

# 丝阵 Z 箍缩早期消融等离子体动力学的 二维数值模拟研究\*

黄俊 孙顺凯 肖德龙 丁宁<sup>†</sup> 宁成 张扬 薛创

(北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100094)

(2010 年 2 月 4 日收到; 2010 年 3 月 24 日收到修改稿)

采用理想磁流体力学模型, 给出合理的二维  $(r, \theta)$  质量注入边界条件, 对丝阵 Z 箍缩早期消融等离子体的动力学过程进行了二维  $(r, \theta)$  数值模拟研究, 得到消融等离子体各参量以及磁场的二维时空分布. 模拟结果表明, 消融等离子体的运动包括四个主要阶段: 首先向轴漂移, 然后在轴线处滞止并形成先驱等离子体柱, 随后先驱等离子体柱被压缩, 最后缓慢膨胀. 计算了不同丝阵半径和丝间距情况下消融等离子体到轴速度以及消融质量占丝阵总质量的份额, 它们的变化规律与实验结果基本符合. 通过比较不同丝间距情况下的二维磁场结构及其对消融等离子体的加速情况, 可以为丝阵负载优化设计提供有价值的参考.

**关键词:** 丝阵 Z 箍缩, 理想磁流体, 消融等离子体

**PACC:** 5230, 5265

## 1. 引 言

Z 箍缩 (Z-pinch) 是一种高效的实验室 X 射线辐射源. 丝阵概念的提出以及双层丝阵内爆在实验上获得的巨大成功, 都极大地推动了 Z 箍缩驱动惯性约束聚变 (ICF) 研究的发展, 以及 Z 箍缩在材料科学, 高能密度物理和实验室天体物理等重大科学领域中的应用<sup>[1-3]</sup>.

大量实验观察发现, 丝阵 Z 箍缩过程大致可分为三个阶段<sup>[1,4,5]</sup>: 丝阵消融阶段、内爆阶段以及滞止和辐射阶段. 在电流脉冲早期, 金属丝表面气化、电离形成等离子体晕包裹着冷丝芯的“芯-晕”结构; 随后电导率高的等离子体晕对电流产生有效分流, 而丝芯几乎不携带电流; 晕等离子体在全球磁场的洛伦兹力  $J \times B$  作用下向丝阵中心轴漂移, 并在轴线处滞止形成稳定的先驱等离子体柱 (precursor column). 在此过程中, 丝芯位置几乎不动, 并且在晕等离子体的烧蚀作用下不断消融形成等离子体补充到晕区. 这个阶段称为丝阵消融阶段, 约占整个 Z 箍缩时间的 70% 左右. 实验还观察到, 丝芯的消融沿轴向是不均匀的, 当某丝芯位置

的材料先消耗完时, 丝阵开始内爆, 而在内爆主等离子体外围仍然存在部分丝材料和电流未参与主内爆, 称为拖尾质量 (trailing mass) 和拖尾电流 (trailing current). 消融阶段决定了内爆的初始状态, 包括内爆初始时刻的等离子体径向密度分布、质量以及电流在消融等离子体和内爆主体等离子体以及拖尾质量之间的分配, 内爆的角向和轴向均匀性等等, 因而对内爆品质以及最终获得的 X 射线功率有重要影响.

针对丝阵 Z 箍缩的消融阶段, 人们已经做了大量的理论和数值模拟研究<sup>[6-13]</sup>, 其研究重点主要包括两个方面, 一是质量消融率, 即单位时间内有多少丝材料变成等离子体, 其物理过程主要涉及到各单丝的相变、电离以及晕等离子体和丝芯之间的能量交换机理<sup>[6-9]</sup>; 二是研究已产生的等离子体 (称之为“消融等离子体”) 在丝阵内部的动力学过程<sup>[10,11]</sup>.

单丝相变、电离从而形成等离子体的过程涉及到的物质参数非常多, 状态方程极其复杂, 目前国内文献中关于此方面的研究工作很少. Chittenden 等人<sup>[12,13]</sup>曾使用一种唯象的模型——“冷起点”模

\* 国家自然科学基金 (批准号: 10975022, 10635050, 10775021, 10575014) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人. E-mail: ding\_ning@iapcm.ac.cn

型来模拟单丝相变过程,并将其结果作为初始条件,使用 MHD 模型对丝阵的 Z 箍缩过程进行研究.

另一方面,国外学者们对等离子体的形成提出一些简化的处理方法,通过合理的假设近似给出质量消融率,然后对消融等离子体的动力学过程进行研究. Lebedev 等人<sup>[4]</sup>将消融等离子体流的漂移速度  $V_{abl}$  近似看作一个常数,认为洛伦兹力全部作用于晕等离子体上,并将其加速到  $V_{abl}$ ,因此,单位长度丝阵上被加速的质量,即质量注入率或消融率  $dm/dt$  可以用火箭方程描述:

$$V_{abl} \frac{dm}{dt} = - \frac{\mu_0 I^2}{4\pi R_0}, \quad (1)$$

其中,  $I$  是驱动电流,  $R_0$  是丝阵半径. 火箭模型能够给出任意时刻的径向密度分布,但仅适合用以进行一些定标分析. 为了对消融过程进行更精确的描述, Aleksandrov 等人<sup>[6]</sup>提出一维质量注入 MHD 模型. 该模型将丝阵看作一个位于初始位置  $R_0$  的无限窄边界层,通过在边界层内对晕等离子体和丝芯之间的能量输运过程进行解析求解得到消融率  $dm/dt$ ,以此作为边界质量注入率,同时自然地给出各物理量的边界条件;而在  $0 < r \leq R_0$  的区域,等离子体空间特征尺度大(丝阵半径),特征速度大(约为 Alfvén 速度),磁雷诺数  $R_m \gg 1$ ,满足理想磁流体近似<sup>[9]</sup>,可通过求解给定边界条件的 MHD 方程组对消融等离子体的动力学过程进行描述. 质量注入模型的关键在于边界质量注入率  $dm/dt$  的具体形式. 一维理论和数值模拟研究表明,丝阵边界单位面积质量注入率与负载及电流的关系可归结为<sup>[7-9]</sup>

$$\frac{dm}{dt} = k \left( \frac{I[\text{MA}]}{R_0[\text{cm}]} \right)^\alpha [\mu\text{g} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{ns}^{-1}], \quad (2)$$

Aleksandrov 等人<sup>[6]</sup>假定等离子体晕与丝芯之间以电子热传导作为能量输运机理,通过一维解析和数值分析得到  $k = 0.2$ ,  $\alpha = 1.8$ . Sasorov 等人<sup>[7,8]</sup>使用本征值方法进一步计算了不同输运机理下的质量消融率,若只考虑电子热传导,则  $k = 0.129$ ,  $\alpha = 1.77$ ;只考虑辐射输运时,则  $k = 0.38$ ,  $\alpha = 1.63$ ;二者都考虑,则  $k = 0.41$ ,  $\alpha = 1.66$ . Sasorov 等在文献<sup>[8]</sup>中指出,如果考虑丝芯直径  $d$  和丝间距  $D_g$  的影响,则消融率可写成  $\dot{m} = \dot{m}_{1D} \left( \frac{d}{D_g} \right)^\nu$  ( $\dot{m}_{1D}$  是由(2)式定义的质量消融率),但是一维理论无法给出二维效应的影响,因而无法给出  $\nu$  的取值. Yu 等人<sup>[9]</sup>在考虑辐射输运的情况下对消融率与  $d/D_g$  的关系进行了数值模拟研究,通过拟合得到  $\nu \approx 0.25$ . 上述结

果表明,由于输运机理的复杂性,要精确地给出  $k$ ,  $\alpha$  和  $\nu$  的取值非常困难,但是,只要模型当中考虑了辐射输运,这三个参数的取值范围是很小的,即  $k \sim 0.4$ ,  $\alpha \sim 1.65$ ,  $\nu \approx 0.25$ . Chittenden 等人<sup>[10]</sup>使用一维质量注入模型对一维稳态消融过程进行了解析研究,并与一维 MHD 模拟结果进行了比较,二者符合得很好. Waisman 等人<sup>[11]</sup>使用该模型进一步研究了电流随时间指数增长情况下的消融过程,对 Chittenden 的结果进行了延伸. Yu 等人<sup>[14]</sup>对一维质量注入率乘以一个轴向调制因子,在  $(r, z)$  平面内对消融及内爆过程进行了模拟研究,并获得与实验结果相当的电流波形与内爆时间.

目前,国内关于丝阵 Z 箍缩的理论及数值模拟研究还都局限于等离子体壳内爆的假设<sup>[15-17]</sup>,为了进一步理解丝阵 Z 箍缩过程的真实的物理机理,有必要开展对 Z 箍缩早期的消融阶段的数值模拟研究. 我们知道,在火箭模型当中,消融速度  $V_{abl}$  的取值决定了消融质量以及内爆初始时刻的径向密度分布,而实验当中观察到  $V_{abl}$  与丝阵半径以及丝间距有关<sup>[18]</sup>,对消融速度与丝阵负载参数之间的依赖关系有必要开展进一步的理论研究. 消融质量、内爆主体等离子体以及拖尾质量(丝芯未参与内爆的部分)之间的关系,决定了最终的雪耙内爆轨迹,因此,内爆开始时刻消融质量占丝阵总质量的份额与丝阵负载参数以及电流参数的关系,是一个值得研究的问题. 大量丝阵 Z 箍缩实验结果表明,在保持其他参数不变的情况下,减小丝间距,能够提高内爆的角向均匀性, X 射线功率会增强<sup>[19]</sup>. 我们知道磁压力是 Z 箍缩内爆的驱动源,消融以及内爆过程中等离子体受力的角向均匀性可以通过磁场的分布来衡量,因此,研究磁场位形与丝阵负载参数的关系能够对丝阵负载的优化设计提供有意义的参考. 要研究丝阵负载的角向特征(丝间距)对消融乃至内爆过程的影响,必须在  $(r, \theta)$  平面进行研究.

本文将一维质量注入 MHD 模型推广到二维  $(r, \theta)$  平面,在  $(r, \theta)$  平面内对丝阵 Z 箍缩消融等离子体的动力学过程进行数值模拟研究,给出消融等离子体的二维动力学图像;探讨不同阶段磁场位形以及消融等离子体的受力情况,分析消融等离子体到达先驱等离子体柱时的速度  $V_a$  与负载参数的关系;给出消融质量占丝阵总质量的份额与负载参数以及驱动电流的关系;研究磁场位形与丝间距的关系,并由此对丝阵负载的优化设计提供合理参考.

## 2. 二维 $(r, \theta)$ 质量注入 MHD 模型

丝阵消融阶段, Z 箍缩等离子体沿径向可以分为两个区域<sup>[6,9]</sup>: 靠近丝芯 ( $r \sim R_0$ ) 的窄边界层区域, 该区域等离子体的特征尺度小 ( $L \ll R_0$ ), 特征速度低 (小于 Alfvén 速度), 磁雷诺数  $R_m < 1$ ; 丝阵内部区域, 从丝阵轴线到边界层之间, 等离子体的特征尺度大 ( $L \sim R_0$ ), 特征速度快 (大于 Alfvén 速度), 磁雷诺数  $R_m \gg 1$ , 等离子体运动和磁场演化可用理想 MHD 模型描述<sup>[9]</sup>, 本文将要研究的即该区域内消融等离子体的动力学过程. 为此, 我们建立了二维质量注入 MHD 模型, 并确定了二维质量注入边界条件.

系统的 MHD 方程组包括

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \quad (3)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = -\nabla P + \frac{1}{4\pi} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}, \quad (4)$$

$$\rho \frac{D}{Dt} \left( \frac{e}{\rho} \right) = -P \nabla \cdot \mathbf{V}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}), \quad (6)$$

$$P = (\gamma - 1)e, \quad (7)$$

其中,  $\frac{D}{Dt} = \left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \right)$ ,  $\rho$ ,  $e$  和  $P$  分别代表等离子体密度、内能密度和压强,  $\mathbf{V}$  和  $\mathbf{B}$  分别表示等离子体流速和磁场, 包括径向和角向两个分量. 理

想气体状态方程(7)式中的绝热系数  $\gamma$  取 5/3. 为了便于描述圆形丝阵, 我们将在柱坐标系, 即  $(r, \theta)$  坐标系下求解上述方程组. 由于边界层的尺度与丝阵半径相比可以忽略, 计算区域可取为  $0 \leq r < R_0, 0 \leq \theta < \pi/2$ . 下面介绍求解(3)—(7)式所需的边界条件及其与质量注入率的关系.

首先, 考虑二维模型中的边界质量注入率. 根据实验现象<sup>[4]</sup>, 丝阵边界质量注入率的角向分布满足以下基本特征: 1) 在丝芯所在的位置周围沿角向基本对称分布, 且在丝芯位置达到峰值; 2) 其角向空间尺度与丝芯直径可比较; 3) 丝间距与丝芯直径之比  $D_g/d < \pi$  时, 来自不同丝的等离子体流之间发生明显的混合; 4) 角向平均注入率等于一维模型中的质量注入率. 根据上述特征对二维模型构造如下质量注入率  $\dot{m}(t)$ :

$$\dot{m}(\theta, t) = \dot{m}_0(t) \varepsilon(\theta), \quad (8)$$

即将(2)式定义的一维情况下的边界质量注入率  $\dot{m}_0(t)$  乘以一个角向调制因子  $\varepsilon(\theta)$ , 作为二维模型中的边界质量注入率, 这种做法也曾被用于  $(r, z)$  平面内的二维丝阵消融动力学的研究<sup>[14]</sup>.  $\dot{m}_0(t)$  中的注入率系数  $k, \alpha, v$  是可调的, 在我们的模拟当中分别取 0.4, 1.66 和 0.25<sup>[7-9]</sup>, 另外, 我们定义角向调制因子  $\varepsilon(\theta)$  为

$$\begin{aligned} \varepsilon(\theta) &= \sum_{n=1}^N \varepsilon_n = \sum_{n=1}^N \frac{2\pi R_0}{N} \\ &\times \{1 + \cos[R_0(\theta - \theta_n)/r_c]\}, \\ R_0\theta_n - \pi r_c &\leq R_0\theta < R_0\theta_n + \pi r_c, \quad (9) \end{aligned}$$

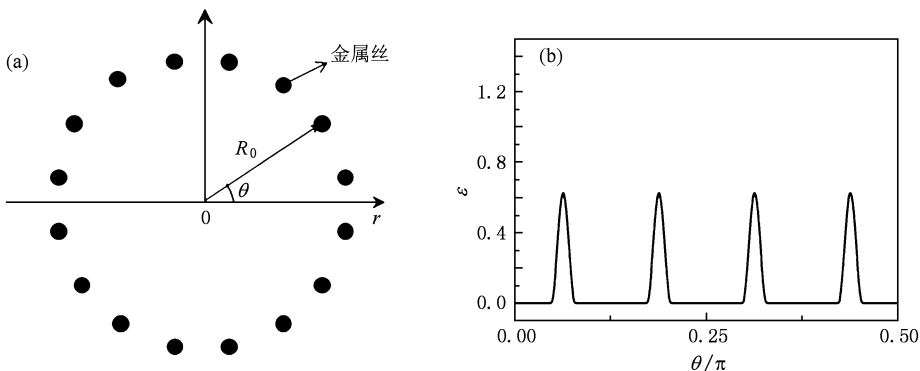


图1 (a) 丝阵负载横截面示意图(16根丝); (b) 质量注入率的角向调制 ( $0 \leq \theta < \pi/2$ )

其中,  $N$  代表总的丝根数,  $\theta_n$  代表第  $n$  根丝所处位置的角向坐标,  $r_c$  表示丝芯半径, 由丝材料决定, 根据实验值<sup>[4]</sup> 对 Al 丝和 W 丝  $r_c$  分别取 0.125 mm 和

0.05 mm. 角向调制因子(9)式的物理意义是, 假设第  $n$  根丝的质量注入率以丝芯为中心沿角向满足一定分布  $\varepsilon_n$ , 其半宽度为丝芯的特征尺度, 求和号表

示相邻丝的注入率之间(在丝间距很小时)可能会有叠加. 图 1 以  $N = 16$  的丝阵为例, 给出了丝阵负载的横截面( $(r, \theta)$  平面)示意图, 以及相应情况下注入率的角向调制因子  $\varepsilon$  在  $0 \leq \theta < \pi/2$  范围内的分布情况.

其次, 考虑二维质量注入边界条件. 根据质量注入 MHD 模型, 质量注入边界  $r = R_0$  处角向磁场  $B_\theta(R_0, \theta, t)$ 、径向速度  $V_r(R_0, \theta, t)$  和等离子体密度  $\rho(R_0, \theta, t)$  满足以下方程组<sup>[6]</sup>:

$$\rho(R_0, \theta, t) V_r^2(R_0, \theta, t) + \frac{B_\theta^2(R_0, \theta, t)}{8\pi} = \frac{B_0^2(t)}{8\pi}, \quad (10)$$

$$-\rho(R_0, \theta, t) V_r(R_0, \theta, t) = \dot{m}(\theta, t), \quad (11)$$

$$V_r(R_0, \theta, t) = \frac{B_0(t)}{\sqrt{12\pi\rho(R_0, \theta, t)}}, \quad (12)$$

其中,  $B_0(R_0, \theta, t) = \mu_0 I(t) / (2\pi R_0)$  是由总电流决定的边界磁场. 取 (11) 式右边的质量注入率  $\dot{m}(\theta, t)$  为由 (8) 式定义的具有角向调制的质量注入率, 则根据 (10)–(12) 式得到与  $\dot{m}(\theta, t)$  耦合的  $B_\theta$ 、 $V_r$  和  $\rho$  的边界条件.

$r = R_0$  处的径向磁场可取为  $B_r(R_0, \theta, t) = 0$ , 而角向速度  $V_\theta(R_0, \theta, t)$  则可以根据注入率的角向分布取以下分布形式:

$$V_\theta(R_0, \theta, t) = \sum_{n=1}^N c_n \sin \frac{1}{2} [R_0(\theta - \theta_n) / r_c],$$

$$R_0\theta_n - \pi r_c \leq R_0\theta < R_0\theta_n + \pi r_c, \quad (13)$$

上式表示消融等离子体流有一个较低的沿丝阵角向的膨胀速度, 其膨胀速度通常低于晕等离子体中的声速<sup>[13]</sup>. 以上给出二维质量注入边界  $r = R_0$  的物理边界条件. 在轴线  $r = 0$  处则采用对称轴边界条件, 即  $V_r(0, \theta, t) = V_\theta(0, \theta, t) = 0, B_r(0, \theta, t) = B_\theta(0, \theta, t) = 0$ . 本文仅对丝阵横截面的  $1/4$  进行模拟, 对于角向边界  $\theta = 0$  和  $\pi/2$  采用周期性边界条件.

我们使用二维欧拉格式 MHD 程序 Zeus-2D<sup>[20,21]</sup> 实现上述模型, 该程序采用算子分裂格式, 显式求解由理想 MHD 方程组以及理想气体状态方程构成的完备方程组, 使用 MOC-CT 算法<sup>[21]</sup> 求解磁场.

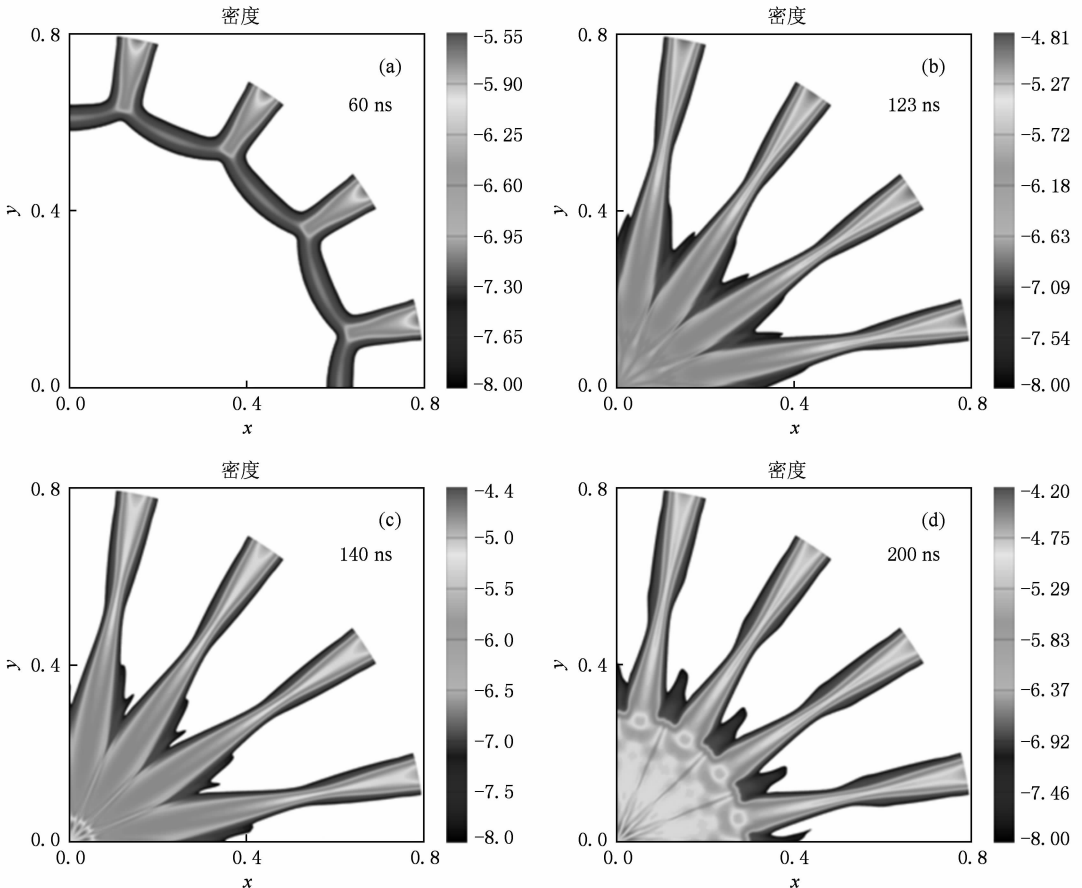


图 2 不同时刻  $(r, \theta)$  平面内的消融等离子体密度分布情况

### 3. 模拟结果与分析

为了便于与实验结果比较,我们采用 MAGPIE 装置上的单层铝丝阵 Z 箍缩实验的电流及负载参数<sup>[22]</sup>,丝数和丝阵半径分别取  $N = 16$  和  $R_0 = 8$  mm,丝芯半径取  $r_c = 0.125$  mm;电流波形近似为  $I(t) = I_0 \sin^2(\pi t/2T)$  [MA],其中电流峰值和上升时间(本文定义为电流从 0 上升到峰值所用的时间)分别为  $I_0 = 1$  MA 和  $T = 250$  ns.

我们的二维模拟清晰给出了丝阵 Z 箍缩早期阶段不同时刻消融等离子体密度在  $(r, \theta)$  平面内的

分布.正如图 2 所示,消融等离子体的运动过程大致可以分为以下四个主要阶段:首先,消融等离子体流在全球磁场的洛伦兹力的驱动下向丝阵轴线漂移运动(图 2(a));在运动到轴后,消融等离子体停滞并形成早期的低密度的先驱等离子体柱,其半径约为 3 mm(图 2(b));随后,由于等离子体流的密度随电流的上升而上升,其动压导致先驱柱被压缩,轴线附近密度上升,最终可压缩到半径约为 0.7 mm 的具有较高密度的先驱柱(图 2(c));最后,在自身热压作用下,较高密度的先驱柱开始快速膨胀,在 60 ns 内膨胀到半径约为 3 mm 左右.

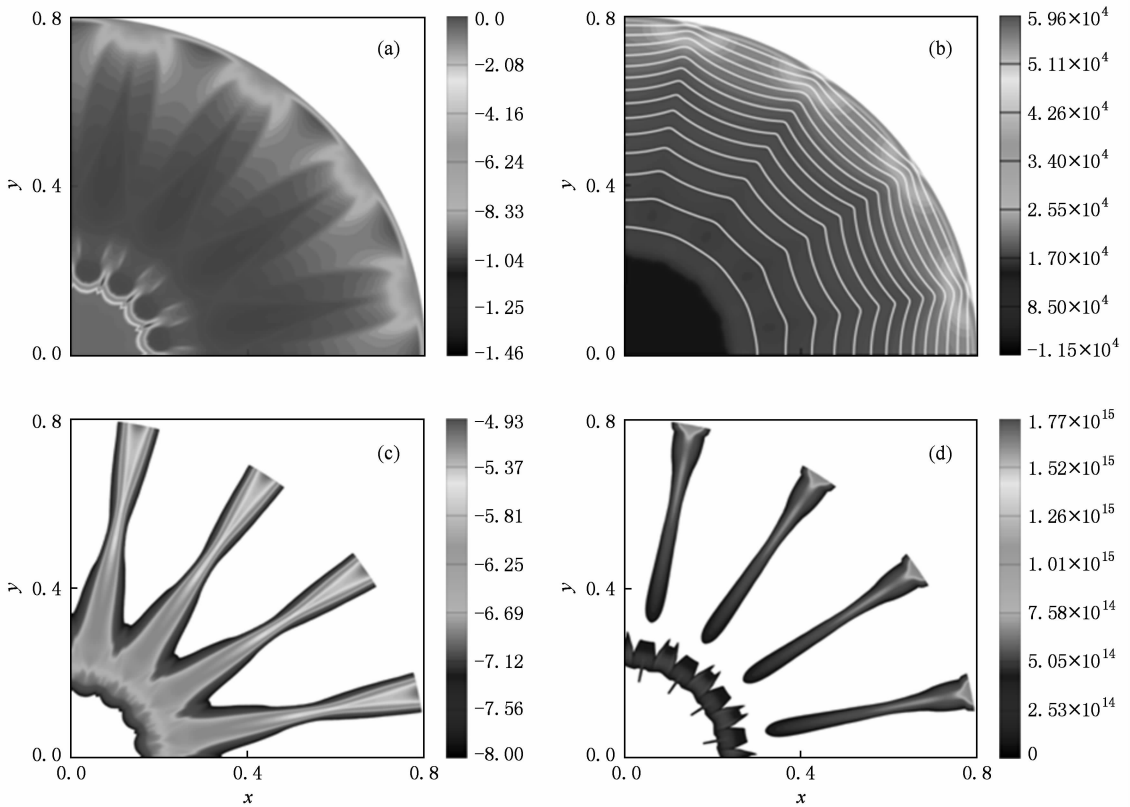


图 3  $t = 110$  ns 时刻的(a)径向速度  $V_r$ , (b)角向磁场  $B_\theta$ , (c)等离子体密度  $\rho$  以及 (d)轴向电流密度  $J_z$  的分布((b)中的白色实线代表磁力线)

分析消融等离子体向轴漂移过程中的二维运动特征以及相应的磁场位形,图 3 给出等离子体到轴之前某时刻( $t = 110$  ns)的径向速度  $V_r$ 、角向磁场  $B_\theta$ 、等离子体密度  $\rho$  以及轴向电流密度  $J_z$  的分布,其中,图 3(b)中的白实线代表磁力线.我们发现在  $r = R_0$  附近,等离子体流之间的区域密度低,更容易被磁场加速,因此,径向速度在流之间的区域较高,在流附近较低;由于磁冻结效应,流附近的高密度

区磁力线发生堆积,磁场强于低密度区域,磁力线呈现出局域的朝外凸的形状,因而具有较大的曲率,由磁场旋度计算得到的轴向电流密度  $J_z > 0$ ;在向轴运动的过程中,径向的洛伦兹力  $(\mathbf{J} \times \mathbf{B})_r$  远大于热压梯度力  $(\nabla P)_r$ ,是主要的驱动力,  $V_r$  逐渐增大,同时磁张力做功释放自由磁能,磁力线逐渐变得平滑,局域的曲率变小,轴向电流密度也逐渐减小.模拟得到的磁力线的形状和变化趋势与国外大

型 Z 箍缩模拟程序的模拟结果<sup>[23]</sup>定性符合.

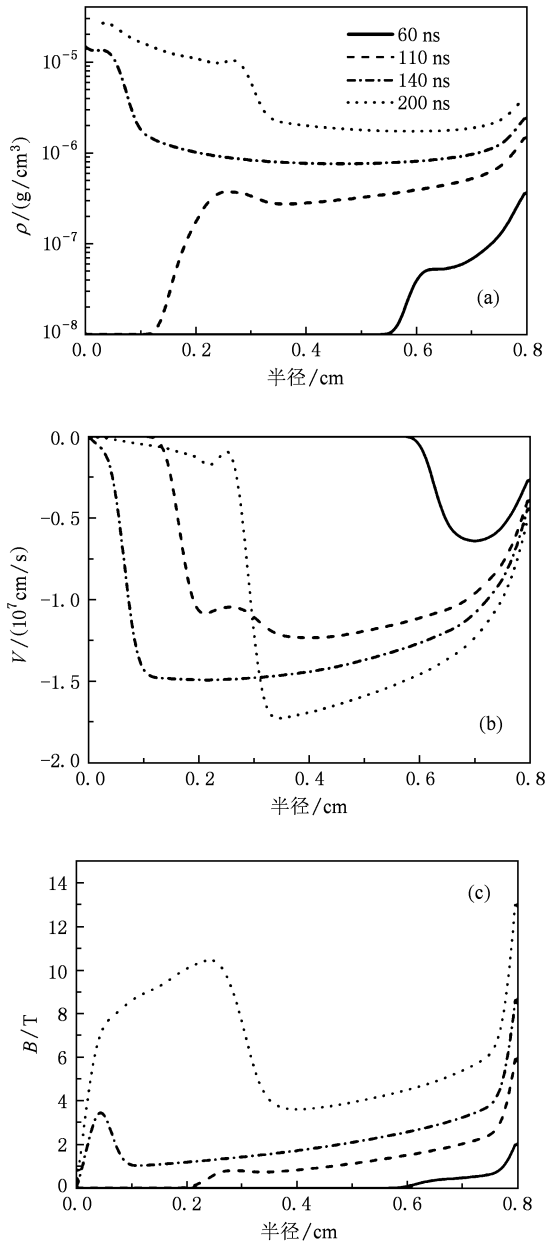


图 4 不同时刻的平均 (a) 消融等离子体密度  $\rho$ , (b) 径向速度  $V_r$  和 (c) 角向磁场  $B_\theta$  的径向分布

为了对消融等离子体的径向运动特征有一个更清晰的认识,我们将不同模拟时刻角向平均的等离子体密度  $\rho$ 、径向速度  $V_r$  以及角向磁场  $B_\theta$  的径向分布情况描绘在图 4 中. 由图 4 (b) 可知, 消融等离子体到达先驱柱表面时的径向速度大约在  $(1.1 - 1.7) \times 10^7 \text{ cm}/\text{s}$  之间; 等离子体到轴以后, 其动能完全转化为先驱等离子体内能, 导致轴线附近热压上升, 在压缩到最小半径以后, 先驱柱内的等离子体热压  $P$  已经超过等离子体流的动压  $\rho V_r^2$  (如图 5 所

示). 由于消融等离子体的不断堆积, 先驱柱开始膨胀. 由图 4 (a) 和 (b) 可知先驱柱的膨胀速度约为  $0.01 \text{ cm}/\text{ns}$ , 且在膨胀过程中密度几乎不变. 实验当中测得先驱柱膨胀速度缓慢 (约为  $0.001 \text{ cm}/\text{ns}$ )<sup>[22]</sup>, 而密度不断上升, 这是由于实际情况下先驱柱可以通过辐射释放掉大部分内能, 因此可以压缩的更紧密. 先驱柱内的物理过程较为复杂, 简单的理想 MHD 理论不足以描述.

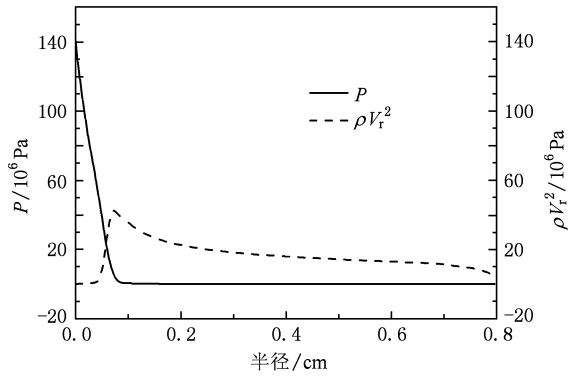
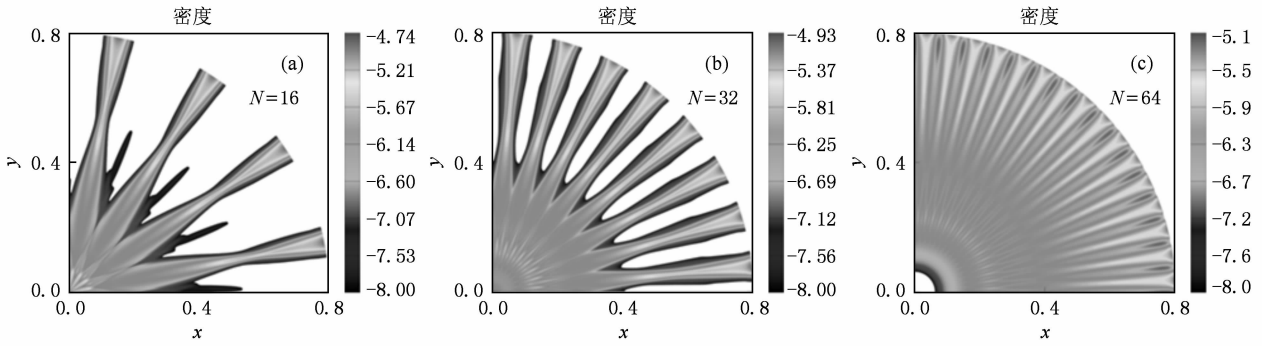


图 5  $t = 140 \text{ ns}$  时刻角向平均的消融等离子体热压  $P$  与动压  $\rho V_r^2$  的径向分布

火箭模型中定义了一个唯象参数——消融速度  $V_{abl}$  来描述丝阵消融过程, 并假定  $V_{abl}$  是时空不变的常数, 其值通常取自实验观测到的等离子体流速度. 值得注意的是, 在使用火箭模型进行理论分析时,  $V_{abl}$  的具体取值是非常关键的. 国外的 MHD 理论和数值模拟结果表明, 虽然消融等离子体的漂移速度与电流以及径向位置等参数有关, 但是其到达先驱柱时的速度  $V_a$  近似等于实验测得的消融速度  $V_{abl}$ <sup>[22]</sup>. 下面我们研究速度  $V_a$  与丝间距  $D_g$  以及丝阵半径  $R_0$  的关系.

在丝阵半径不变的情况下, 改变丝间距 (丝根数). 图 6 给出丝根数  $N$  分别取 16, 32 和 64 的情况下 130 ns 时刻消融等离子体的密度分布情况. 此时, 对于  $N = 16$  的丝阵, 轴线附近密度已开始上升, 先驱柱已开始压缩;  $N = 32$  的丝阵消融等离子体刚到达轴线; 而对于  $N = 64$  的情况, 等离子体尚未到达轴线. 可见, 随着丝间距的增大, 等离子体的平均径向漂移速度也在增大. 图 7 当中将不同情况下等离子体到轴时的平均径向速度剖面进行比较, 丝间距越大, 等离子体的到轴速度也越大. 由于消融率与丝间距的  $\nu$  次方成反比, 丝间距越大则单位时间消融产生的等离子体越少, 在电流波形相同的情况

图 6  $t = 130 \text{ ns}$  时刻丝数  $N$  不同时消融等离子体密度分布

下等离子体获得的速度也越大. 图 8 中将不同丝间距情况下消融等离子体流到轴速度  $V_a$  随丝间距与丝芯直径之比  $D_g/d$  的变化关系进行了曲线拟合, 二者近似满足  $V_a = 1.61(1 - 0.8e^{(-D_g/3.8d)})$ , 而在 MAGPIE 装置上通过实验以及理论分析得到的相应的关系近似为  $V_a = 1.50(1 - e^{(-D_g/3.4d)})$  [18], 模拟结果与实验结果定性符合.

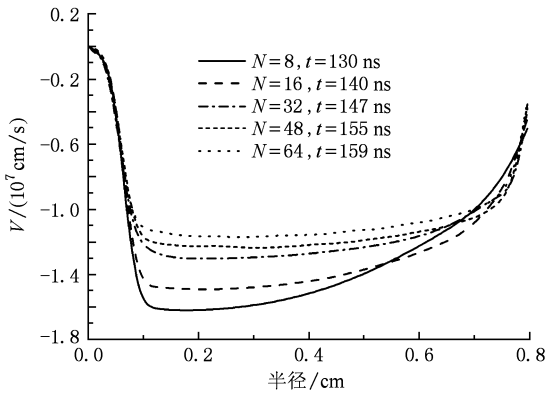
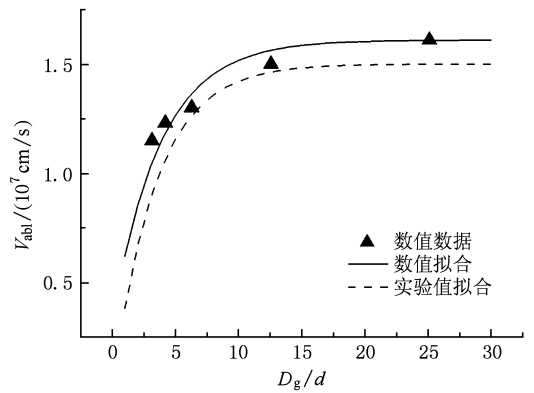


图 7 不同丝间距情况下消融等离子体到轴时角向平均的径向速度分布

在丝间距固定的情况下, 改变丝阵半径  $R_0$ . 由图 9 可知, 不同半径丝阵消融等离子体流的运动特征基本相似, 半径越大的丝阵等离子体到轴时间越晚. 图 10 将不同半径丝阵消融等离子体到轴时角向平均的径向速度剖面进行了比较, 发现到轴速度  $V_a$  对丝阵半径的变化不敏感, 不同情况下的  $V_a$  变化不大, 约为  $1.4 \times 10^7 \text{ cm/s} - 1.5 \times 10^7 \text{ cm/s}$ , 与 MAGPIE 的实验观测结果符合得较好 [18].

下面给出电流达到峰值时刻消融质量占丝阵总质量的份额  $\delta m/m_0$  与负载参数的关系. 考虑半径为 0.8 cm 的铝丝阵, 图 11 给出了电流上升时间(指电流从 0 上升到峰值的时间)分别为 100 ns, 150 ns

图 8 对模拟得到的消融等离子体到轴速度  $V_a$  与丝间距与丝芯直径之比  $D_g/d$  的关系进行曲线拟合, 虚线代表对实验值拟合得到的结果

和 200 ns 情况下  $\delta m/m_0$  随丝间距  $D_g$  的变化关系, 为了使结果更具一般性, 我们改变注入率系数  $k$  并且与由火箭模型得到的结果进行了对比. 结果表明,  $\delta m/m_0$  随  $D_g$  的增大而增加, 且不同电流参数或者不同注入率系数情况下  $\delta m/m_0$  随  $D_g$  的变化趋势基本一致. 由(2)式可知, 质量注入率与丝间距的  $\nu$  次方成反比 ( $\nu = 0.25$ ), 在丝阵半径不变的情况下, 这意味着消融质量  $\delta m$  与丝数  $N$  的  $\nu$  次方成正比, 而丝阵总质量  $m_0$  与丝数  $N$  成正比, 当丝间距增大、丝数减小时,  $m_0$  减小的比  $\delta m$  要快, 因此,  $\delta m/m_0$  随  $D_g$  的增大而增加.

我们还给出了丝间距为 0.3 cm 的情况下  $\delta m/m_0$  与丝阵半径  $R_0$  的关系, 如图 12 所示, 同样取电流上升时间分别为 100 ns, 150 ns 和 200 ns 的情况进行比较. 由图 12 可知,  $\delta m/m_0$  随着丝阵半径  $R_0$  的增大而减小. 同样根据(2)式, 在保持其他参数不变时  $\delta m$  与  $R_0$  的  $\alpha$  次方成反比, 而保持丝间距不变, 增大  $R_0$  意味着总丝数增加,  $m_0$  也增大, 因此,  $\delta m/m_0$

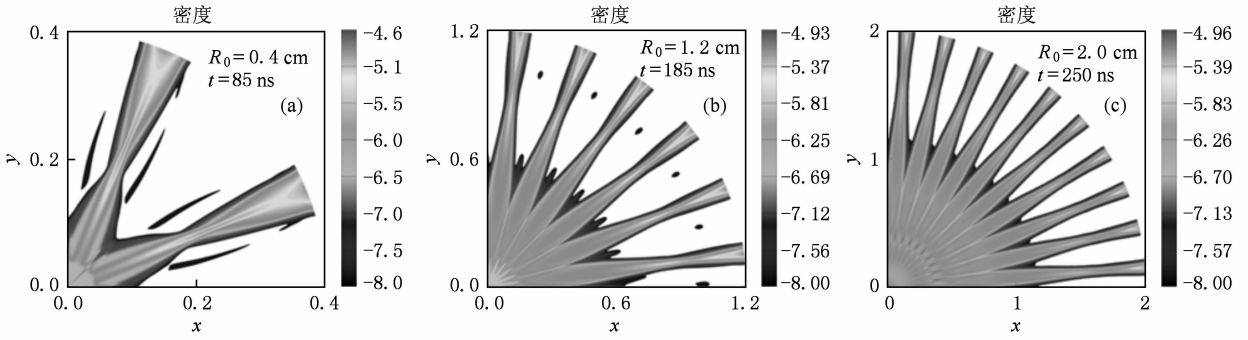


图9 固定丝间距,丝阵半径不同时消融等离子体到轴后丝阵内部的密度分布

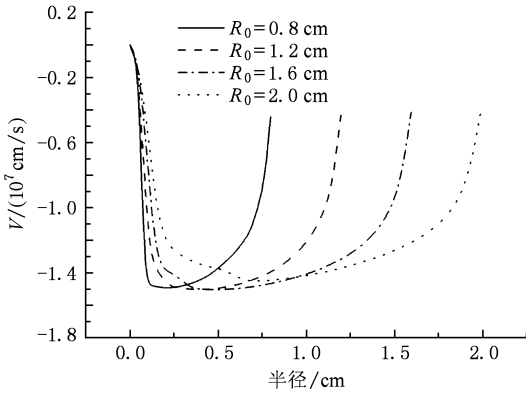


图10 不同丝阵半径情况下消融等离子体到轴时角向平均的径向速度分布

$m_0$  随  $R_0$  的增大而减小. 另外,根据图 11 和图 12,注入率系数取  $k = 0.2$  的情况下  $\delta m$  与负载参数的变化规律与火箭模型得到的结果基本一致.

实验观察到,在保持丝阵线质量一定的情况下减小丝间距,能够降低丝阵整体的无关联扰动,提高内爆均匀性,X 射线功率会增强. Saturn 装置上的实验观测到当丝间距小于 1.4 mm 时,X 射线功率随丝间距的减小急剧上升<sup>[19]</sup>. Sandia 实验室的二维数值模拟结果表明,丝间距小于 1.4 mm 时,单丝等离子体之间发生有效融合,丝阵内爆过程近似等效于角向均匀等离子体壳的内爆<sup>[19]</sup>. 我们知道 Z 箍缩是以磁压为驱动力,因此磁场的角向均匀性决定了消融以及内爆过程中等离子体受力的角向均匀性. 图 13 中对丝间距分别取 0.31 cm,0.16 cm 和 0.11 cm 时消融等离子体到轴之前的径向速度分布进行了比较,为了便于对磁场结构进行描述,我们将相应情况下的磁力线(白色实线)描绘在速度分布图上. 由图可见,丝间距越小,全局磁场沿角向的扰动幅度越小,消融等离子体的径向加速也越均匀;当丝间距低至 1.1 mm 时,磁力线的形状接近

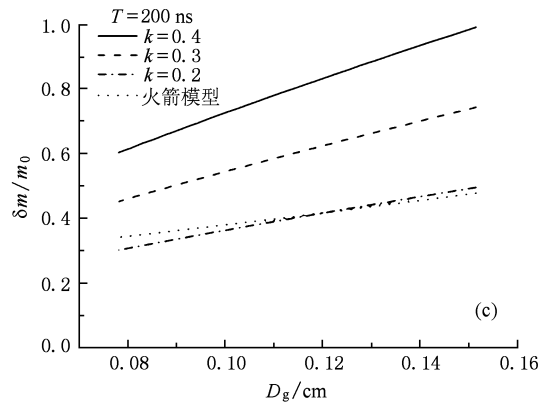
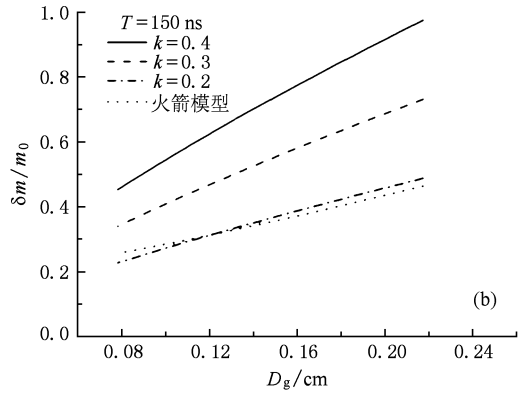
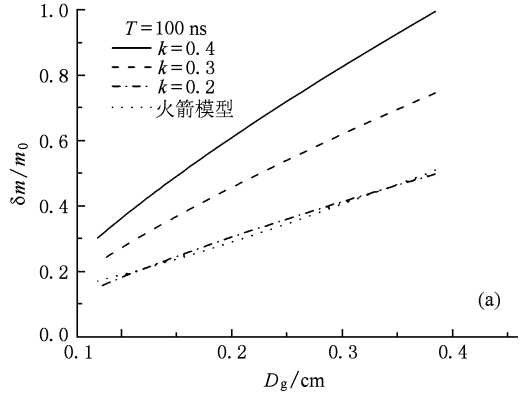


图11 固定丝阵半径为 0.8 cm,电流上升时间不同的情况下消融质量占丝阵总质量的份额  $\delta m/m_0$  与丝间距  $D_g$  的关系(不同线形代表取不同注入率系数  $k$  以及相同条件下火箭模型得到的结果)



同心圆环, 磁场对等离子体的加速近似是角向均匀的, 可以预测在此情况下内爆的角向均匀性会

很好, 且这个阈值与实验得到的 1.4 mm 非常接近.

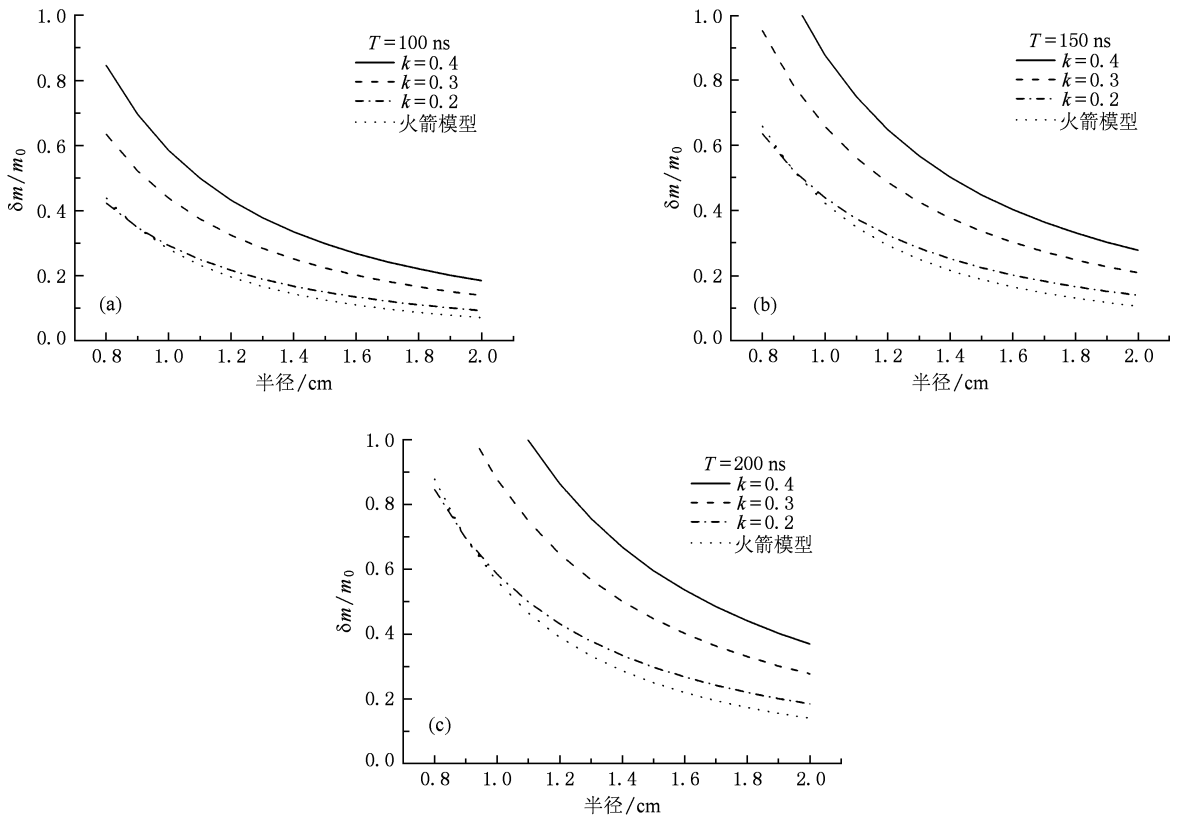


图 12 固定丝间距为 0.3 cm, 电流上升时间不同的情况下消融质量占丝阵总质量的份额  $\delta m/m_0$  与丝阵半径  $R_0$  的关系 (不同线形代表取不同注入率系数  $k$  以及相同条件下火箭模型得到的结果)

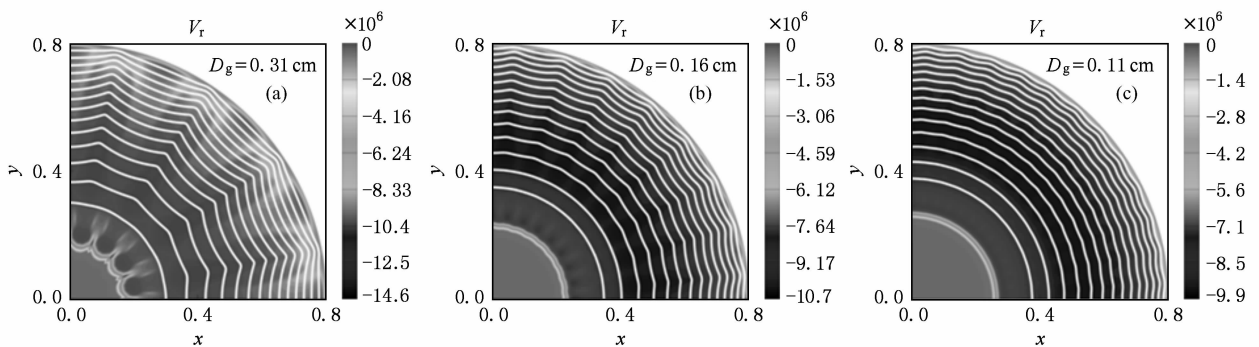


图 13 丝间距  $D_g$  取不同值的情况下消融等离子体到轴之前某时刻的径向速度分布 (其中白色实线代表磁力线)

## 4. 结 论

本文使用质量注入 MHD 模型, 在  $(r, \theta)$  平面内对丝阵 Z 箍缩的消融等离子体动力学过程进行了数值模拟研究, 得到了消融等离子体各物理量的二维空间分布, 再现了消融等离子体运动的四个主要

阶段, 其运动特征与实验结果定性相符; 给出合理的二维磁场位形以及消融等离子体的受力情况; 消融等离子体的径向漂移速度及其随负载参数的变化关系与实验测量结果定量以及定性符合; 消融质量与驱动电流及负载参数的关系基本合理. 通过比较不同丝间距情况下的磁场位形, 发现对于铝丝阵, 丝间距小于 1.1 mm 时磁场对等离子体的加速近

似角向均匀,丝间距阈值与实验得到的结果非常接近,我们的二维模拟能够对丝阵 Z 箍缩实验负载参数的优化设计提供合理参考.需要注意的是,本文仅仅模拟了 1MA 装置的丝阵消融过程,在后续的工作当中,我们将研究取不同驱动电流条件下的丝阵消融过程,并考虑在模型当中添加磁扩散和能量耗散,从而能够对先驱等离子体柱的特征进行更合理的描述.

作当中,我们将研究取不同驱动电流条件下的丝阵消融过程,并考虑在模型当中添加磁扩散和能量耗散,从而能够对先驱等离子体柱的特征进行更合理的描述.

- [1] Deeney C, Chandler G A, Douglas M R, Fehl D L, Matzen M K, McDaniel D H, Nash T J, Porter J L, Sanford T W L, Seamen J F, Stygar W A, Struve K W, Breeze S P, McGurn J S, Torres J A, Zargar D M, Gilliland T L, Jobe D O, McKenney J L, Mock R C, Vargans M, Wagoner T 1998 *Phys. Plasmas* **5** 2105
- [2] Deeney C, Douglas M R, Spielman R B, Nash T J, Peterson D L, L' Eplattenier P, Chandler G A, Seamen J F, Struve K W 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 4883
- [3] Matzen M K 1997 *Phys. Plasmas* **4** 1519
- [4] Lebedev S L, Beg F N, Chittenden J P, Dangor A E, Haines M G, Kwek K H, Pikuz S A, Sheldovenko T A 2001 *Phys. Plasmas* **8** 3734
- [5] Grabovskii E V, Mitrofanov I K N, Oleinik G M, Porofeev I Yu 2004 *Plasma Phys. Rep.* **30** 121
- [6] Aleksandrov V V, Branitskii A V, Volkov G S, Grabovskii E V, Zurin M V, nedoseev S L, Oleinik G M, Samokhin A A, Sasorov P V, Smirnov V P, Fedulov M V, Frolov I N 2001 *Plasma Phys. Rep.* **27** 89
- [7] Sasorov P V 2004 *Proceedings of 15<sup>th</sup> international Conference on High Power Beams* S. Petersburg, Russia, July 18—23, 2004 p734
- [8] Sasorov P V, Oliver B V, Yu E P, Mehlhorn T A 2008 *Phys. Plasmas* **15** 022702
- [9] Yu E P, Oliver B V, Sinars D B, Mehlhorn T A, Cuneo M E, Sasorov P V, Haines M G, Lebedev S V 2007 *Phys. Plasmas* **14** 022705
- [10] Chittenden J P, Lebedev S V, Oliver B V, Yu E P, Cuneo M E 2004 *Phys. Plasmas* **11** 1118
- [11] Waisman E M, Cuneo M E, Stygar W A, Sasorov P V, Yu E P 2006 *Phys. Plasmas* **13** 062702
- [12] Chittenden J P, Lebedev S V, Bell A R, Aliaga-Rossel R, Bland S N, Haines M G 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 100
- [13] Chittenden J P, Lebedev S V, Bland S N, Beg F N, Haines M G 2001 *Phys. Plasmas* **8** 2305
- [14] Yu E P, Cuneo M E, Desjarlais M P, Lemke R W, Sinars D B, Hail T A, Waisman E M, Bennett G R, Jennings C A, Mehlhorn T A, Brunner T A, Hanshaw H L, Porter J L, Stygar W A, Rudakov L I 2008 *Phys. Plasmas* **15** 056301
- [15] Ning C, Yang Z H, Ding N 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 415 (in Chinese) [宁成、杨震华、丁宁 2003 物理学报 **52** 415]
- [16] Ding N, Yang Z H, Ning C 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 808 (in Chinese) [丁宁、杨震华、宁成 2004 物理学报 **52** 808]
- [17] Ning C, Ding N, Liu Q, Yang Z H 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3488 (in Chinese) [宁成、丁宁、刘全、杨震华 2006 物理学报 **55** 3488]
- [18] Lebedev S L, Ampleford D J, Bland S N, Bott S C, Chittenden J P, Goyer J, Jennings C, Haines M G, Hall G N, Hammer D A, Palmer J B A, Pikuz S A, Shelkovenko T A, Christoudias T 2004 *Nucl. Fusion* **44** S215
- [19] Sanford T W L, Allshouse G O, Marder B M, Nash T J, Mock R C, Spielman R B, Seamen J F, McGurn J S, Jobe D, Gilliland T L, Vargas M, Struve K W, Stygar W A, Douglas M R, Matzen M K, Hammer J H, De Groot J S, Eddleman J L, Peterson D L, Mosher D, Whitney K G, Thronhill J W, Pulsifer P E, Apruzese J P, Maron Y 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 5063
- [20] Stone J M, Norman M L 1992 *Astrophys. J. Supp.* **80** 753
- [21] Stone J M, Norman M L 1992 *Astrophys. J. Supp.* **80** 791
- [22] Bott S C, Lebedev S V, Ampleford D J, Bland S N, Chittenden J P, Ciardi A, Haines M G, Jennings C, Sherlock M, Hall G, Rapley J, Beg F N, Palmer J 2006 *Phys. Rev. E* **74** 046403
- [23] Chittenden J P, Jennings C 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 055005

# Two-dimensional numerical studies of ablated-plasma dynamics of wire-array Z-pinch<sup>\*</sup>

Huang Jun Sun Shun-Kai Xiao De-Long Ding Ning<sup>†</sup> Ning Cheng Zhang Yang Xue Chuang

(*Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100094, China*)

(Received 4 February 2010; revised manuscript received 24 March 2010)

## Abstract

The dynamics of ablated plasma of wire-array Z-pinch are studied numerically in  $(r, \theta)$  geometry by using 2D MHD simulation model, in which plausible mass injection boundary conditions are incorporated, and 2D spatio-temporal distribution of plasma parameters and magnetic field are obtained. The ablated-plasma dynamics involves 4 stages: drifting towards the axis, arriving at the axis and forming the precursor column, contraction and expansion of the precursor column, which is essentially reasonable. The relationships between the ablation velocity, the ratio of ablated plasmas to the total wire-array mass and the initial array load parameters are analyzed, and the results are in reasonably good agreement with the experiment. The effects of the initial inter-wire separation on the structure of magnetic field are investigated and the results can give valuable suggestions to designing the wire array Z-pinch loads.

**Keywords:** wire-array Z-pinch, magnetohydrodynamics, ablated plasma

**PACC:** 5230, 5265

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10975022, 10635050, 10775021, 10575014)

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: ding\_ning@iapcm.ac.cn