

单光子轨道角动量的传输特性研究*

柯熙政 卢 宁 杨秦岭[†]

(西安理工大学自动化与信息工程学院, 西安 710048)

(2009 年 12 月 1 日收到; 2009 年 12 月 28 日收到修改稿)

描述了高阶椭圆厄米-高斯光束及其单光子平均轨道角动量, 并分析了一些与其单光子轨道角动量变化的有关情况, 通过计算机仿真简要进行了说明. 最后分析了单光子轨道角动量在空间某范围的概率分布及其变化情况. 研究表明, 高阶椭圆厄米-高斯光束与物质相互作用时, 其单光子平均轨道角动量的变化幅度随接触物质材料的不同而异.

关键词: 高阶椭圆厄米-高斯光束, 单光子, 轨道角动量, 态函数

PACC: 4250

1. 引 言

理想的单光子源是一次只发射一个光子的器件, 光子能量约为 10^{-10} J. 可以通过激光脉冲激发或电脉冲来激发单一的自组织半导体量子点结合光谱滤波混合实现, 也可以采用电注入发光二极管, 利用色心或晶体缺陷^[1]也可产生并发射单光子, 目前发展起来一种精密控制的强衰减技术, 可以产生所需的单光子序列. 光的衰减技术^[2]作为一种重要的光学技术, 被广泛应用于时域、频域以及能量领域, 时域中光衰减可用于脉冲成形, 频域中光衰减可用于制造各种带通滤波器以用于图像处理. 近代, 能量领域中光衰减显得更为重要, 2004 年, 程佑梁^[1]提出可用双异质结 LED 或量子阱激光器经过强衰减得到单光子, 2006 年, 李建军等^[3]回顾了产生单光子的几种方法, 包括量子点单光子源和下参量单光子源. 研究表明, 随着光子学技术的发展, 高保真度的理想单光子源可无限接近. 我们还可通过强衰减具有轨道角动量的光束而得到具有轨道角动量的单光子, 一般衰减约 70 dB. 具有轨道角动量的光束其相位分布函数中常含有与旋转方向角 θ 成正比的一项 $\exp(il\theta)$, 其中 l 为光学涡旋的拓扑荷 (topological charge, TC), 即轨道角动量量

子数, 一般为整数. 具有轨道角动量光束的产生具有深远的历史意义, 1974 年, Nye 和 Berry 类比晶体中的缺陷, 将波前错位 (wave-front dislocations) 的概念引入到波动理论中, 用来解释相位缺陷对光波产生的影响, 并证明了相位缺陷的存在导致具有轨道角动量光束的产生, 这一工作促进了人们对波场中相位奇点的认识. 2007 年, 苏志锟等^[4]在量子领域设计了一个基于两个正交的单光子轨道角动量态保密通信方案, 该通信方案不需要通信双方实时监测和调整参考系, 同时提高了密钥生成效率.

本文主要对具有轨道角动量的光束与不同材料的媒质相互作用时, 其单光子平均轨道角动量的可变性进行了研究, 并且分析了具有轨道角动量的光束在空间中传播时, 其单光子轨道角动量的空间分布受大气扰动的影响. 通过研究微观单光子在传输过程中因媒介的变化而导致其轨道角动量密度产生细微变化, 为进一步深入研究用于诸如通信、目标识别等工程实际的具有轨道角动量光束的传输特性奠定理论基础.

2. 具有轨道角动量的光束及其单光子的产生

具有轨道角动量的光束是由于光场中存在螺

* 国家自然科学基金 (批准号: 60977054), 国防科技重点实验室基金 (批准号: 9140C3601010901), 国家高技术研究发展计划 (批准号: 2008AAJ159), 陕西省教育厅科研基金 (批准号: 07JK332) 和陕西省自然科学基金 (批准号: 2007F12) 资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: lh511@sina.com

旋位错,位错程度可用拓扑荷 l 来表示,一般情况下可由以下两种方法得到具有轨道角动量的光束:1) 直接从激光谐振腔中产生. 该方法因为在实验中需要谐振腔具有严格的轴对称性,故较难获得稳定的激光输出. 2) 使用阶梯式螺旋相位板或全息光学转换板将高斯光束转换为拉盖尔高斯光束^[5,6],这里,螺旋相位板或全息光学转换板需要特殊加工,且光束经过这些光学元件变换损耗也较大.

螺旋相位板是一种衍射光学元件,其厚度随着方位角 θ 的增大而增大,螺旋相位板的相位沿角向连续变化,可以产生光学涡旋场. 假设我们利用由 M 块液晶片组成的螺旋相位板产生光学涡旋,可以通过改变不同液晶片上的电压控制透射光的相移,沿角向旋转一周相移总量为 $2\pi l$. 其中 l 表示要产生的光学涡旋场的拓扑荷. 则相邻液晶板的相位改变为 $2\pi l/M$. 每一块液晶板的张角为 $2\pi/M$. 通过阶梯式螺旋相位板的光场可以表示为

$$u(r, \theta) = \text{Circ}\left(\frac{r}{R}\right) \exp\left\{i\Delta\varphi \text{int}\left(\frac{M\theta}{2\pi}\right)\right\}, \quad (1)$$

其中 Circ 为孔径函数, R 为阶梯式螺旋相位板的有效通光半径, $\Delta\varphi = 2\pi l/M$, θ 为方位角, int 表示取整.

阶梯式螺旋相位板能够引起入射光场的涡旋强度 Q_s 为

$$Q_s = \Delta n \frac{h_s}{\lambda}, \quad (2)$$

其中 h_s 是阶梯式螺旋相位板的阶高, Δn 是相位板和周围介质折射系数的差分,分别看做常数, λ 是入射光的真空波长. 它的涡旋度是不固定的,依赖于外部参数 $\Delta n, \lambda$ 等,阶梯式螺旋相位板如图 1 所示.

螺旋相位板只有零级衍射,把螺旋相位板产生轨道角动量当作是对基模高斯场的一种调制,一输入的基模高斯场只乘以相位因子 $\exp(iQ_s\theta)$, 产生的光束沿与入射光相同的轴线传播,而每个单光子

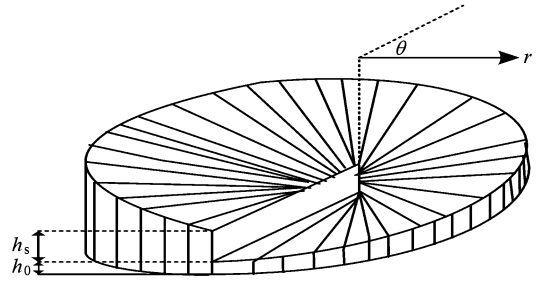


图 1 螺旋相位板阶高 h_s 影响产生的涡旋度,而 h_0 取决于机械稳定性^[7]

都具有了 $Q_s \hbar$ 的轨道角动量.

光衰减的方式很多,吸收、散射和耦合损耗等都是比较常用的方法,这些方法都是按时序衰减,即光脉冲在传输过程中光子数减少. 运用分束实现衰减,分束耦合器之间固定连接,由此可以实现光子流向按比例分配,将光强按时序的衰减变为光强沿进出口的空间分布,在光子流强的一端用常规光探测器测量光强进行实时控制,在分束比小的部位实现单光子输出.

激光器产生的激光是相干态的光子,满足泊松分布

$$P(n, \mu) = \frac{\mu^n}{n!} e^{-\mu}, \quad (3)$$

式中 n 为弱激光脉冲中包含的光子数, μ 为每激光脉冲的平均光子数,由(3)式可知,单光子脉冲^[8,9]出现的概率为

$$P(1, \mu) = \mu e^{-\mu}. \quad (4)$$

图 2 给出了激光脉冲中随每脉冲平均光子数 μ 变化的光子数概率分布计算机仿真图.

由图 2 知,当 $\mu = 1, n = 1$ 时出现单光子脉冲的概率最大,此时多光子脉冲出现的概率是 $P(n \geq 2, \mu) = 1 - P(0, \mu) - P(1, \mu)$. 研究表明, μ 值越小,出现多光子脉冲的概率越小, μ 越小,出现单光子脉冲与多光子脉冲的比值越大.

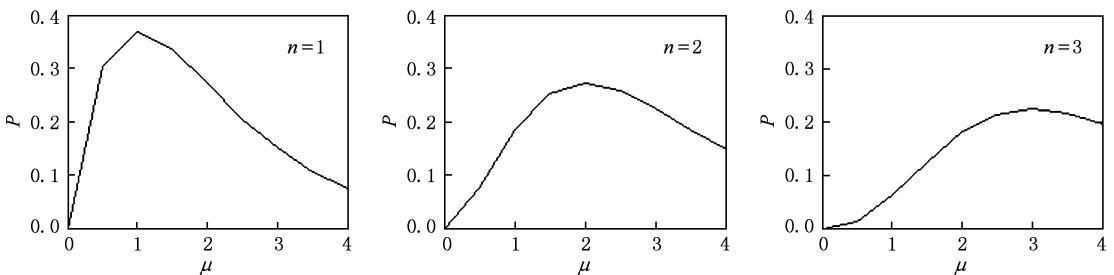


图 2 随每激光脉冲平均光子数 μ 变化的光子数概率分布的仿真图

高阶椭圆厄米-高斯光束是涡旋光束的一种,具有轨道角动量,它的定义如下^[10]:

$$E_p(r) = E_0 \exp\left[-\frac{ik}{2} r^T Q_e^{-1} r\right] H_p \cdot \left[\sqrt{ikr^T Q_h^{-1} r}\right],$$

$$(p = 0, 1, 2, 3, \dots), \quad (5)$$

其中 E_0 是常数, $k = 2\pi/\lambda$ 为波数, r 是光束传播横截面上的位置矢量, $r^T = (x, y)$, H_p 是 p 阶厄米多项式, Q_e^{-1} 和 Q_h^{-1} 都为 2×2 的复曲率张量. 对于高阶椭圆厄米-高斯光束,其能量密度为

$$w = |c\epsilon_0 \langle E \times B \rangle_z| = |u(x, y)|^2, \quad (6)$$

式中, E 和 B 分别表示光束的电场和磁场, $u(x, y)$ 为高阶椭圆厄米-高斯光束在 x - y 平面的光场振幅分布, ϵ_0 为真空中的介电常数, 高阶椭圆厄米-高斯光束的轨道角动量密度为^[11]

$$j_z = \frac{i\omega\epsilon_0}{2} \left[x \left(u \frac{\partial u^*}{\partial y} - u^* \frac{\partial u}{\partial y} \right) - y \left(u \frac{\partial u^*}{\partial x} - u^* \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right], \quad (7)$$

其中 ω 是高阶椭圆厄米-高斯光束的角频率, u^* 是 高阶椭圆厄米-高斯光束光场振幅分布的复共轭.

3. 高阶椭圆厄米-高斯光束的单光子轨道角动量的变化

光束在经过物体的反射或透射作用后,会由于物体表面或内部的物理性质而发生幅度和相位的 变化,这种变化会影响光束及其光子的轨道角动量. 在自由空间传播中的高阶椭圆厄米-高斯光束遇到 xoy 平面上的金属板面,其强度椭圆和相位椭圆的主轴相对于坐标轴(x 轴)的夹角为 α 和 β ,如图 3 所示.

高阶椭圆厄米-高斯光束的轨道角动量流量 $J_{z,L}$ 可表达为^[12]

$$J_{z,L} = \frac{P}{8c} \frac{\omega_{xy}^4 (\omega_x^2 - \omega_y^2)}{[\omega_{xy}^4 - \omega_{xy}^2 \tan^2 \alpha (\omega_y^2 - \omega_x^2)] R_{xy}} \times \left[1 + \frac{\tan 2\alpha}{\tan 2\beta} \right], \quad (8)$$

其中 ω_x, ω_y 分别表示光束在 x 和 y 轴上的光斑半径, R_x, R_y 分别表示光束在 x 和 y 轴上的曲率半径. ω_{xy}, R_{xy} 分别表示光束强度椭圆和相位椭圆的主轴相对于坐标轴的旋转情况,

$$\tan 2\alpha = \frac{1/\omega_{xy}^2}{1/\omega_x^2 - 1/\omega_y^2}, \quad (9)$$

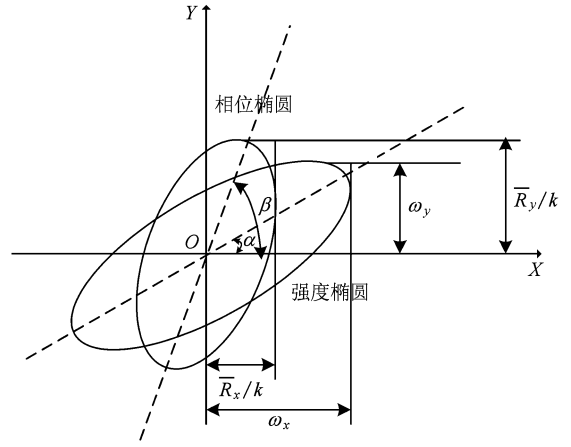


图 3 与金属板面相互作用后高阶椭圆厄米-高斯光束的相位椭圆和强度椭圆相对于坐标轴的夹角

$$\tan 2\beta = \frac{1/R_{xy}}{1/R_x - 1/R_y}. \quad (10)$$

高阶椭圆厄米-高斯光束的每单光子具有的平均轨道角动量同夹角 α 和 β 的关系为

$$\bar{J}_z = \frac{\hbar\omega \iiint j_z r d\varphi dr dz}{\iiint w r d\varphi dr dz} = \frac{\hbar\omega \iiint \left(\frac{\partial^2 J_{z,L}}{\partial x \partial y} \right) r d\varphi dr dz}{\iiint w r d\varphi dr dz} = \Phi(\alpha, \beta), \quad (11)$$

式中 $\hbar\omega$ 为单个光子的能量, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, h 为普朗克常量, j_z 为横截面上的轨道角动量密度分布, w 为光束的能量密度.

当阶次 p 增大时,轨道角动量密度的峰值显著增大,且正反两种方向的轨道角动量密度相差悬殊. 分析发现,高阶椭圆厄米-高斯光束每光子具有的平均轨道角动量随阶次 p 的增大而增加,因此高阶椭圆厄米-高斯光束比起基模椭圆高斯光束或拉盖尔-高斯光束来具有更高的轨道角动量.

图 4 为一高阶椭圆厄米-高斯光束和金属与非金属板面相互作用后平均每单光子轨道角动量随夹角 α 和 β 一阶变化的计算机仿真图. 由图可知,当一平均每单光子轨道角动量为 -20 的连续激光脉冲分别与金属铁和非金属矿石作用时,非金属矿石对光束平均每单光子轨道角动量的影响程度要小于金属铁对光束平均每单光子轨道角动量的影响程度.

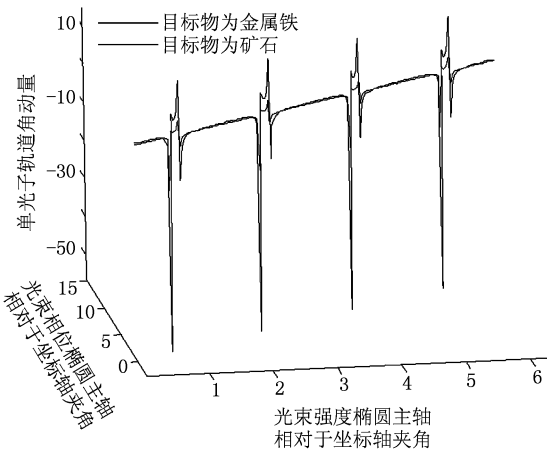


图4 高阶椭圆厄米-高斯光束与金属铁和非金属矿石作用后其单光子平均轨道角动量的变化

4. 单光子轨道角动量的空间分布受大气扰动的影响

在大气信道中传输的光束,其光子轨道角动量的空间分布要受到大气湍流、大气扰动等因素影响.对于单光子脉冲子系统,态函数(包括本征态函数)描写单光子系统的状态,系统在该状态下的一切物理性质都可通过相应的态函数来表示,可以认为态函数代表信息的载体.量子力学算法系统里,通过求解厄米算符的本征方程,可得出本征值,即所谓的量子数,就能够把态函数所载的信息提取出来.由此可见,量子数代表本征方程中态函数所描写的状态的信息.

轨道角动量算符 $\hat{L}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \theta}$ 的本征值方程为

$$\hat{L}_z |u_{lp}^{LG}\rangle = (l\hbar) |u_{lp}^{LG}\rangle, \quad (12)$$

其中, $|u_{lp}^{LG}\rangle$ 为算符 $\hat{L}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \theta}$ 的本征态, $l\hbar$ 为算符

$\hat{L}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \theta}$ 的本征值,不同的本征值对应不同的本

征态.如表1所示.

表1 轨道角动量算符 \hat{L}_z 的本征值和相应的本征态

本征态 $ u_{lp}^{LG}\rangle$	本征值 $l\hbar$
$ u_{lp}^{LG}\rangle_1$	$l_1\hbar$
$ u_{lp}^{LG}\rangle_2$	$l_2\hbar$
$ u_{lp}^{LG}\rangle_3$	$l_3\hbar$
...	...
$ u_{lp}^{LG}\rangle_n$	$l_n\hbar$

某单光子轨道角动量在空间一范围出现的概率可描写为

$$P(l_n) = \|u_{lp}^{LG}\|_n^2. \quad (13)$$

设经过大气扰动之后,相应的本征值变化为 $l\hbar$, 本征态变化为 $|u_{lp}^{LG}\rangle$, 则

$$|u_{lp}^{LG}\rangle = |u_{lp}^{LG}\rangle \exp(\varphi(r, \theta, z)), \quad (14)$$

其中 $|u_{lp}^{LG}\rangle$ 为未经大气扰动时的本征态函数, l_0 为未经大气扰动时的轨道角动量量子数, $\exp(\varphi(r, \theta, z))$ 为大气扰动产生的因子. 则经大气扰动之后单光子轨道角动量的空间分布可描写为

$$P(l) = \|u_{lp}^{LG}\|^2. \quad (15)$$

5. 结 论

基于具有轨道角动量的高阶椭圆厄米-高斯光束其单光子传输理论,用量子力学语言描述了光子的轨道角动量算符、态函数、角动量量子数之间的关系,简要分析了不同材料的物质对单光子平均轨道角动量密度的影响程度,在此基础上,进一步研究了在大气信道传输的光束其单光子轨道角动量的空间分布所受传输媒介的影响.通过计算机仿真表明,金属物质对单光子平均轨道角动量的影响程度比非金属物质的影响程度要大.研究结果可为使用具有轨道角动量的光束用于通信以及目标识别等工程应用方面提供理论依据.

[1] Cheng Y L 2004 *Optoelectronic Technology&Information* **17** 53 (in Chinese) [程佑梁 2004 光电子技术与信息 **17** 53]
 [2] Liu J F 2004 *Acta Photo. Sini.* **33** 868 (in Chinese) [刘景锋 2004 光子学报 **33** 868]
 [3] Li J J, Zheng X B, Feng Y 2006 *Chinese Journal of Quantum Electronics* **23** 766 (in Chinese) [李建军、郑小兵、冯渝 2006 量子电子学报 **23** 766]

[4] Su Z K, Wang F Q, Lu Y Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 3016 (in Chinese) [苏志锷、王发强、路铁群、金锐博、梁瑞生、刘颂豪 2008 物理学报 **57** 3016]
 [5] Gahagan K T, Swartzlander G A 1998 *Opt. Soc. Am B.* **15** 524
 [6] Gahagan K T, Swartzlander G A 1999 *Opt. Soc. Am B.* **16** 533
 [7] Wu J Z, Li Y J 2005 *Proc. SPIE ICMIT Chongqing, China*, Sept, 2005 p77

- [8] Mason M D, Carson P J, Strouse G F, Buratto S K 2000 *Nature* **406** 968
- [9] Michler P, Kiraz A, Becher C, Schoenfeld W V, Petroff P M, Zhang L D, Hu E, Imamoglu A 2000 *Science* **290** 2282
- [10] Cai Y J, Lin Q 2002 *Opt. Commun* **207** 139
- [11] Zhang H X 2008 *Acta Photonica Sinica*. **37** 1680 (in Chinese)
[张宏宪 2008 光子学报 **37** 1680]
- [12] Weber H 1992 *Opt and Quan Elec.* **24** 027

Research of transmission characteristics of single-photon orbital angular momentum*

Ke Xi-Zheng Nu Ning Yang Qin-Ling[†]

(Faculty of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

(Received 1 December 2009; revised manuscript received 28 December 2009)

Abstract

We describe the high order elliptic hermite gaussian beam and the average orbital angular momentum of single-photon, and analyze some situations of the change of orbital angular momentum, briefly by the simulation. Finally, the probability distribution and changes in the probability distribution within the range of space for the single-photon orbital angular momentum are analyzed. The results show that the change magnitude of the single-photon's average orbital angular momentum varies with the material when the high order elliptic Hermite-Gaussian beam interacts with mater.

Keywords: high order elliptic Hermite-Gaussian beam, single photon, orbital angular momentum, state function

PACC: 4250

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60977054), the Foundation for the Key Laboratory of National Defence Science and Technology of China (Grant No. 9140C3601010901), the National High Technology Research and Development Program of China (Grant No. 2008AAJ159), the Scientific Research Foundation of the Education Bureau of Shaanxi Province, China (Grant No. 07JK332) and the Natural Science Foundation of Shaanxi Province, China (Grant No. 2007F12)

[†] Corresponding author. E-mail: lh511@sina.com