

# 光学微盘腔与三能级量子点系统中的模耦合研究<sup>\*</sup>

柏江湘 米贤武<sup>†</sup> 李德俊

(吉首大学物理科学与信息工程学院, 吉首 416000)

(2009 年 10 月 10 日收到; 2009 年 12 月 11 日收到修改稿)

用一种全量子理论方法研究了波导、光学微盘腔与三能级量子点耦合系统的动力学过程, 求出其耦合后的透射模和反射模的解析解。由于微腔表面粗糙引起反向散射, 在微腔内形成两简并回音壁耦合共振模, 其耦合率为  $\beta$ ; 量子点的两激发态分别以耦合率  $g_1, g_2$  与回音壁耦合共振模产生耦合。在实数空间里, 得出透射光谱和反射光谱的数值解, 这些三能级模型结果比二能级模型结果更接近真实光学微盘腔系统, 能更好地显示耦合系统的动力学特性。

**关键词:** 模耦合, 光学微盘腔, 三能级量子点, 全量子理论

**PACC:** 4260D, 4250, 4265

## 1. 引言

近年来, 量子计算<sup>[1,2]</sup>、量子信息处理<sup>[3-5]</sup>等为信息社会提供了新的机遇和挑战。当前人们首先要考虑的问题是如何在实验上实现量子信息处理并使之应用于生活实际, 因此大量基础研究和应用研究迅速发展了起来<sup>[6-30]</sup>。基于腔量子电动力学(CQED)的固态微腔系统很有可能实现量子信息处理, 得到人们广泛关注<sup>[10-15]</sup>。人们构建了各种各样的固态光学微腔, 如微柱腔<sup>[12]</sup>, 微球腔<sup>[13]</sup>, 平板光子晶体腔<sup>[14]</sup>以及回音壁型微盘腔<sup>[11,15]</sup>。其中微盘腔具有极高的品质因数和体积小的特点, 已被用于实验研究 CQED 现象<sup>[16]</sup>。Srinivasan 和 Painter 用 CQED 的半经典理论<sup>[15]</sup>对微盘腔回音壁量子点耦合系统进行了研究, 用量子主方程方法分析了量子点二能级系统, 得出其透射光谱和反射光谱的数值解, 重点讨论了回音壁驻波模与量子点的强耦合特性<sup>[15]</sup>; 接着在弱驱动下进行了实验, 观测到微盘量子点系统透射光谱和反射光谱的 Rabi 分裂, 证实了系统强耦合效应<sup>[16]</sup>。随后沈荣聰和范汕洄运用了全量子单光子输运理论<sup>[6]</sup>, 研究了波导模与回音壁共振腔二能级原子系统的耦合, 分别讨论了微腔与二能级系统的特性对透射模与反射模的影响, 得到

与文献[15]一致的结果, 并讨论了各种参数对光谱的影响, 得出了临界耦合的条件, 对 CQED 的发展有着重要的意义。国内由 Guo 等小组也已经做了大量工作, 制备出了高品质的微腔, 在理论和实验方面都取得了显著的成果<sup>[18,21,22]</sup>。

但原子通常包含多个能级, 为了得到更理想的数据结果, 我们有必要讨论三能级或更高能级系统; 而量子点三能级系统也很有可能实现纠缠光子对, Ajiki 等就利用 V 形三能级量子点系统在微腔内产生纠缠光子<sup>[29]</sup>。本文用文献[6]的全量子理论研究了波导模与回音壁共振腔三能级量子点系统的耦合。由于微腔表面粗糙引起反向散射, 在微腔内形成两简并回音壁耦合共振模以参量  $\beta$  耦合; 量子点两激发态分别以  $g_1, g_2$  与此双回音壁模产生耦合; 同时由于量子点自发辐射和量子点与库的相互作用产生相变碰撞使系统产生一定的耗散,  $\gamma_c$  描述了腔内耗散率,  $\gamma_{e1}, \gamma_{e2}$  分别描述两激发态到基态跃迁过程的耗散率。用文中的参数得出了理想的数值结果, 通过测量其透射光谱, 就可以证实 Rabi 分裂。与二能级系统相比, 由于三能级量子点具有两个激发态, 发生了两次跃迁, 使系统的耦合变得更强, 更能显示双回音壁模量子点强耦合系统的动力学特性, 为以后实验提供了有益的信息和指导。

\* 国家自然科学基金(批准号: 10647132), 湖南省教育厅项目(批准号: 09C825)资助的课题。

† 通讯联系人. E-mail: xwmi@yahoo.com.cn

## 2. 理论模型与计算方法

图 1 是波导、微盘腔及量子点耦合系统的简图，

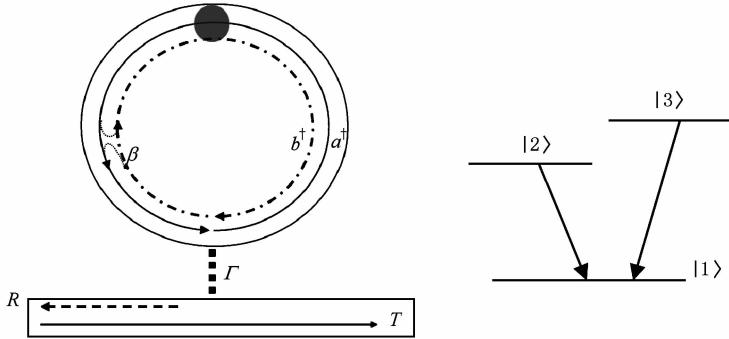


图 1 波导及微腔量子点系统, 光纤导入导出光以耦合率  $\Gamma$  耦合 ( $T$  和  $R$  分别是透射模和反射模.  $a^\dagger$  (逆时针方向) 和  $b^\dagger$  (顺时针方向) 分别描述回音壁两简并模 (WGMs), 其耦合率为  $\beta$ ; 腔内的量子点为三能级模型, 见图右)

考虑库 (reservoir) 并利用旋波近似<sup>[31,32]</sup>, 得到其复合系统的有效哈密顿量<sup>[6,15,33]</sup>为

$$\begin{aligned} H/\hbar = & \int dx c_R^\dagger(x) \left( \omega_0 - i\nu_g \frac{\partial}{\partial x} \right) c_R(x) \\ & + \int dx c_L^\dagger(x) \left( \omega_0 - i\nu_g \frac{\partial}{\partial x} \right) c_L(x) \\ & + (\omega_c - i\gamma_c) a^\dagger a + (\omega_c - i\gamma_c) b^\dagger b \\ & + (\omega_{e1} - i\gamma_{e1}) a_{e1}^\dagger a_{e1} \\ & + (\omega_{e2} - i\gamma_{e2}) a_{e2}^\dagger a_{e2} + \omega_g a_g^\dagger a_g \\ & + \int dx \delta(x) [ V_a c_R^\dagger(x) a + V_a^* c_R(x) a^\dagger ] \\ & + \int dx \delta(x) [ V_b c_L^\dagger(x) b + V_b^* c_L(x) b^\dagger ] \\ & + (g_{a1} a \sigma_1^\dagger + g_{b1} b \sigma_1^\dagger + \text{h. c.}) \\ & + (g_{a2} a \sigma_2^\dagger + g_{b2} b \sigma_2^\dagger + \text{h. c.}) \\ & + (\beta^* a^\dagger b + \beta a b^\dagger), \end{aligned} \quad (1)$$

其中  $c_R^\dagger(x), c_L^\dagger(x), (c_R(x), c_L(x))$  分别是向右传播和向左传播的波导模产生 (湮没) 算符,  $\omega_0$  是参考频率, 其波导的色散关系是线性的<sup>[34]</sup>. 对微腔,  $a^\dagger(a), b^\dagger(b)$  分别是逆时针和顺时针回音壁模产生 (湮没) 操作算符, 它们具有相同的频率  $\omega_c$ ;  $g_{a1}, g_{b1}$  等分别是量子点和微腔的耦合率,  $a_g^\dagger(a_g), a_{e1}^\dagger, a_{e2}^\dagger$  ( $a_{e1}, a_{e2}$ ) 分别是量子点基态  $|1\rangle$  和激发态  $|2\rangle, |3\rangle$  的产生 (湮没) 操作算符;  $\sigma_1^\dagger = a_{e1}^\dagger a_g$  ( $\sigma_1^- = a_g^\dagger a_{e1}$ ),  $\sigma_2^\dagger = a_{e2}^\dagger a_g$  ( $\sigma_2^- = a_g^\dagger a_{e2}$ ) 分别是关于  $|2\rangle - |1\rangle$  和  $|3\rangle - |1\rangle$  跃迁过程的上升 (下降) 操作算

符. 其量子点为三能级模型<sup>[29,30]</sup>, 波导光以耦合率  $\Gamma$  与微腔耦合, 量子点被嵌入微盘腔内, 腔内双模与量子点两激发态产生相互作用, 腔内双模以耦合率  $\beta$  相互耦合.

符. 由于腔的粗糙而形成的两回音壁模以耦合率  $\beta$  耦合;  $\gamma_c$  是腔内耗散率,  $\gamma_{e1}, \gamma_{e2}$  分别描述  $|2\rangle - |1\rangle$  和  $|3\rangle - |1\rangle$  跃迁过程的耗散率, 此耗散是由于量子点自发辐射和量子点与库的相互耦合产生相变碰撞而导致的<sup>[15]</sup>;  $(\omega_{e1} - \omega_g) \equiv \Omega_{e1}, (\omega_{e2} - \omega_g) \equiv \Omega_{e2}$  分别是量子点从激发态到基态  $|2\rangle - |1\rangle$  和  $|3\rangle - |1\rangle$  过程的跃迁频率. 其中  $|V_{a/b}|^2/\nu_g$ ,  $\gamma_c, \gamma_{e1}, \gamma_{e2}$  和  $\beta$  具有相同的频率单位.

考虑任一光子含时态  $|\Phi(t)\rangle$ , 由 Schrödinger 方程

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Phi(t)\rangle = H |\Phi(t)\rangle, \quad (2)$$

通常  $|\Phi(t)\rangle$  可以写成

$$\begin{aligned} |\Phi(t)\rangle = & \int dx [\tilde{\Phi}_R(x, t) c_R^\dagger(x) \\ & + \tilde{\Phi}_L(x, t) c_L^\dagger(x)] | \phi \rangle \\ & + \tilde{e}_a(t) a^\dagger | \phi \rangle \\ & + \tilde{e}_b(t) b^\dagger | \phi \rangle + \tilde{e}_1(t) \sigma_1^+ | \phi \rangle \\ & + \tilde{e}_2(t) \sigma_2^+ | \phi \rangle, \end{aligned} \quad (3)$$

这里量子点处于基态,  $|\phi\rangle$  表示真空态, 即零光子态.  $\tilde{\Phi}_{R/L}(x, t)$  是单光子右/左模波函数,  $\tilde{e}_{a/b}(t)$  是回音壁模;  $\tilde{e}_1(t), \tilde{e}_2(t)$  分别是量子点激发态对应于  $|2\rangle - |1\rangle$  和  $|3\rangle - |1\rangle$  跃迁过程的激发模. 由方程(2), 得到以下运动方程:

$$-i\nu_g \frac{\partial}{\partial x} \tilde{\Phi}_R(x, t) + \delta(x) V_a \tilde{e}_a(t) + (\omega_0 + \omega_g) \tilde{\Phi}_R(x, t) = i \frac{\partial}{\partial t} \tilde{\Phi}_R(x, t), \quad (4)$$

$$i\nu_g \frac{\partial}{\partial x} \tilde{\Phi}_L(x, t) + \delta(x) V_b \tilde{e}_b(t) + (\omega_0 + \omega_g) \tilde{\Phi}_L(x, t) = i \frac{\partial}{\partial t} \tilde{\Phi}_L(x, t), \quad (5)$$

$$(\omega_c + \omega_g - i\gamma_c) \tilde{e}_a(t) + V_a^* \tilde{\Phi}_R(0, t) + g_{a1}^\dagger \tilde{e}_1(t) + g_{a2}^\dagger \tilde{e}_2(t) + \beta^* \tilde{e}_b(t) = i \frac{\partial}{\partial t} \tilde{e}_a(t), \quad (6)$$

$$(\omega_c + \omega_g - i\gamma_c) \tilde{e}_b(t) + V_b^* \tilde{\Phi}_L(0, t) + g_{b1}^\dagger \tilde{e}_1(t) + g_{b2}^\dagger \tilde{e}_2(t) + \beta \tilde{e}_a(t) = i \frac{\partial}{\partial t} \tilde{e}_b(t), \quad (7)$$

$$(\omega_{e1} - i\gamma_{e1}) \tilde{e}_1(t) + g_{a1} \tilde{e}_a(t) + g_{b1} \tilde{e}_b(t) = i \frac{\partial}{\partial t} \tilde{e}_1(t), \quad (8)$$

$$(\omega_{e2} - i\gamma_{e2}) \tilde{e}_2(t) + g_{a2} \tilde{e}_a(t) + g_{b2} \tilde{e}_b(t) = i \frac{\partial}{\partial t} \tilde{e}_2(t). \quad (9)$$

给定任一初始态  $|\Phi(t=0)\rangle$ , 对方程(4)–(9)直接积分就可以得出此系统的动力学特性解。用这种方法, 就可以研究任一单光子波包传播随时间的变化, 下面考虑稳态情况。当  $|\Phi(t)\rangle$  是频率  $\varepsilon$  的本征态时, 如  $|\Phi(t)\rangle = e^{-i\epsilon t} |\varepsilon^+\rangle$ , 方程(2)可产生以下与时间无关的本征方程:

$$H |\varepsilon^+\rangle = \hbar\varepsilon |\varepsilon^+\rangle, \quad (10)$$

这里  $\hbar\varepsilon$  是系统的总能量, 对单光子输入的 Fock 态, 大多情况下, 关于方程(1)相互作用哈密顿量与时间无关的本征态是

$$|\varepsilon^+\rangle = \int dx [\Phi_R(x) c_R^\dagger(x) + \Phi_L(x) c_L^\dagger(x)] |\phi\rangle + e_a a^\dagger |\phi\rangle + e_b b^\dagger |\phi\rangle + e_1 \sigma_1^+ |\phi\rangle + e_2 \sigma_2^+ |\phi\rangle, \quad (11)$$

其中去掉了波模符号上面的标号来表示与时间无关的波模, 例如  $\tilde{e}_a(t) = e_a e^{-i\epsilon t}$  等, 其相互作用本征态与散射实验的关联可由 Lippmann-Schwinger 公式<sup>[7,35,36]</sup>得出。由方程(10)和方程(11)得到以下运动方程:

$$-i\nu_g \frac{\partial}{\partial x} \Phi_R(x) + \delta(x) V_a e_a = (\varepsilon - \omega_0 - \omega_g) \tilde{\Phi}_R(x), \quad (12)$$

$$i\nu_g \frac{\partial}{\partial x} \Phi_L(x) + \delta(x) V_b e_b = (\varepsilon - \omega_0 - \omega_g) \tilde{\Phi}_L(x), \quad (13)$$

$$(\omega_c - i\gamma_c) e_a + V_a^* \Phi_R(0) + g_{a1}^\dagger e_1 + g_{a2}^\dagger e_2 + \beta^* e_b = (\varepsilon - \omega_g) e_a, \quad (14)$$

$$(\omega_c - i\gamma_c) e_b + V_b^* \Phi_L(0) + g_{b1}^\dagger e_1 + g_{b2}^\dagger e_2 + \beta e_a = (\varepsilon - \omega_g) e_b, \quad (15)$$

$$(\omega_{e1} - \omega_g - i\gamma_{e1}) e_1 + g_{a1} e_a + g_{b1} e_b = (\varepsilon - \omega_g) e_1, \quad (16)$$

$$(\omega_{e2} - \omega_g - i\gamma_{e2}) e_2 + g_{a2} e_a + g_{b2} e_b = (\varepsilon - \omega_g) e_2, \quad (17)$$

其中  $\varepsilon = \omega + \omega_g$ ,  $\omega = \omega_0 + \nu_g k_R$ . 我们的目的要解出入射光子的透射模和反射模, 设  $\Phi_R(x) = e^{iQx} [\theta(-x) + t(x)]$ ,  $\Phi_L(x) = r e^{-iQx} \theta(-x)$ , 其中  $Q = \frac{\omega - \omega_0}{\nu_g}$ ,  $t$  是透射幅,  $r$  是反射幅<sup>[7,8]</sup>, 由此方程(12)–(17)可得出以下形式:

$$-i\nu_g (t-1) + V_a e_a = 0, \quad (18)$$

$$i\nu_g (-r) + V_b e_b = 0, \quad (19)$$

$$(\omega_c - i\gamma_c - \omega) e_a + V_a^* \frac{1+t}{2} + g_{a1}^\dagger e_1 + g_{a2}^\dagger e_2 + \beta^* e_b = 0, \quad (20)$$

$$(\omega_c - i\gamma_c - \omega) e_b + V_b^* \frac{r}{2} + g_{b1}^\dagger e_1 + g_{b2}^\dagger e_2 + \beta e_a = 0, \quad (21)$$

$$(\omega_{e1} - \omega_g - i\gamma_{e1} - \omega) e_1 + g_{a1} e_a + g_{b1} e_b = 0, \quad (22)$$

$$(\omega_{e2} - \omega_g - i\gamma_{e2} - \omega) e_2 + g_{a2} e_a + g_{b2} e_b = 0. \quad (23)$$

从以上这些方程可以解出  $Q, t, r, e_a, e_b, e_1$  和  $e_2$ , 定义以下常量:

$$k_1 = \omega - \omega_c + i\gamma_c,$$

$$k_2 = \omega - (\omega_{e1} - \omega_g) + i\gamma_{e1},$$

$$k_3 = \omega - (\omega_{e2} - \omega_g) + i\gamma_{e2},$$

$$k_{12} = k_1 k_2,$$

$$k_{123} = k_1 k_2 k_3$$

等, 解方程(18)–(23), 得到以下解:

$$t = \frac{Y}{X}, \quad (24)$$

$$r = \frac{-\frac{iV_a^* V_b}{v_g} (k_3 g_{b1}^\dagger g_{a1} + k_2 g_{b2}^\dagger g_{a2} + k_{23} \beta)}{X}, \quad (25)$$

$$e_a = \frac{V_a^* (k_3 |g_{b1}|^2 + k_2 |g_{b2}|^2 - k_{123} - k_{23} \Gamma i)}{X}, \quad (26)$$

$$e_b = \frac{-V_a^* (k_3 g_{b1}^\dagger g_{a1} + k_2 g_{b2}^\dagger g_{a2} + k_{23} \beta)}{X}, \quad (27)$$

$$e_1 = \frac{V_a^* (g_{a1} (|g_{b2}|^2 - k_3 (\Gamma i + k_1)) - g_{b1} (g_{b2}^\dagger g_{a2} + k_3 \beta))}{X}, \quad (28)$$

$$e_2 = \frac{V_a^* (g_{a2} (|g_{b1}|^2 - k_2 (\Gamma i + k_1)) - g_{b2} (g_{b1}^\dagger g_{a1} + k_2 \beta))}{X}, \quad (29)$$

其中

$$\begin{aligned} Y &= |g_{a1}|^2 (k_3 \Gamma i + k_{13} - |g_{b2}|^2) + |g_{b1}|^2 (k_{13} - k_3 \Gamma i) + |g_{a2}|^2 (k_2 \Gamma i + k_{12} - |g_{b1}|^2) \\ &\quad + |g_{b2}|^2 (k_{12} - k_2 \Gamma i) + g_{b1}^\dagger g_{a1} (\beta^* k_3 + g_{a2}^\dagger g_{b2}) + k_2 (g_{a2}^\dagger g_{b2} \beta + g_{b2}^\dagger g_{a2} \beta^*) \\ &\quad + g_{a1}^\dagger g_{b1} (\beta k_3 + g_{b2}^\dagger g_{a2}) + k_{23} (|\beta|^2 - \Gamma^2 - k_1^2), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X &= |g_{a1}|^2 (k_3 \Gamma i + k_{13} - |g_{b2}|^2) + |g_{b1}|^2 (k_{13} + k_3 \Gamma i) + |g_{a2}|^2 (k_2 \Gamma i + k_{12} - |g_{b1}|^2) \\ &\quad + |g_{b2}|^2 (k_{12} + k_2 \Gamma i) + g_{b1}^\dagger g_{a1} (\beta^* k_3 + g_{a2}^\dagger g_{b2}) + k_2 (g_{a2}^\dagger g_{b2} \beta + g_{b2}^\dagger g_{a2} \beta^*) \\ &\quad + g_{a1}^\dagger g_{b1} (\beta k_3 + g_{b2}^\dagger g_{a2}) + k_{23} (|\beta|^2 + \Gamma^2 - k_1^2 - 2k_1 \Gamma i), \end{aligned}$$

其中取  $|V_a| = |V_b| \equiv V$ ,  $\Gamma = \frac{V^2}{2v_g}$ , 它们都是实数. 注

意波导与微腔的耦合率  $\Gamma$  是回音壁模的外频宽度.  
解析表达式(24)一(29)很好地描写了单光子的输  
运特性<sup>[7,8]</sup>.

### 3. 数值结果与分析

根据以上理论推导结果, 我们数值模拟了由微  
盘腔-量子点耦合系统系统的透射光谱和反射光谱.  
系统由 GaAs 微盘腔及 InAs 量子点构成, 腔的品质

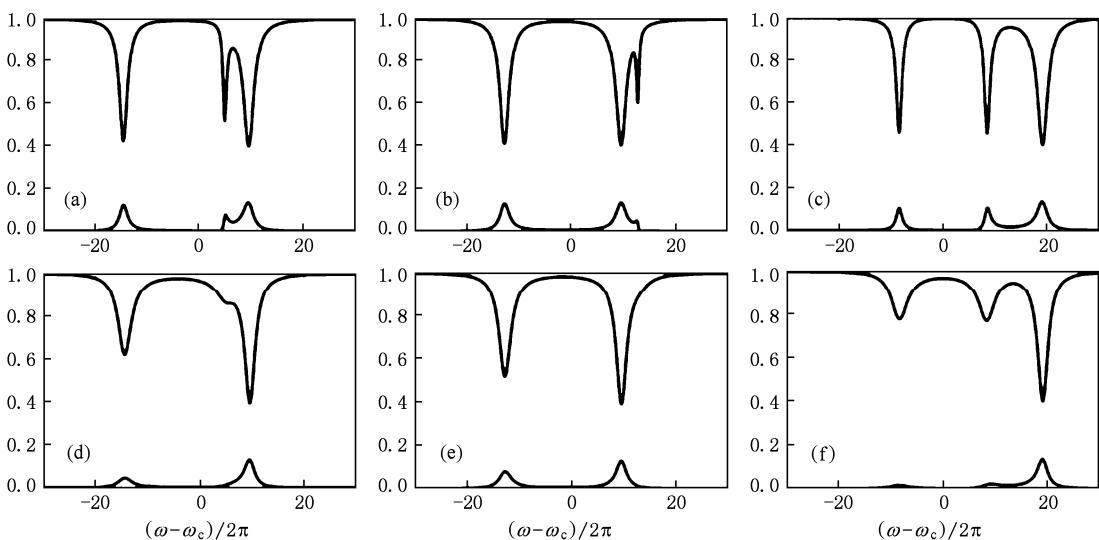


图 2 稳态情况下, 波导、光学微碟腔与三能级量子点耦合系统归一化的透射光谱(上面曲线)和反射光谱(下面曲线)  
(a)-(c) 相移  $\gamma_p = 0$ ; (d)-(f)  $\gamma_p/2\pi = 2.4$  GHz; (a), (d)  $\Omega_{el} = \omega_c$ ; (b), (e)  $\Omega_{el} - \omega_c = |\beta|$ ; (c), (f)  $\Omega_{el} - \omega_c = -|\beta|$ .  
其中微腔和量子点参数  $|g_1, g_2, \beta, \gamma_c, \gamma_{el1}, \gamma_{el2}, \Gamma|/2\pi = \{6, 0, -9.6, 0.16, 0.16, 0.44\}$  GHz

因数为  $Q \sim 10^5$ , 直径为  $D = 2.5 \mu\text{m}$ <sup>[16]</sup>. 首先把数值结果与文献[6]的二能级系统的结果进行比较, 使用文献[15]图5的参数得到如图2透射光谱和反射光谱, 当  $g_{a1}/2\pi = g_{b1}/2\pi = 6 \text{ GHz}$  和  $g_{a2} = g_{b2} = 0$ , 这样成了二能级系统, 这里用的参数与文献[15]的关系是  $\Gamma = k_e$ ,  $\gamma_c = k_i = k_T - k_e$ ,  $\gamma_{e1} = \gamma_{\parallel 1} + \gamma_{p1}$ ,  $\gamma_{e2} = \gamma_{\parallel 2} + \gamma_{p2}$ . 我们得到与文献[6]一致的结果, 其中  $T \equiv |t^2|$  是透射强度,  $R \equiv |r^2|$  是反射强度.

这里假定  $g_a = g_b$ , 为了方便起见, 以下所有讨论中, 用  $g_1$  表示  $g_{a1}$ ,  $g_2$  表示  $g_{a2}$ . 图3中取  $g_1/2\pi = g_2/2\pi = 6 \text{ GHz}$ , 得到波导、光学微碟腔与三能级量

子点耦合系统归一化的透射光谱向下峰和反射光谱向上峰的稳态解, 这里使用的参数都是实数. (a)–(c) 相移率  $\gamma_{p1} = \gamma_{p2} = 0$ , (d)–(f) 相移率  $\gamma_{p1}/2\pi = \gamma_{p2}/2\pi = 2.4 \text{ GHz}$ . 可以这样解释这些结果, 由于两回音壁模形成共振驻波模, 当量子点放于波腹处, 这两共振模与量子点发生有效耦合而产生光谱分裂<sup>[15]</sup>. 图3与二能级系统不同, 出现了四对共振曲线, 这是由于三能级量子点具有两个激发态, 发生了两次跃迁而产生, 这两次跃迁加强了Rabi分裂. 通过改变参数, 很容易去预测耦合系统可能出现的结果.

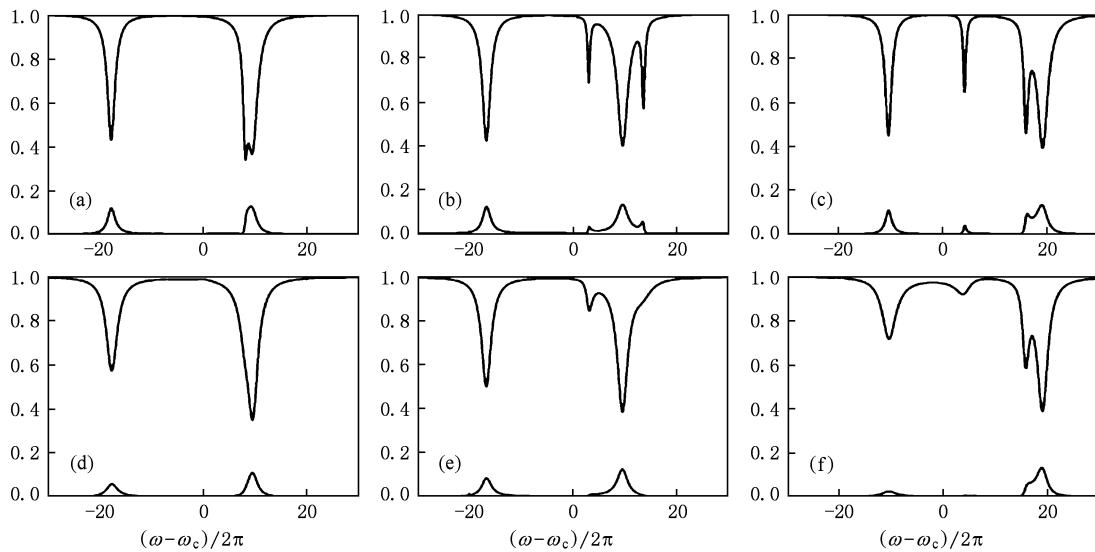


图3 稳态情况下, 波导、光学微碟腔与三能级量子点耦合系统归一化的透射光谱((a)–(c))和反射光谱((d)–(f))  
(a)–(c) 相移  $\gamma_p = 0$ ; (d)–(f)  $\gamma_p/2\pi = 2.4 \text{ GHz}$ . (a), (d)  $\Omega_{e1} = \omega_c$ ; (b), (e)  $\Omega_{e1} - \omega_c = |\beta|$ ; (c), (f)  $\Omega_{e1} - \omega_c = -|\beta|$ . 其中微腔和量子点参数  $\{g_1, g_2, \beta, \gamma_c, \gamma_{e1}, \gamma_{e2}, \Gamma\}/2\pi = \{6, 6, -9.6, 0.16, 0.16, 0.44\} \text{ GHz}$

对一个特殊实例  $g_a = g_b = 0$ , 即量子点与微腔无耦合或微腔中无量子点, 当参数分别满足 (a)  $\beta/k_T = 8$ ,  $k_T/k_e = 3$ ; (b)  $\beta/k_T = 1$ ,  $k_T/k_e = 3$ ; (c)  $\beta/k_T = 1$ ,  $k_T/k_e = 20$ , 其中  $k_e = \Gamma$ ,  $k_T = k_e + k_c$ ,  $\gamma_c = k_i = k_T -$

$k_e$ , 所有情况, 腔的品质因数  $Q = 3 \times 10^5$ <sup>[14]</sup>, 得到图4的结果. 这些结果与文献[15]图2的结果一致. 三个图不同的共振曲线是由于表征纯腔属性的参数  $\beta$  的不同而产生的结果,  $\beta$  越大, 共振越明显.

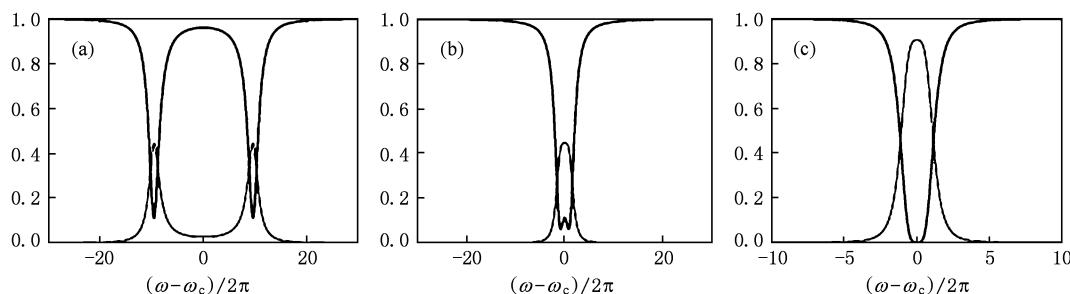


图4 稳态下, 波导与光学微碟腔耦合系统归一化的透射光谱(上面曲线)和反射光谱(下面曲线)(即量子点耦合率  $g_1 = g_2 = 0$ ) (所有情况, 品质因数  $Q = 3 \times 10^5$  ( $k_e = \Gamma$ ,  $k_T = k_e + k_c$ )) (a)  $\beta/k_T = 8$ ,  $k_T/k_e = 3$ ; (b)  $\beta/k_T = 1$ ,  $k_T/k_e = 3$ ; (c)  $\beta/k_T = 1$ ,  $k_T/k_e = 20$

图 5 考虑一个理想光滑腔的情况, 即取参数  $\beta=0$ 。图 5(a), (b) 中,  $g_1/2\pi=6$  GHz,  $g_2=0$ , 即回到两能级系统<sup>[6]</sup>; 图 5(c), (d) 中,  $g_1/2\pi=g_2/2\pi=6$  GHz, 这时是三能级系统, 其他的参量与图 2 相同。从结果可以看出量子点与微腔的双模产生了有效的耦合, 并显示出量子点的作用特性。不同于二能级系统, 三能级的数值结果(图 5(c), (d))形成四共振, 进一步说明了量子点三能级双跃迁模加强了与微腔模耦合, 从而使 Rabi 分裂增强, 也说明了三能级系统比二能级系统更精确的描述了它们之间的相互作用。在图 5(a), (c) 中的相变率  $\gamma_{p1}=\gamma_{p2}=0$ , 图 5(b), (d) 中,  $\gamma_{p1}/2\pi=\gamma_{p2}/2\pi=2.4$  GHz, 我们发现, 由于碰撞效应引起的量子点相移率  $\gamma_{pi}$  很大程度影响了波模的共振。

为了对这些数值结果作出更好的解释, 在图 6 中同时也画出了两激发态的跃迁光谱, 图中  $E_1=|e_1|^2$  (下面的点曲线), 量子点激发态  $|2\rangle$  跃迁光谱  $E_2=|e_2|^2$  (下面的点-虚线) ( $\beta/2\pi=-9.6$  GHz,  $\gamma_{e1}/2\pi=\gamma_{e2}/2\pi=0.16$  GHz) (a)  $g_1/2\pi=6$  GHz,  $g_1=0$ ; (b)  $g_1/2\pi=g_2/2\pi=6$  GHz

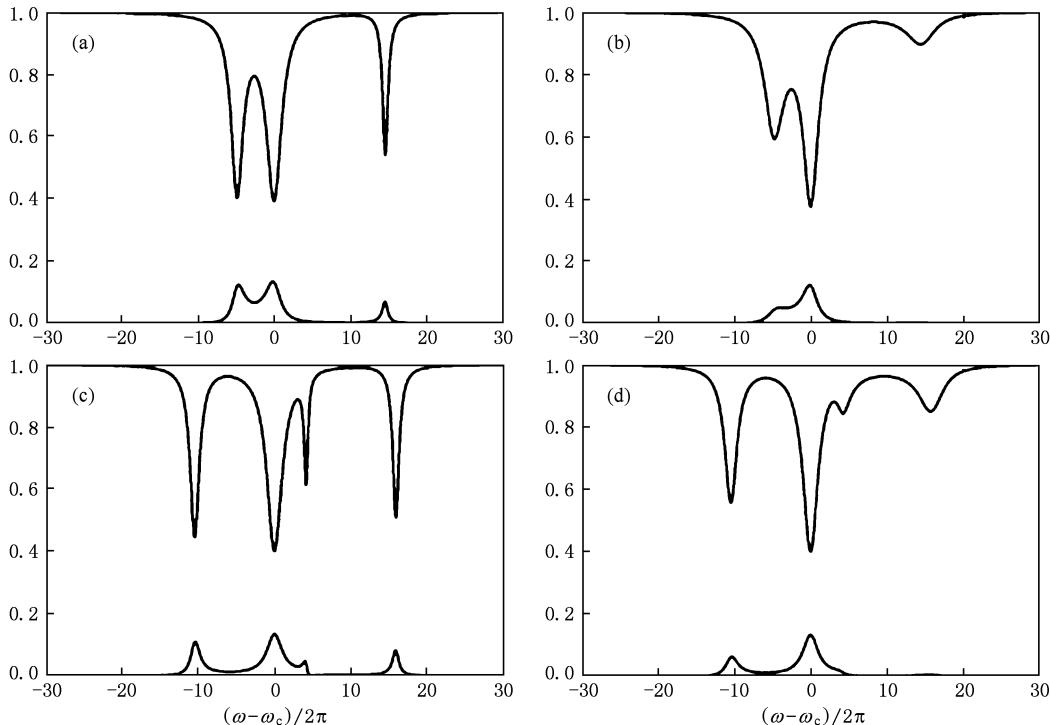


图 5 稳态下, 波导、光学微碟腔与三能级量子点耦合系统归一化的透射光谱(a), (b) 和反射光谱(c), (d) ( $\beta=0$ , 其他参数与图 2 相同) (a), (b)  $\gamma_{e1}=\gamma_{e2}=0.16$  GHz,  $g_1/2\pi=6$  GHz,  $g_2=0$ ; (c), (d)  $\gamma_{e1}/2\pi=2.56$  GHz,  $\gamma_{e2}/2\pi=0.16$  GHz,  $g_1/2\pi=6$  GHz; (a), (c)  $\Omega_{e1}=\Omega_{e2}=\omega_c$ ; (b), (d)  $(\Omega_{e2}-\Omega_{e1})/2\pi=9.6$  GHz,  $\Omega_{e1}=\omega_c$

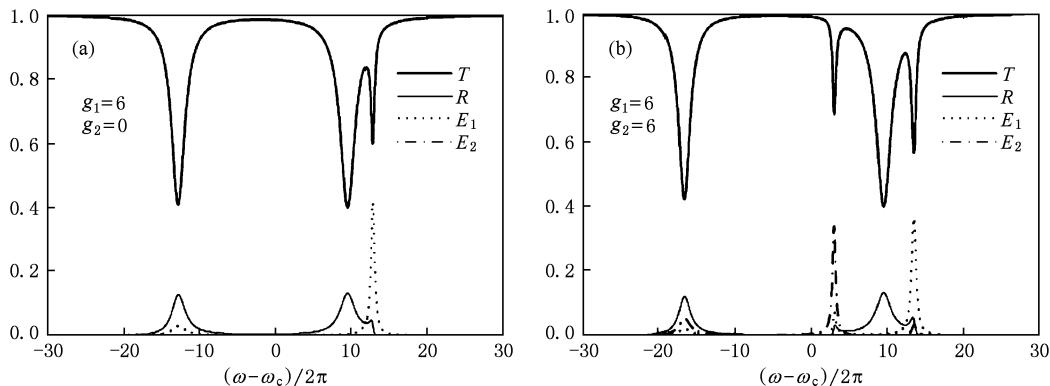


图 6 透射光谱(上面粗曲线)和反射光谱(下面细曲线), 量子点激发态  $|2\rangle$  跃迁光谱  $E_1=|e_1|^2$  (下面的点曲线), 量子点激发态  $|3\rangle$  跃迁光谱  $E_2=|e_2|^2$  (下面的点-虚线) ( $\beta/2\pi=-9.6$  GHz,  $\gamma_{e1}/2\pi=\gamma_{e2}/2\pi=0.16$  GHz) (a)  $g_1/2\pi=6$  GHz,  $g_1=0$ ; (b)  $g_1/2\pi=g_2/2\pi=6$  GHz

$|e_1|^2$ ,  $E_2 = |e_2|^2$ . 图 6(a) 中  $g_1/2\pi = 6$  GHz,  $g_2 = 0$ , 激发态  $|3\rangle$  没有发生跃迁, 只有三对共振曲线. 而图 6(b) 中  $g_1/2\pi = g_2/2\pi = 6$  GHz, 量子点发生了两次跃迁, 从而形成四对共振曲线. 这样更方便我们理解三能级量子点系统与二能级量子点系统的不同特性.

通过微腔盘-量子点耦合系统可以实现三能级系统. 将 GaAs 或 In(Ga)As 材料量子点置于微腔盘中, 利用束缚双激子态和非束缚双激子态两个激发态, 就可以实现 V 形三能级量子点跃迁, 缠缚双激子态和非束缚双激子态可以分别由正交极化光和共同极化光激发产生<sup>[29,37-39]</sup>. 另外, Aspect 等人利用微腔中的钙原子  $4s^2 S_0 \rightarrow 4s4p^1 P_1 (M = \pm 1) \rightarrow 4s^2 S_0$  级联跃迁实现纠缠光子<sup>[40]</sup>. 我们设想将钙原

子置于微腔盘中, 通过钙原子的  $4s4p^1 P_1 (M = \pm 1) \rightarrow 4s^2 S_0$  跃迁实现三能级系统.

## 4. 结 论

综上所述, 我们拓展了一种全量子理论方法应用于波导及回音壁微盘腔与三能级量子点耦合系统, 得出其解析解, 并在实数空间里得出其数值结果. 与量子点二能级系统进行了比较, 可以看出由于量子点的作用, 使微腔具有了新的特性, 增强了光模间的耦合. 而三能级系统较二能级系统更精确地描述了复合系统的耦合特性. 得到的结果能更好地显示耦合系统的动力学特性, 并可以对将来量子点微盘腔耦合系统的实验作出合理的预测.

- [1] Knill E, Laflamme R, Milburn G J 2001 *Nature (London)* **409** 46
- [2] O'Brien J L, Pryde G J, White A G, Ralph T C, Branning D 2003 *Nature (London)* **426** 264
- [3] Zhang S, Wang J, Zhang Q, Tang C J 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 73 (in Chinese) [张 盛、王 剑、张 权、唐朝京 2009 物理学报 **58** 73]
- [4] Mattle K, Weinfurter H, Kwiat P G, Zeilinger A 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 4656
- [5] Bouwmeester D, Pan J W, Mattle K, Eibl M, Weinfurter H, Zeilinger A 1997 *Nature (London)* **390** 575
- [6] Shen J T, Fan S H 2009 *Phys. Rev. A* **79** 023838
- [7] Shen J T, Fan S H 2007 *Phys. Rev. A* **76** 062709
- [8] Shen J T, Fan S H 2005 *Opt. Lett.* **30** 2001
- [9] Shen J T, Fan S H 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 213001
- [10] Aoki T, Dayan B, Wilcut E, Bowen W P, Parkins A S, Kippenberg T J, Vahala K J, Kimble H J 2006 *Nature (London)* **443** 671
- [11] Peter E, Senellart P, Martrou D, Lemaître A, Hours J, Gérard J M, Bloch J 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 067401
- [12] Reithmaier J P, Sek G, Löffler A, Hofmann C, Kuhn S, Reitzenstein S, Keldysh L, Kulakovskii V, Reinecke T L, Forchel A 2004 *Nature* **432** 197
- [13] Braginsky V B, Gorodetsky M L, Ilchenko S V 1989 *Phys. Lett. A* **57** R2293
- [14] Yoshie T, Scherer A, Hendrickson J, Khitrova G, Gibbs H M, Rupper G, Ell C, Shekin O B, Deppe D G 2004 *Nature* **432** 200
- [15] Srinivasan K, Painter O 2007 *Phys. Rev. A* **75** 023814
- [16] Srinivasan K, Painter O 2007 *Nature (London)* **450** 862
- [17] Mazzei A, Gotzinger S, Menezes L de S, Zumofen G, Benson O, Sandoghdar V 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 173603
- [18] Zheng S B, Guo G C 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 2392
- [19] Zhao H M, Lou Q H, Zhou J, Dong J X, Wei Y R, Wang Z J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 3525 (in Chinese) [赵宏明、楼祺洪、周 军、董景星、魏运荣、王之江 2008 物理学报 **57** 3525]
- [20] Wang N, Lu Y T, Li Y L, Jiao Z Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5632 (in Chinese) [王 宁、陆雨田、李晓莉、焦志勇 2008 物理学报 **57** 5632]
- [21] Dong C H, Zou C L, Cui J M, Han Z F, Guo G C 2009 *Appl. Phys. Lett.* **94** 231119
- [22] Zou C L, Sun F W, Dong C H, Wu X W, Cui J M, Yang Y, Guo G C, Han Z F, arXiv:0908.3531
- [23] Turchette Q A, Hood C J, Lange W, Mabuchi H, Kimble H J 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 4710
- [24] Rice P R, Carmichael H J 1988 *IEEE J. Quantum Electron.* **24** 1351
- [25] Savage C M, Carmichael H J 1988 *IEEE J. Quantum Electron.* **24** 1495
- [26] Alsing P, Carmichael H J 1991 *Quantum Opt.* **3** 13
- [27] Armen M A, Mabuchi H 2006 *Phys. Rev. A* **73** 063801
- [28] Carmichael H J 2003 *Statistical Methods in Quantum Optics I: Master Equations and Fokker-Planck Equations* (Springer-Verlag, Berlin)
- [29] Ajiki H, Ishihara H, Edamatsu K 2009 *New J. Phys.* **11** 033033
- [30] Hu X P, Guo H 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 272 (in Chinese) [胡孝平、郭 红 2009 物理学报 **58** 272]
- [31] Radmore P M, Knight P L 1982 *J. Phys. B: At. Mol. Phys.* **15** 561
- [32] Scully M O, Zubairy M S 1997 *Quantum Optics* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [33] Hiroshi A, Hajime I 2008 *Journal of Applied Phys.* **104** 123105

- [34] Shen J T, Fan S H 2009 *Phys. Rev. A* **79** 023837
- [35] Taylor J R 1972 *Scattering Theory: The Quantum Theory on Nonrelativistic Collisions* (Wiley, New York)
- [36] Huang K 1998 *Quantum Field Theory* (Wiley, New York)
- [37] Stevenson R M, Young R J, Atkinson P, Cooper K, Ritchie D A, Shields A J 2006 *Nature* **439** 179
- [38] Young R J, Stevenson R M, Atkinson P, Cooper K, Ritchie D A, Shields A J 2006 *New J. Phys.* **8** 29
- [39] Akopian N, Lindner N H, Poem E, Berlitzky Y, Avron J, Gershoni D 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 130501
- [40] Aspect A, Grangier P, Roger G 1981 *Phys. Rev. Lett.* **47** 460

## Theoretical investigation of mode coupling to a microdisk system containing a three-level quantum-dot <sup>\*</sup>

Bai Jiang-Xiang Mi Xian-Wu<sup>†</sup> Li De-Jun

(College of Physics Science and Information Engineering, Jishou University, Jishou 416000, China)

(Received 10 October 2009; revised manuscript received 11 December 2009)

### Abstract

A full quantum mechanical approach is extended to a coupled waveguide-ring resonator interacting with a three-level quantum dot (QD). The transmission and reflection amplitudes, as well as the resonator and the QD responses, are solved exactly via a real-space approach, which shows the single-photon transport properties. One feature of the system is the coupling between the two degenerate whispering-gallery modes (WGMs) of the resonator at rate  $\beta$  due to backscattering caused by surface roughness of the cavity. Another feature is describing the coupling between QD and the cavity by two parameters  $g_1$  and  $g_2$ . From the analytic numerical results we can see the difference from two-level system. It may better interpret the experiment of a quantum dot strongly coupled to WGMs in a cavity.

**Keywords:** mode coupling, microdisc cavity, three-level quantum dot, full quantum mechanical approach

**PACC:** 4260D, 4250, 4265

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10647132), the Scientific Research Fund of Hunan Provincial Education Department (Grant No. 09C825).

† Corresponding author. E-mail: xwmi@yahoo.com.cn