

电流源负载峰值电流控制 buck 变换器的 复杂次谐波振荡现象*

周国华^{1)†} 许建平¹⁾ 包伯成²⁾ 王金平¹⁾ 金艳艳¹⁾

1)(西南交通大学电气工程学院,成都 610031)

2)(江苏技术师范学院电气信息工程学院,常州 213001)

(2009年12月22日收到;2010年4月28日收到修改稿)

电流源负载峰值电流控制 buck 变换器具有次谐波振荡快慢复杂现象. 本文建立了它的分段光滑开关模型及离散迭代映射模型. 根据离散迭代映射模型,通过数值仿真研究了电路参数对 buck 变换器的非线性动力学行为的影响,发现了具有快慢效应次谐波振荡吸引域的分岔图和呈现双环带状的庞加莱映射. 根据分段光滑开关模型,采用龙格-库塔算法,仿真研究了 buck 变换器的时域波形和相轨图,研究表明:电感电流存在由次谐波振荡与降频次谐波振荡组成的 n 型次谐波振荡现象;输出电压存在快标与慢标结合的正弦次谐波振荡现象. 实验结果验证了文中的分析结果及仿真结果.

关键词: 开关 DC-DC 变换器, 迭代映射, 电流源负载, 次谐波振荡

PACS: 05.45.-a

1. 引言

开关 DC-DC 变换器是一种典型的强非线性时变动力学系统,存在次谐波振荡^[1]、低频波动^[2-4]、降频现象^[5]、倍周期分岔^[6-8]、边界碰撞分岔^[9-11]、间歇和混沌^[12, 13]等非线性动力学现象. 这些非线性现象严重影响开关 DC-DC 变换器的性能. 因此,深入分析和研究开关 DC-DC 变换器的分岔和混沌等非线性动力学现象,对开关 DC-DC 变换器的设计和工程应用具有重要的理论意义和实用价值.

峰值电流型控制开关 DC-DC 变换器在学术界和工业界得到了广泛的研究和应用. 常规开关 DC-DC 变换器是含有电感 L 和电容 C 的二阶电路,通过建立二维离散迭代映射模型,已有不少文献研究了电阻性负载开关 DC-DC 变换器的电路参数对分岔和混沌现象的影响^[8, 9, 14]. 当开关周期 T 远小于开关 DC-DC 变换器电路的 RC 时间常数,即 $T \ll RC$ 时,可以认为输出电压恒定不变,输出部分可以等效为一个电压源,从而使开关 DC-DC 变换器降阶为

一维系统. 通过建立一维离散迭代映射模型,有不少文献研究了开关 DC-DC 变换器的分岔和混沌现象^[10, 11, 15].

快标分岔和慢标分岔是开关功率变换器,特别是功率因数校正(power factor correction, PFC)变换器中存在的特殊非线性现象^[16-18]. 对于开关 DC-DC 变换器,目前主要研究了输入端加入滤波器的电压型 buck 变换器^[19]和并联式开关 DC-DC 变换器中存在的快慢效应^[20, 21]. 此外,Chen 等^[22]将误差放大器中的电容电压作为系统状态变量,使开关 DC-DC 变换器系统变成三阶电路,提出了开关 DC-DC 变换器中快标和慢标不稳定共存现象. 文献[16-22]研究的都是电阻负载的开关功率变换器,其中开关 DC-DC 变换器电路均为三阶或三阶以上电路.

发光二极管(light emitting diode, LED)照明是今后电力电子的重要研究和应用方向,其负载采用 LED,控制 LED 负载以达到恒流照明. 此外,在实际开关变换器中,电感性负载可以等效为恒流源负载,然而,由于电感电流不能突变,因此电感性负载

* 国家自然科学基金(批准号:50677056),江苏省自然科学基金(批准号:BK2009105),西南交通大学优秀博士学位论文培育项目和西南交通大学博士生创新基金资助的课题.

† E-mail: ghzhou-swjtu@163.com

会降低变换器电路的负载动态特性. 恒流源负载开关 DC-DC 变换器在未来电力电子行业尤其是 LED 照明电源领域具有很好的应用前景^[23, 24]. 然而, 目前国内外还未见到有关电流源负载开关 DC-DC 变换器的非线性现象的研究报道. 本文对电流源负载峰值电流控制 buck 变换器进行了深入研究, 建立其离散迭代映射模型和分段光滑开关模型, 并在此基础上开展了相应的理论分析、仿真研究和实验研究, 揭示了此类开关 DC-DC 变换器存在的双环带、n 型次谐波振荡和正弦次谐波振荡等次谐波振荡快慢复杂现象.

2. 离散迭代映射模型

图 1 所示为峰值电流控制 buck 变换器电路, 该电路的工作原理与文献[15]相同, 不同之处仅在于: 文献[15]中 buck 变换器的负载为电阻, 而图 1 中的负载为电流源 I_0 . 每个开关周期开始时, 时钟信号使锁存器输出电压 V_Q 为高电平, 开关管 S_1 导通, 续流二极管 S_2 关断, 电感电流 i_L 近似线性增大, 当 i_L 增大到峰值参考电流 I_{ref} 时, 比较器翻转, 锁存器使 V_Q 输出低电平, S_1 关断、 S_2 导通, i_L 近似线性减小, 直到下一个时钟脉冲到来, 开始一个新的开关周期.

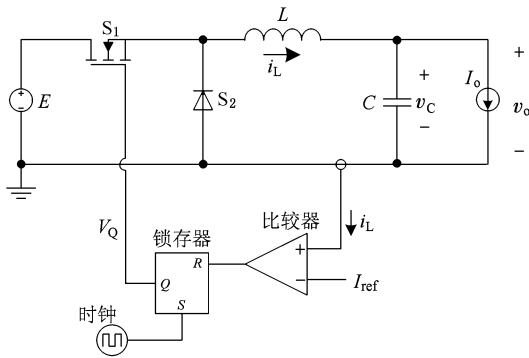


图 1 电流源负载的峰值电流控制 buck 变换器

图 1 所示 buck 变换器拓扑是一个由输入电压 E 、电感 L 、电容 C 、开关管 S_1 、二极管 S_2 和电流源负载 I_0 组成的二阶电路. 采用电感电流 i_L 和电容电压 v_C 作为状态变量, 可以得到开关管 S_1 导通和关断时的二阶动力学方程.

S_1 导通时, 动力学方程如下:

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L}E - \frac{1}{L}v_C, \quad (1)$$

$$\frac{dv_C}{dt} = \frac{1}{C}i_L - \frac{1}{C}I_0. \quad (2)$$

S_1 关断时, 动力学方程如下:

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{1}{L}v_C, \quad (3)$$

$$\frac{dv_C}{dt} = \frac{1}{C}i_L - \frac{1}{C}I_0. \quad (4)$$

从(1)–(4)式看出, buck 变换器的动力学方程是分段光滑非线性动力学系统, 直接通过它们来分析其动力学行为是十分困难的. 对于开关 DC-DC 变换器电路, 可以利用时钟周期同步采样获得离散迭代模型^[9–11]. 设 $i_n = i_L(nT)$, $v_n = v_C(nT)$ 分别为电感电流、电容电压在时钟 nT 时刻的采样值, 则 i_{n+1} , v_{n+1} 分别为电感电流、电容电压在时钟 $(n+1)T$ 时刻的采样值, 其中 T 为时钟周期(即开关周期).

当电感电流 i_L 上升到 I_{ref} 时, 开关管 S_1 关断. 由(1)式可得第 n 个开关周期内(从 nT 时刻到 $(n+1)T$ 时刻)电感电流的上升时间, 即开关管 S_1 的导通时间 τ_n 为

$$\tau_n = \frac{L}{E - v_n}(I_{ref} - i_n). \quad (5)$$

对于图 1 所示的 buck 变换器, 可以根据(1)–(4)式分别建立 $\tau_n \geq T$ 和 $\tau_n < T$ 时的离散迭代映射模型.

当 $\tau_n \geq T$ 时, 开关管 S_1 一直处于导通状态, 这时迭代映射为

$$i_{n+1} = (i_n - I_0)\cos\omega T + \frac{1}{\omega L}(E - v_n)\sin\omega T + I_0, \quad (6)$$

$$v_{n+1} = E(1 - \cos\omega T) + v_n\cos\omega T + \omega L(i_n - I_0)\sin\omega T, \quad (7)$$

其中 $\omega = \sqrt{1/LC}$.

当 $\tau_n < T$ 时, 开关管 S_1 导通 τ_n 后关断, 这时迭代映射为

$$i_{n+1} = c_1\cos\omega(T - \tau_n) + c_2\sin\omega(T - \tau_n) + I_0, \quad (8)$$

$$v_{n+1} = v_C(\tau_n)\cos\omega(T - \tau_n) + \omega Lc_1\sin\omega(T - \tau_n), \quad (9)$$

其中

$$c_1 = I_{ref} - I_0, c_2 = -\frac{1}{\omega L}[E(1 - \cos\omega\tau_n) + v_n\cos\omega\tau_n + \omega L(i_n - I_0)\sin\omega\tau_n].$$

3. 分岔行为分析

根据离散映射模型(6)–(9), 采用数值迭代计

算方法对电流源负载 buck 变换器的分岔行为进行分析. 固定电路参数 $E = 12 \text{ V}$, $I_{\text{ref}} = 1.2 \text{ A}$, $C = 200 \mu\text{F}$, $L = 450 \mu\text{H}$, 和 $T = 50 \mu\text{s}$, 选择电流源负载 I_0 为分岔参数, 变化范围为 $0.85\text{--}1.1 \text{ A}$, 得到如图 2

(a) 所示分岔图. 为了验证分岔图的正确性, 参考文献[8], 本文给出了图 2(a) 相应的 Lyapunov 指数谱, 如图 2(b) 所示. 为了避免多余的结果, 此处仅给出了第一个 Lyapunov 指数.

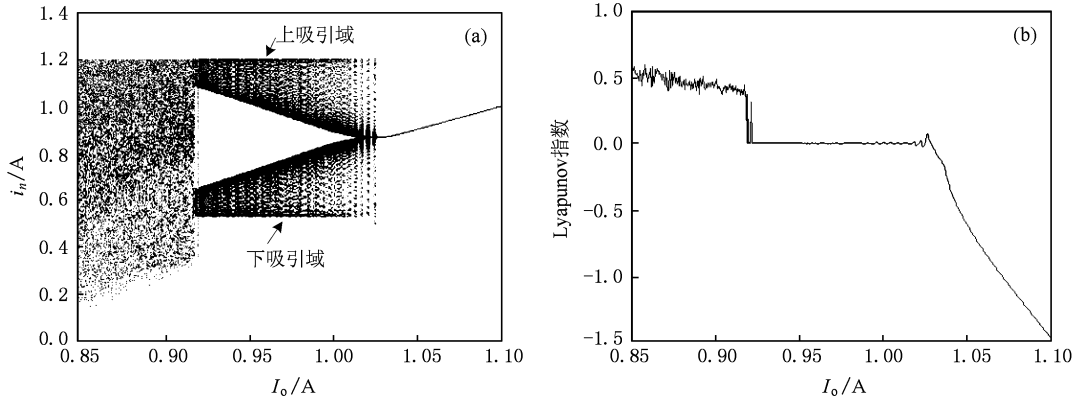


图 2 以 I_0 为参数的分岔图及其 Lyapunov 指数谱 (a) 分岔图; (b) Lyapunov 指数谱

从图 2 可以看出, 随着电流源负载 I_0 的逐渐减小, 当 $I_0 = 1.026 \text{ A}$ 时, buck 变换器电路出现了倍周期分岔, 进入了具有快慢效应的次谐波振荡状态, 此时 Lyapunov 指数刚好从负值上升到 0. 当 I_0 减小到 0.921 A 时, 快慢效应消失, 系统进入混沌态.

内的分岔图呈现出具有快慢效应的次谐波振荡吸引域, 我们将位于上部、下部的分岔图分别称为上吸引域、下吸引域. 为了更详细地揭示 buck 变换器在上、下吸引域范围内的分岔行为, 在 nT 时刻构筑庞加莱截面, 可得到状态变量 i_L 和 v_C 的庞加莱映射. 图 3(a) 和 (b) 分别给出了 $I_0 = 0.95 \text{ A}$ 和 $I_0 = 1.021 \text{ A}$ 的庞加莱映射.

如图 2(a) 所示, 在 $I_0 = 0.921\text{--}1.026 \text{ A}$ 范围

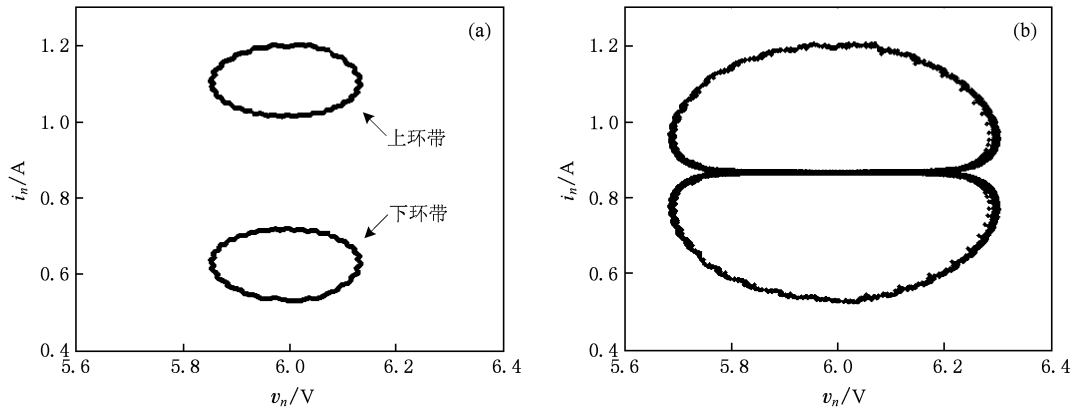


图 3 两个不同电流源负载的庞加莱映射 (a) $I_0 = 0.95 \text{ A}$, 分离的双环带; (b) $I_0 = 1.021 \text{ A}$, 合并的双环带

图 3(a) 中的庞加莱映射呈现出双环带分离状, 其中上环带、下环带分别对应于图 2(a) 中分岔图的上吸引域、下吸引域. 图 3(b) 中所示的庞加莱映射呈现出双环带合并状. 本文将呈现出双环带状的现象称为具有快慢效应的次谐波振荡现象. 对比图 3 和图 2 可知, 电流源负载越大时, 分岔图中的上吸引域、下吸引域及庞加莱映射中的上环带、下环带的

距离越近.

电阻性负载峰值电流控制开关 DC-DC 变换器发生倍周期分岔后进入周期 2 态, 即次谐波振荡状态, 相应的庞加莱映射是两个点^[25]; 而电流源负载峰值电流控制开关 DC-DC 变换器发生倍周期分岔后, 进入具有快慢效应的次谐波振荡, 相应的庞加莱映射是两个环带, 如图 3 所示. 产生次谐波振荡的

快慢效应的原因在于电流源负载的电压不能保持为恒值,除在一个开关周期内快速变化外,还在一定的电压范围内随时间演变呈现周期性慢速变化(可参见图5(b)、图7(a)的输出电压波形),由此导致了开关管 S_1 的导通时间 τ_n 有一个随时间逐步演变的过程,即电感电流产生了快慢效应.

图4(a)和(b)分别给出了以 I_{ref} 和 E 为参数的分岔图,此时电流源负载为 $I_0 = 0.95$ A.从图4(a)中可以看出,随着 I_{ref} 逐渐增大,当 $I_{ref} = 1.124$ A时,buck变换器电路出现了倍周期分岔,系统从周期1态转移至具有快慢效应的次谐波振荡状态,分

岔图中呈现出上、下吸引域;当 I_{ref} 增大至 $I_{ref} = 1.226$ A时,快慢效应消失,系统进入混沌状态.从图4(b)中可以看出,在 $E > 17.28$ V时 buck 变换器电路工作于稳定的周期1态,于 $E = 17.28$ V时产生倍周期分岔;在 10.72 V $< E \leq 17.28$ V时 buck 变换器电路工作于具有快慢效应的次谐波振荡状态,分岔图中出现了上、下吸引域;随着 E 逐渐减小,在 $E \leq 10.72$ V时 buck 变换器电路进入混沌状态.对比图4(a)和(b)可知,两者具有相反的“周期1、倍周期分岔、具有快慢效应的次谐波振荡、混沌”路线.

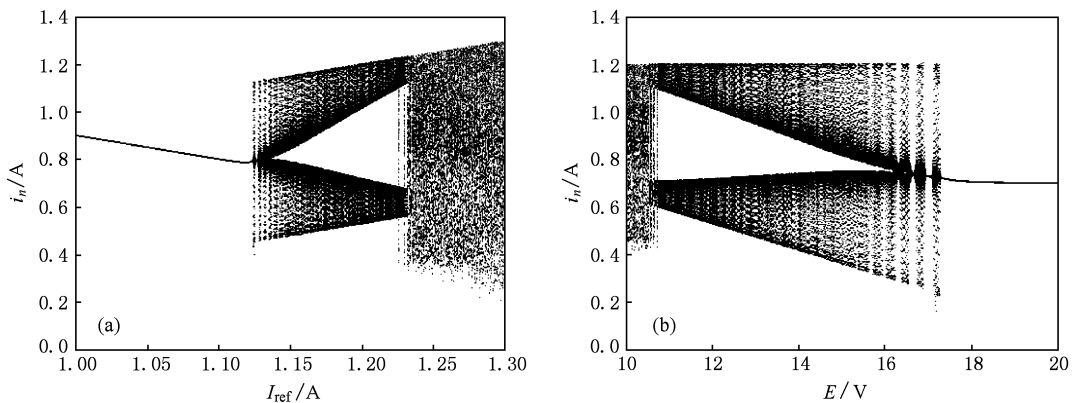


图4 以 I_{ref} 和 E 为参数的分岔图:(a) $I_{ref} = 1-1.3$ A;(b) $E = 10-20$ V

4. 次谐波振荡快慢复杂现象

4.1. 仿真观察

对如图1所示的 buck 变换器,以(1)–(4)式来构造 Matlab 的分段光滑开关模型,采用龙格-库塔算法来进行时域仿真.根据其结果,画出状态变量随时间的历经图(即时域波形图),以及相空间中的轨迹图(即相轨图),对比、分析和综合以确定 buck 变换器的非线性现象.为了验证离散迭代映射模型数值计算的结果,选取与图2(a)分岔图相同的电路参数进行仿真.

图5(a)–(c)分别给出了 $I_0 = 0.95$ A时的电感电流 i_L 、输出电压 v_o 及 i_L-v_o 相轨图.从图5(a)所示的电感电流时域波形可以看出,Buck变换器出现了次谐波振荡和降频次谐波振荡,其中降频次谐波的振荡频率为次谐波振荡频率的一半.次谐波振荡和降频次谐波振荡组成了一个形状为n型的低频振荡,我们将该现象称为n型次谐波振荡现象.图5

(b)所示的输出电压波形出现了次谐波振荡现象的快标、慢标效应.对应于电感电流中产生的n型次谐波振荡现象,我们将输出电压产生快慢结合的具有正弦形状的次谐波振荡现象称为正弦次谐波振荡现象.从图5(c)所示的相轨图可以看出,相轨曲线中包含了次谐波振荡和降频次谐波振荡轨道曲线,且由它们围成了一个封闭面.

选取采样周期为开关周期,在 nT 时刻构筑庞加莱截面,可得到状态变量 i_L 和 v_c (即 v_o)的庞加莱映射,如图5(d)所示.从图5(d)中可以看出,庞加莱映射出现了分离的双环带.对比图5(d)和图3(a)可知,两者在 $I_0 = 0.95$ A时的庞加莱映射一致.

根据以上分析不难看出,基于 Matlab 的分段光滑开关模型的时域仿真结果与采用离散迭代映射模型的数值仿真结果相一致.

为了进一步观察电流源负载对 buck 变换器电路的影响,图6(a)和(b)分别示出了 $I_0 = 1$ A时的电感电流波形及相轨图.对比图6和图5的仿真结果可知: $I_0 = 1$ A时n型次谐波振荡的周期比 $I_0 =$

0.95 A 时 n 型次谐波振荡的周期大,前者约为 5100 μs (即 102 个开关周期),后者约为 2800 μs (即 56 个开关周期); $I_o = 1$ A 时的相轨图封闭面积比 $I_o = 0.95$ A 时的相轨图封闭面积大. 从图 5 和图 6 的仿

真结果可以分析出,当 buck 变换器电路工作于具有快慢效应的次谐波振荡状态时,随着电流源负载的增大(减小), n 型次谐波振荡的周期增大(减小),相同时间范围内包含 n 的个数减少(增多).

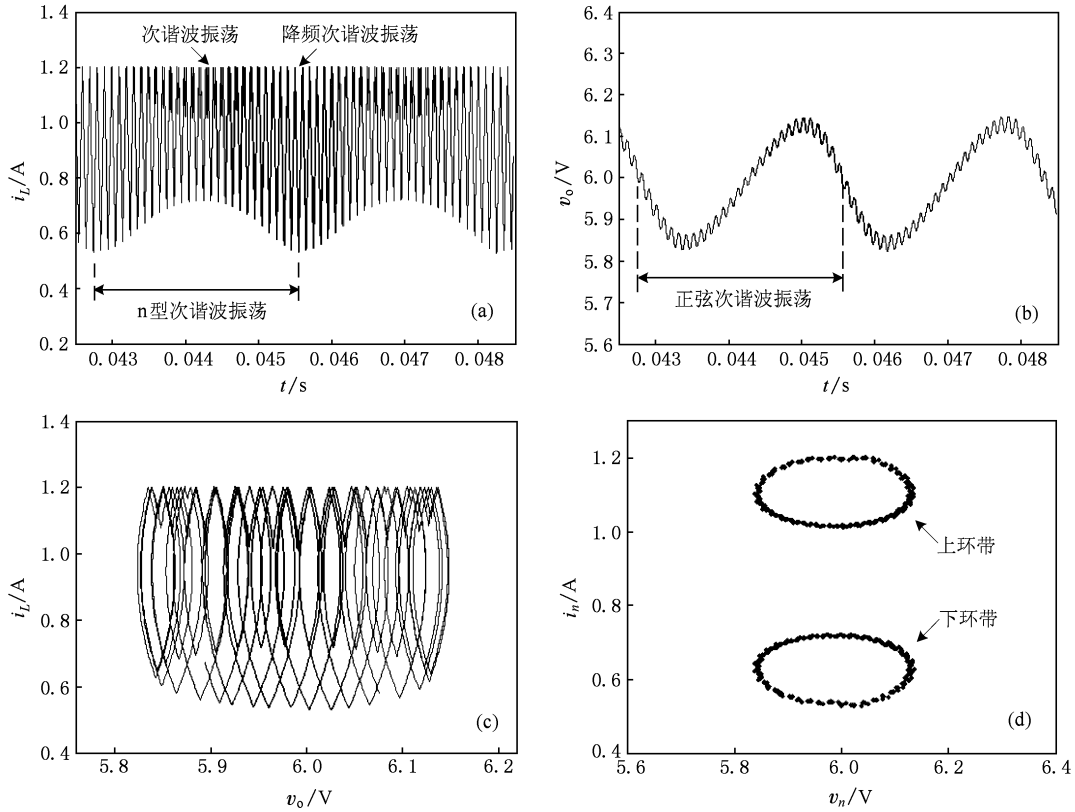


图5 $I_o = 0.95$ A 时的仿真结果 (a) i_L 波形;(b) v_o 波形;(c) i_L - v_o 相轨图;(d) 庞加莱映射

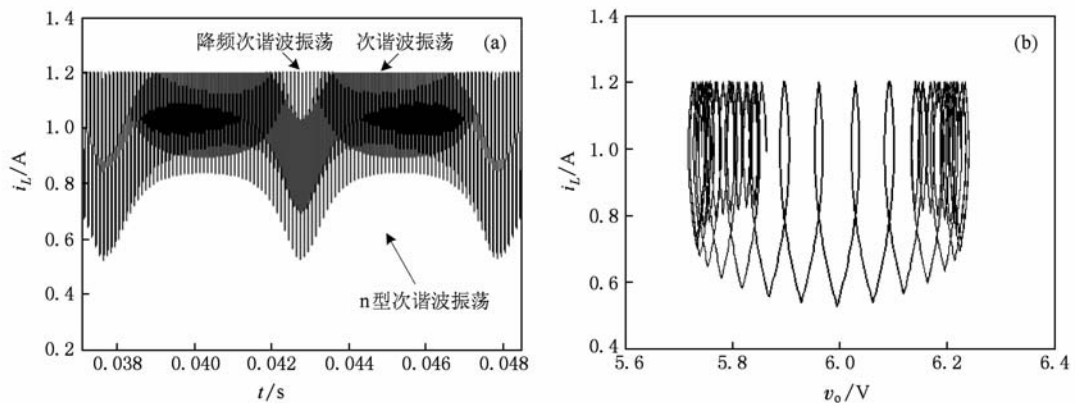


图6 $I_o = 1$ A 时的仿真结果 (a) i_L 波形;(b) i_L - v_o 相轨图

4.2. 实验验证

为了验证仿真结果的正确性,我们采用与仿真分析相同的电路参数进行了实验研究. 图 7、图 8 分

别给出了 $I_o = 0.95$ A, $I_o = 1$ A 时的时域波形及相轨图的实验结果. 从图 7(a) 中可以看出,电感电流波形中呈现出由次谐波振荡和降频次谐波振荡组成的 n 型次谐波振荡,其周期约为 2900 μs (即 58 个开

关周期); 输出电压波形中呈现出正弦次谐波振荡现象. 图 7(a) 中的实验波形与图 5(a), (b) 中的仿真波形一致. 对比图 7(b) 和图 5(c) 可以看出, 实验相轨图与仿真相轨图基本一致; 与仿真相轨图相比, 实验相轨图略有倾斜, 这是由于实验电路中存

在的寄生参数造成的. 图 8(a) 中电感电流波形中呈现出 n 型次谐波振荡, 其周期约为 $5000 \mu\text{s}$ (即 100 个开关周期); 进一步对比图 8 和图 6 可知: $I_o = 1 \text{ A}$ 时的实验波形与仿真波形相符. 实验结果验证了文中的理论分析和仿真结果.

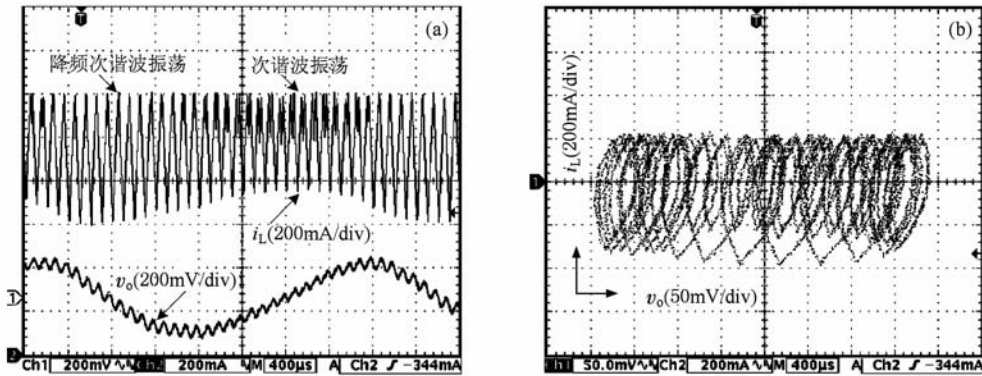


图 7 $I_o = 0.95 \text{ A}$ 时的实验结果 (a) i_L 及 v_o 波形; (b) i_L - v_o 相轨图

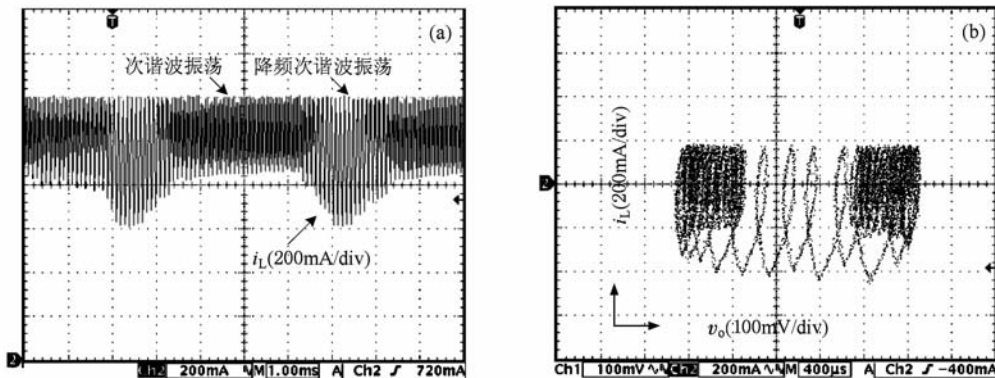


图 8 $I_o = 1 \text{ A}$ 时的实验结果 (a) i_L 波形; (b) i_L - v_o 相轨图

5. 结 论

基于开关导通与关断时的分段光滑动力学方程, 本文建立了电流源负载峰值电流控制 buck 变换器的分段光滑开关模型及离散迭代映射模型, 研究了 buck 变换器电路存在的双环带、 n 型次谐波振荡和正弦次谐波振荡等次谐波振荡快慢复杂非线性现象. 数字仿真研究结果表明, 该电路具有“周期 1、

倍周期分岔、具有快慢效应的次谐波振荡、混沌”路线, 且在较宽的电路参数范围内, 分岔图存在具有快慢效应的次谐波振荡吸引域, 相应的庞加莱映射呈现出双环带状. 时域仿真研究结果表明: 电感电流存在由次谐波振荡和降频次谐波振荡组成的 n 型次谐波振荡现象; 输出电压存在快标与慢标结合的正弦次谐波振荡现象. 实验结果验证了文中的分析结果及仿真结果.

[1] Cafagnan D, Grassi G 2006 *Nonlinear Dynamics* **44** 251

[2] Maity S, Tripathy D, Bhattacharya T K, Banerjee S 2007 *IEEE Trans. Circuit Syst.* **54** 1120

[3] Wang F Q, Zhang H, Ma X K 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1522 (in Chinese) [王发强、张浩、马西奎 2008 物理学报 **57** 1522]

- [4] Zhang X T, Ma X K, Zhang H 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6174 (in Chinese) [张笑天、马西奎、张浩 2008 物理学报 **57** 6174]
- [5] Wang F Q, Zhang H and Ma X K 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2842 (in Chinese) [王发强、张浩、马西奎 2008 物理学报 **57** 2842]
- [6] Wang X M, Zhang B, Qiu D Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2728 (in Chinese) [王雪梅、张波、丘东元 2008 物理学报 **57** 2728]
- [7] Yang R, Zhang B, Zhu L L 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2770 (in Chinese) [杨汝、张波、褚利丽 2008 物理学报 **57** 2770]
- [8] Chan W C Y, Tse C K 1997 *IEEE Trans. Circuits Syst. I* **44** 1129
- [9] Banerjee S, Parui S, Gupta A 2004 *IEEE Trans. Circuits Syst. II* **51** 649
- [10] Bao B C, Xu J P, Liu Z 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2949 (in Chinese) [包伯成、许建平、刘中 2009 物理学报 **58** 2949]
- [11] Bao B C, Xu J P, Liu Z 2009 *Chin. Phys. B* **18** 4742
- [12] Zhou Y F, Chen J N, Iu H H C, Tse C K 2008 *Int. J. Bifurc. Chaos* **18** 121
- [13] Wong S C, Tse C K, Tam K C 2004 *Int. J. Bifurc. Chaos* **14** 2971
- [14] Zhao Y B, Zhang D Y, Zhang C J 2007 *Chin. Phys.* **16** 933
- [15] Zhou G H, Xu J P, Bao B C 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2272 (in Chinese) [周国华、许建平、包伯成 2010 物理学报 **59** 2272]
- [16] Wu X, Tse C K, Dranga O, Lu J 2006 *IEEE Trans. Circuits Syst. I* **53** 204
- [17] Zou J L, Ma X K, Tse C K, Dai D 2006 *Int. J. Circ. Theor. Appl.* **34** 251
- [18] Wong S C, Tse C K, Orabi M, Ninomiya T 2006 *IEEE Trans. Circuits Syst. I* **53** 454
- [19] Mazumder S K, Nayfeh A H, Boroyevich D 2001 *IEEE Trans. Power Electron.* **16** 201
- [20] Iu H H C, Tse C K, Pjevalica V, Lai Y M 2001 *Int. J. Circ. Theor. Appl.* **29** 281
- [21] Huang Y H, Iu H H C, Tse C K, 2008 *Int. J. Circ. Theor. Appl.* **36** 681
- [22] Chen Y F, Tse C K, Qiu S S, Lindenmüller L, Schwarz W 2008 *IEEE Trans. Circuits Syst. I* **55** 3335
- [23] Wu C H, Chen C L 2009 *IEEE Trans. Circuits Syst. II* **56** 763
- [24] Hsieh C Y, Chen K H 2009 *IEEE J. Solid-State Circuits* **44** 2568
- [25] Bao B C, Xu J P, Hu W 2008 *Electric Drive for Locomotives* **4** 20

Complex subharmonic oscillation phenomenon of peak current controlled buck converter with current source load *

Zhou Guo-Hua^{1)†} Xu Jian-Ping¹⁾ Bao Bo-Cheng²⁾ Wang Jin-Ping¹⁾ Jin Yan-Yan¹⁾

1) (School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

2) (School of Electrical and Information Engineering, Jiangsu Teachers University of Technology, Changzhou 213001, China)

(Received December 22, 2009; revised manuscript received 28 April 2010)

Abstract

Peak current controlled buck converter with current source load shows the complex phenomenon of fast-scale and slow-scale subharmonic oscillations. Its piecewise smooth switching model and discrete iterative map model are established in this paper. According to its discrete iterative map model, the effects of circuit parameters on the nonlinear dynamic behaviors of buck converter are analyzed by numerical simulation. It is found that attractive regions of fast-scale and slow-scale subharmonic oscillations and dual tori phenomena exist in the bifurcation diagram and Poincaré mapping, respectively. Time-domain simulation waveforms and phase portraits of buck converter are obtained by Runge-Kutta algorithm using the piecewise smooth switching model. The research results indicate that n-type subharmonic oscillation constituted by subharmonic oscillation and frequency-reduced subharmonic oscillation exists in the inductor current, and sine-type subharmonic oscillation constituted by fast scale and low scale exists in the output voltage, respectively. Analysis and simulation results are verified by experimental results.

Keywords: switching DC-DC converter, iterative map, current source load, subharmonic oscillation

PACS: 05.45.-a

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 50677056), the Natural Science Foundations of Jiangsu Province of China (Grant No. BK2009105), the Cultivation Project of Excellent Doctorate Dissertation of Southwest Jiaotong University, and Doctoral Innovation Foundation of Southwest Jiaotong University.

† E-mail: ghzhou-swjtu@163.com