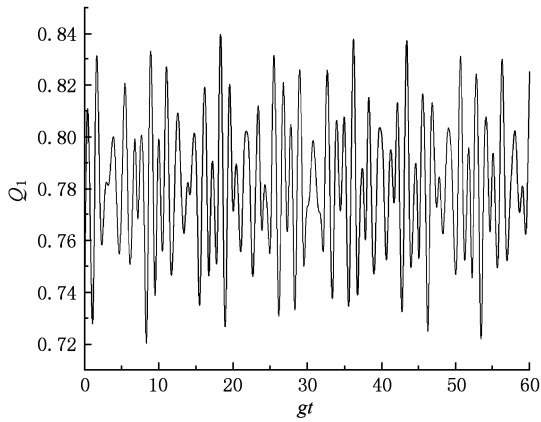


图 1 未测量原子态情况下 $\zeta = 2, q = 1$ 时光场反群聚效应参数 Q_1 随时间的演化

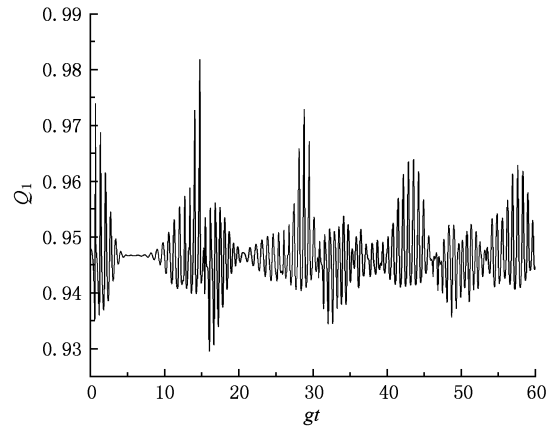


图 4 测量原子态 $|g\rangle$ 态情况下 $\zeta = 8, q = 10$ 时光场反群聚效应参数 Q_1 随时间的演化

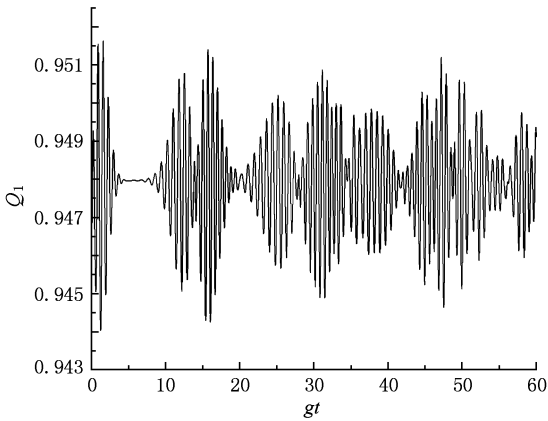


图 2 未测量原子态情况下 $\zeta = 8, q = 10$ 时光场反群聚效应参数 Q_1 随时间的演化

可以看出在取不同参数值时 Q_2 也将随着 T 振荡而使光场在某些时刻呈现出比初态更好的反群聚效应. 但相同参数下 Q_2 值总体上要比 Q_1 来得大. 图 7 和图 8 显示了测量原子态 $|g\rangle$ 态情况下模 2 的反群聚效应程度随相互作用时间的演化. 同模 1 一样, 在经过原子态的测量后相同参数下 Q_2 的最小值要比未测量原子态时要低, 因此也将呈现出更显著的反群聚效应.

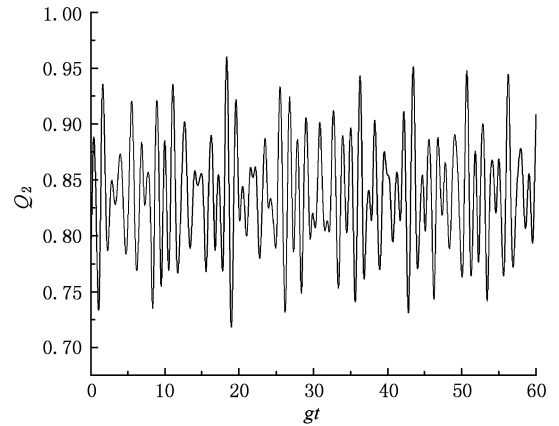


图 5 未测量原子态情况下 $\zeta = 2, q = 1$ 时光场反群聚效应参数 Q_2 随时间的演化

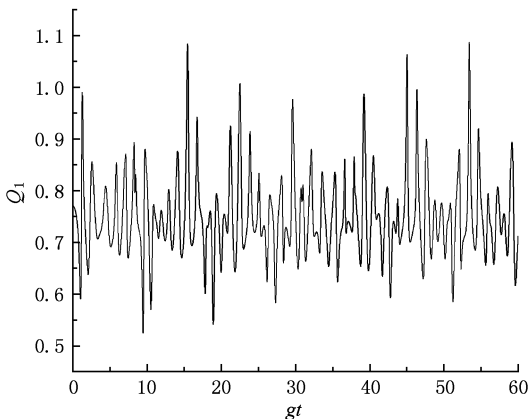


图 3 测量原子态 $|g\rangle$ 态情况下 $\zeta = 2, q = 1$ 时光场反群聚效应参数 Q_1 随时间的演化

图 9 至图 12 显示了光场的 Cauchy-Schwartz 不等式违背程度 V 随相互作用时间 $T = gt$ 的演化. 从图中可以看出无论参数的改变还是对原子态进行测量, V 值始终大于 0, 也就是说 Cauchy-Schwartz 不等式始终是违背的. 而且我们也可以看出由于 V 随着 T 进行振荡 Cauchy-Schwartz 不等式违背程度将在一定时间内比原先更强, 并且在进行原子态测量后

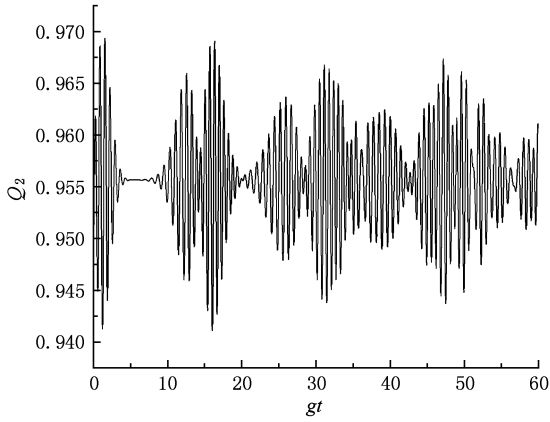


图 6 未测量原子态情况下 $\zeta = 8, q = 10$ 时光场反群聚效应参数 Q_2 随时间的演化

提高.

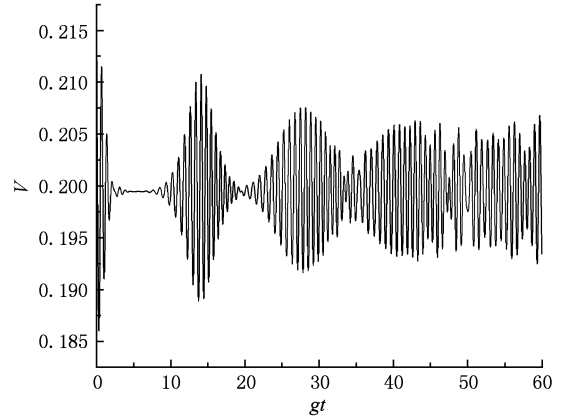


图 9 未测量原子态情况下 $\zeta = 8, q = 10$ 时光场 Cauchy-Schwartz 不等式违背随时间的演化

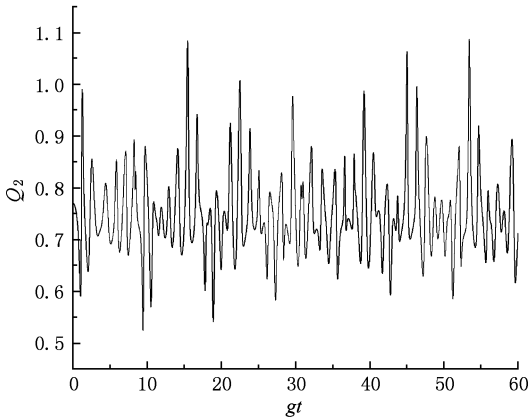


图 7 测量原子处 $|g\rangle$ 态情况下 $\zeta = 2, q = 1$ 时光场反群聚效应参数 Q_2 随时间的演化

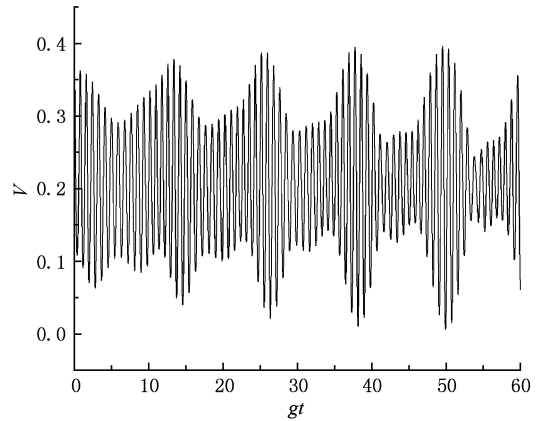


图 10 未测量原子态情况下 $\zeta = 2, q = 10$ 时光场 Cauchy-Schwartz 不等式违背随时间的演化

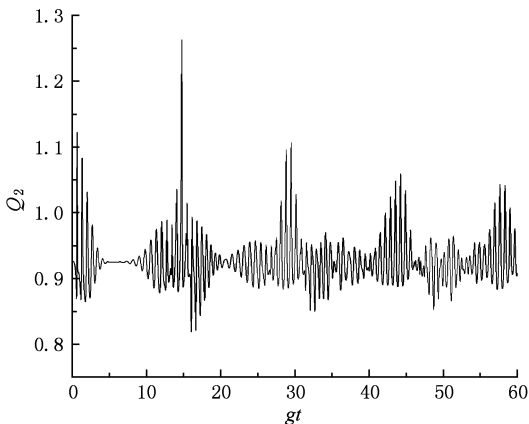


图 8 测量原子处 $|g\rangle$ 态情况下 $\zeta = 8, q = 10$ 时光场反群聚效应参数 Q_2 随时间的演化

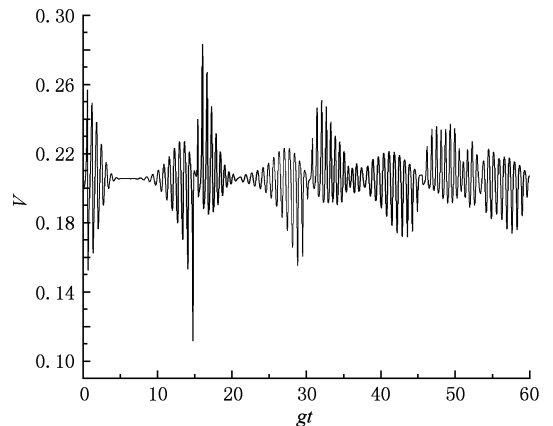


图 11 测量原子处 $|g\rangle$ 态情况下 $\zeta = 8, q = 10$ 时光场 Cauchy-Schwartz 不等式违背随时间的演化

Cauchy-Schwartz 不等式的违背程度得到了进一步的

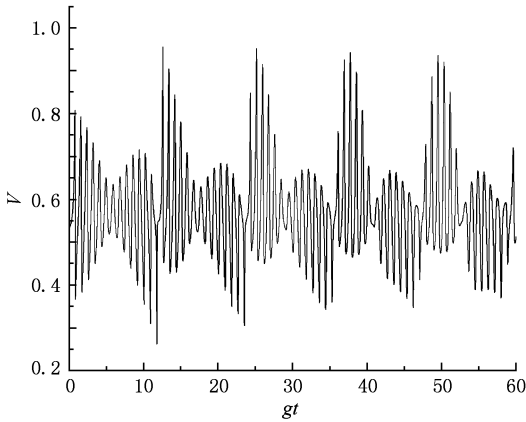


图 12 测量原子态处 $|g\rangle$ 态情况下 $\zeta = 2, q = 10$ 时光场 Cauchy-Schwartz 不等式违背随时间的演化

我们再讨论光场的双模压缩性质. 图 13 至图 15 显示了双模压缩参数 q_1 随时间演化的情况. 从图 13 可以看出在不测量原子态的情况下原本未显示出压缩性质的光场随相互作用时间 T 的演化出现了较显著的压缩性质. 当 $T \sim 48$ 时 d_1 的压缩度最高, q_1 接近 -0.5 . 对图 14 和图 15 进行比较我们可以发现: 当测量原子态处 $|g\rangle$ 态时原本未显现出压缩性质的光场在测量原子态后显示出了压缩性质. 例如在参数取 $\zeta = 2.3, q = 1$ 时在 $T \sim 8$ 时压缩度参数 q_1 可接近 -0.4 , 而未测量原子态时光场并未体现出压缩性质. 我们也研究了双模压缩参数 q_2 随时间演化的情况. 这种情况下压缩度总体上随时间演化而减少, 在初态时为最大. 但在相互作用时间比较短的情况下对原子态进行测量可使得光场的双模压缩度增强. 图 16 - 图 17 显示了 $\zeta = 8, q = 3$ 时原子态测量前后参数 q_2 随时间演化的情况.

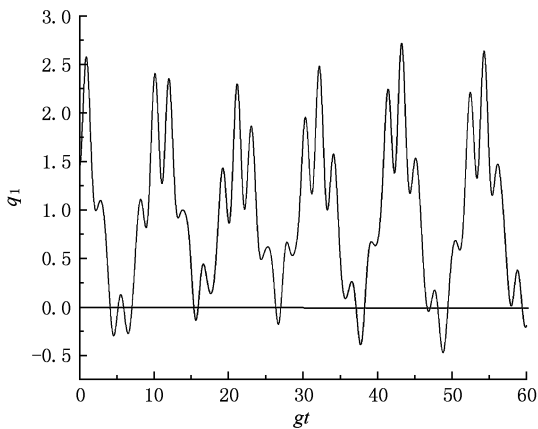


图 13 未测量原子态情况下 $\zeta = 0.5, q = 0$ 时光场双模压缩参数 q_1 的压缩性质

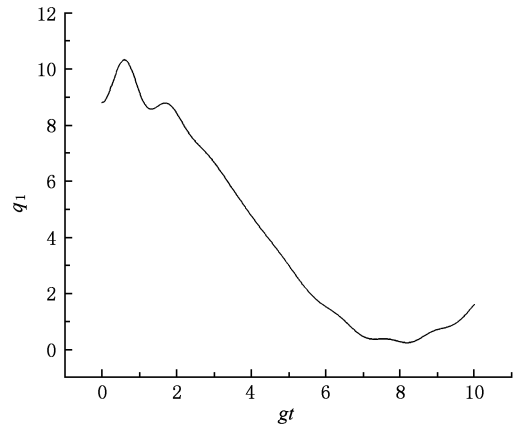


图 14 未测量原子态情况下 $\zeta = 2.3, q = 1$ 时双模压缩参数 q_1 的压缩性质

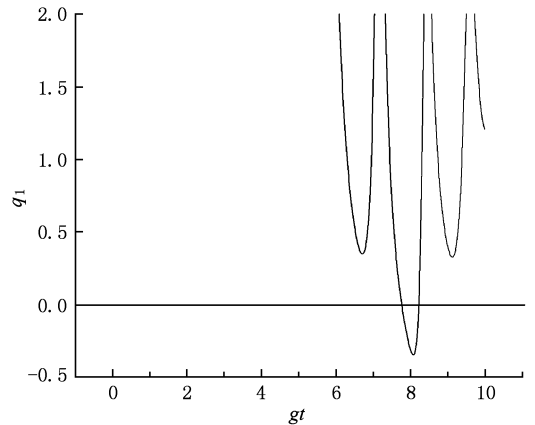


图 15 测量原子态处 $|g\rangle$ 态情况下 $\zeta = 2.3, q = 1$ 时光场双模压缩参数 q_1 的压缩性质

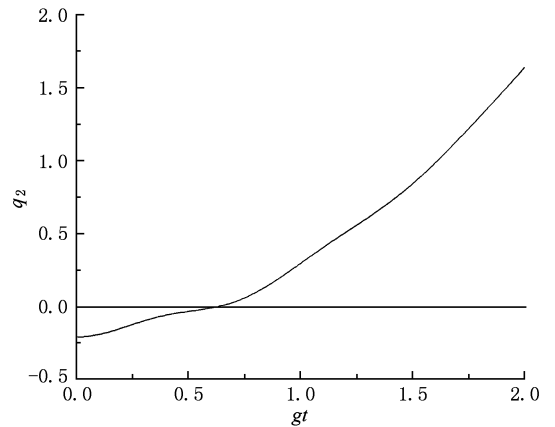


图 16 未测量原子态情况下 $\zeta = 8, q = 3$ 时双模压缩参数 q_2 的压缩性质

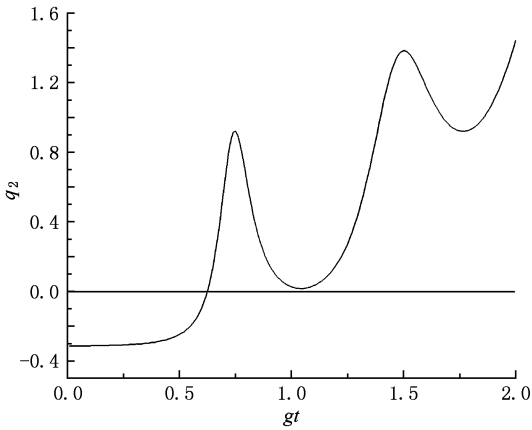


图 17 测量原子处 $|g\rangle$ 态情况下 $\zeta=8, q=3$ 光场双模压缩参数 q_2 的压缩性质

5. 结 论

本文研究了一个 Λ 型三能级原子与对相干态光场共振相互作用中的各种非经典性质. 我们显示并比较了测量原子态前后光场在不同参数下的反群聚效应, Cauchy-Schwartz 不等式违背和双模压缩性质随时间演化的情况, 研究表明在对原子态进行测量后光场的反群聚效应、双模压缩性质和 Cauchy-Schwartz 不等式违背程度将有不同程度的提高.

衷心感谢郑仕标教授以及实验室各位老师对本文提出的宝贵建议.

-
- [1] Jaynes E T, Cumming F W 1963 *Proc. IEEE* **51** 89
- [2] Alsing P, Cardimona D A 1992 *Phys. Rev. A* **45** 1793
- [3] Retamal J C, Roa L, Saavedra C 1992 *Phys. Rev. A* **45** 1876
- [4] Brune M, Raimond J M, Haroche S 1987 *Phys. Rev. A* **35** 154
- [5] Xu L, Zhang Z M, 1994 *Z. Phys. B* **95** 507
- [6] Puri R R, Bullough R K 1988 *J. Opt. Soc. Am. B* **5** 2021
- [7] Gou S C 1990 *Phys. Lett. A* **147** 218
- [8] Obada A S F, Abdel-Hafez A M 1987 *J. Mod. Opt.* **34** 665
- [9] Li F L, Li X S, Lin D L, George T F 1989 *Phys. Rev. A* **40** 5129
- [10] Abdel-Hafez A M, Obada A S, Ahmad M M A 1987 *Phys. Rev. A* **35** 1634
- [11] Short R G, Mandel L 1983 *Phys. Lett. A* **89** 390
- [12] Loudon R 1979 *Rep. Prog. Phys.* **43** 58
- [13] Loudon R, Knight P L 1987 *J. Mod. Opt.* **34** 709
- [14] Liu Z D, Li X, Lin D L 1991 *Phys. Rev. A* **44** 6144
- [15] Wu H Z, Su W J 2007 *Chin. Phys.* **16** 106
- [16] Song K H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4730 (in Chinese) [宋克慧 1995 物理学报 **54** 4730]
- [17] Agarwal G S 1988 *J. Opt. Soc. Am. B* **5** 1940
- [18] Song T Q, Feng J, Xu B Z, Wang W Z 1995 *Acta Phys. Sin.* **44** 1418 (in Chinese) [宋同强、冯健、徐炳振、王文正 1995 物理学报 **44** 1418]
- [19] Yang Z B 2006 *J. Phys. B* **39** 603

Nonclassical properties in the resonant interaction of a three level Λ -type atom with pair coherent states^{*}

Chen Zi-Hong[†] Liao Chang-Geng Luo Cheng-Li

(*College of Physics and Information Engineering, Fuzhou University, Fuzhou 350002, China*)

(Received 5 November 2009; revised manuscript received 18 December 2009)

Abstract

This paper is concentrated on the nonclassical properties of the pair coherent states during the interaction with a three-level Λ -type atom, such as antibunching effect, violation of Cauchy-Schwarz inequality and two-mode squeezing. Meanwhile, we find these nonclassical properties can be enhanced in the case that the atom is selectively measured.

Keywords: resonant interaction, pair coherent states, three-level Λ -type atoms

PACC: 4250

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10974028) and Fujian Provincial Natural Science Foundation of China (Grant No. 2009J06002).

[†] E-mail: zi-hong_chen@hotmail.com