

Chen 系统的非共振参数控制*

王梦蛟¹⁾²⁾ 曾以成^{1)†} 陈光辉¹⁾ 贺娟²⁾

1)(湘潭大学材料与光电物理学院,湘潭 411105)

2)(湖南人文科技学院物理与信息工程系,娄底 417000)

(2010年2月5日收到;2010年4月30日收到修改稿)

本文利用非共振参数策动实现对 Chen 系统的非反馈方式混沌控制. 使用远大于系统平均频率的周期信号作为控制输入,将控制系统中的系统变量分解为按系统平均频率变化的慢变量和按外加控制信号频率变化的快变量,然后利用平均法对控制系统进行处理得到慢变系统;根据慢变系统的动力学性质,得出所用控制参数应满足的条件. 数值仿真结果表明此方法可以使控制系统迅速达到目标状态,并且在控制信号受到噪声干扰时,在一定信噪比范围内仍能对系统进行有效的控制,证明了该方法的可行性.

关键词: 平均法, Chen 系统, 混沌控制

PACS: 05.45.Gg

1. 引言

混沌动力系统的控制作为非线性科学领域的一个重要方向,具有深刻的理论意义和广泛的应用前景. 目前国内外提出了许多不同的控制混沌方法,从控制原理上大致可分为反馈控制法和非反馈控制法^[1]. 1990年, Ott 等^[2]提出的控制混沌的思想(OGY 控制)产生了广泛的影响,为混沌反馈控制奠定了理论基础. 同年, Lima 等^[3]提出了基于共振参数微扰原理的非反馈混沌控制方法,并在 Duffing 系统中得以实现. 此后,混沌的控制与应用得到了各领域研究者的广泛研究,并取得了一系列的成果^[4-12].

利用非共振参数策动实现混沌控制^[13,14]是近年提出的一种针对自治混沌系统的非反馈混沌控制方法,该控制方法不仅简便易行,而且可以通过严格的理论分析求解控制参数,有利于推广应用. Chen 系统作为一类典型的自治混沌系统得到了广泛的研究^[15,16]. 研究表明 Chen 系统比 Lorenz 系统具有更复杂的拓扑结构和动力学行为^[15],这使得它在工程应用中具有更广泛的应用前景. 而混沌控制是混沌应用的关键,因此如何实现对 Chen 系统的有效控制具有重要的意义. 本文以非共振参数策动混

沌控制原理为基础设计 Chen 系统的非共振参数控制模型,首先利用平均法对控制系统进行处理得到慢变系统方程,然后根据 Chen 系统的动力学性质分析控制参数应满足的条件,最后通过施加满足控制条件的非共振参数激励将系统从混沌状态控制到目标状态. 并通过数值仿真对此方法的可行性进行讨论.

2. 控制系统模型

Chen 系统的数学模型为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a(y - x), \\ \dot{y} &= (c - a)x - xz + cy, \\ \dot{z} &= xy - bz. \end{aligned} \quad (1)$$

当参数 $a = 35, b = 3, c = 28$ 时系统处于典型的混沌状态. 为了便于系统参数的调制和利用系统的动力学性质,将系统方程进行简单的调整,调整后的系统方程如下所示:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a(y - x), \\ \dot{y} &= c(x + y) - ax - xz, \\ \dot{z} &= xy - bz. \end{aligned} \quad (2)$$

如果将各系统变量看作相位连续、包络随机变化的谐波信号,则系统平均频率定义为信号相位的平均

* 国家自然科学基金(批准号:60772015,60972147,10947101)和湖南省自然科学基金(批准号:08JJ5031,10JJ4001)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: yichengz@xtu.edu.cn

变化率^[17],即

$$\omega_0 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2\pi N(T)}{T}, \quad (3)$$

其中 N 为时间 T 内信号的极大值或极小值个数. 对于系统(1), 当系统参数取上述典型值时可计算其平均频率为 $\omega_0 \approx 11.7$ rad/s. 根据文献[16]对 Chen 系统混沌动力学性质的研究可知当参数 c 变化时系统将产生复杂的分岔行为, 由此设计非共振参数控制系统如下:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a(y - x), \\ \dot{y} &= c[1 + k\cos(\omega t)](x + y) - ax - xz, \\ \dot{z} &= xy - bz, \end{aligned} \quad (4)$$

其中控制信号频率 ω 远大于系统平均频率 ω_0 , k 是待定控制参数, 通过调节 k 可使 Chen 系统稳定于平衡点.

3. 控制参数的确定

下面利用平均法对控制系统(4)进行处理. 平均法是非线性振动解析方法中的一种重要的近似解析方法, 其物理本质是: 认为非线性振动系统的解具有快变和慢变两种时间尺度, 在快变周期内可将其视为振幅和初相角不变的简谐振动, 但较长时间内其振幅和初相角会缓慢变化, 即系统的解是包络缓慢变化的简谐振动^[18,19]. 基于这种方法, 并参考文献[14,20]中的处理方法, 可将控制系统(4)中的系统变量分解为按系统平均频率 ω_0 变化的慢变量和按外加控制信号频率 ω 变化的快变量, 慢变量描述系统长期演化的趋势, 快变量则表示系统变量的局部振荡形态, 因此只要使慢变系统全局稳定即可达到控制目标. 现将系统变量分解为

$$\begin{aligned} x &= x_s + x_q, \\ y &= y_s + y_q, \\ z &= z_s + z_q, \end{aligned} \quad (5)$$

变量下标 s 和 q 分别表示慢变和快变. 为了得到慢变量演化方程, 设快变量在周期 $T = 2\pi/\omega$ 内的均值为零, 且其振幅远小于慢变量^[20]. 令算子 $\langle \cdot \rangle$ 表示 $\frac{1}{T} \int_t^{t+T} (\cdot) dt$, 将(5)式代入系统(4), 并将周期 T 内各慢变量视为常量, 对系统变量进行积分处理后得到慢变系统方程如下所示:

$$\begin{aligned} \dot{x}_s &= a(y_s - x_s), \\ \dot{y}_s &= c(x_s + y_s) + \langle ckx_q \cos(\omega t) \rangle \end{aligned}$$

$$+ \langle cky_q \cos(\omega t) \rangle - ax_s - x_s z_s,$$

$$\dot{z}_s = x_s y_s - bz_s, \quad (6)$$

上式中略去了积分不为零的高阶小量, 对比系统(4)和(6), 可得部分快变量方程

$$\begin{aligned} \dot{x}_q &= a(y_q - x_q), \\ \dot{y}_q &= cy_q + ckx_s \cos(\omega t) + cky_s \cos(\omega t). \end{aligned} \quad (7)$$

由(7)式可得

$$\ddot{x}_q = a[ckx_s \cos(\omega t) + cky_s \cos(\omega t)], \quad (8)$$

上式中略去了远小于 x_s 和 y_s 的 x_q, y_q , 对(8)式进行积分后得

$$x_q = - \frac{[acky_s \cos(\omega t) + ackx_s \cos(\omega t)]}{\omega^2}. \quad (9)$$

对(7)式中的 \dot{y}_q 项进行积分后得

$$y_q = \frac{[\omega cks \sin(\omega t) - c^2 k \cos(\omega t)](y_s + x_s)}{\omega^2 + c^2}. \quad (10)$$

将(9)和(10)式代入(6)式积分后得慢变系统方程为

$$\begin{aligned} \dot{x}_s &= a(y_s - x_s), \\ \dot{y}_s &= c_m(x_s + y_s) - ax_s - x_s z_s, \\ \dot{z}_s &= x_s y_s - bz_s, \end{aligned} \quad (11)$$

其中参数 $c_m = [c - (ac^2k^2)/(2\omega^2) - (c^3k^2)/(2\omega^2 + 2c^2)]$.

对比系统(2)与系统(11), 当 $c_m = c$ 时两系统具有相同的动力学特性. 由文献[16]可知当参数 $c < a/2$ 时系统(2)稳定于原点. 因此由 $c_m < a/2$ 可得系统(11)稳定于原点时参数 k 应满足的条件为

$$k > \sqrt{\frac{c - a/2}{(ac^2)/(2\omega^2) + c^3/(2\omega^2 + 2c^2)}}. \quad (12)$$

4. 数值仿真

当系统参数取 $a = 35, b = 3, c = 28$ 时, Chen 系统处于典型的混沌状态. 为验证上述方法的正确性, 下面对系统参数取典型值的 Chen 系统施加控制进行数值仿真. 取控制系统(4)参数为 $a = 35, b = 3, c = 28$, 考虑到原系统的平均频率为 $\omega_0 \approx 11.7$ rad/s, 取控制信号频率 $\omega = 170$ rad/s, 根据(12)式计算得到控制系统稳定时控制参数应该满足的条件为 $k > 3.53$.

4.1. 控制信号未受噪声干扰时的控制效果

取控制参数 $k = 3.78$, 在 $t = 10$ s 时开始进行

控制,系统的相轨迹由原来的混沌状态迅速趋向于原点. 系统变量 x 随时间的变化如图 1 所示,由图可知施加控制后约 1 s 时间即可使系统稳定于原点. 由仿真结果知实际的控制参数值要略大于理论预测值,这是因为在对控制系统进行处理时略去了高阶项的影响,因而由(12)式得到的控制参数值是对实际值的一种近似估计. 但这并不影响对系统的控制,可通过系统仿真对参数值进行修正.

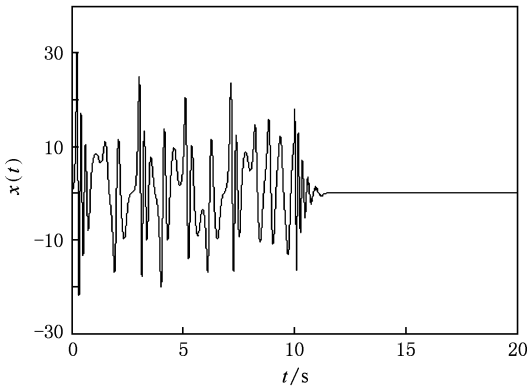


图 1 $k = 3.78$ 时变量 x 随时间的变化

在通过系统仿真对参数进行修正的过程中发现当控制参数略小于实际控制参数值时,控制系统将稳定于小振幅周期轨道. 取控制参数 $k = 3.72$, 经过约 10 s 的过渡状态后,控制系统稳定于周期轨道,此时信号频率与控制信号频率相同. 系统稳定后的 $x-z$ 平面相图如图 2 所示.

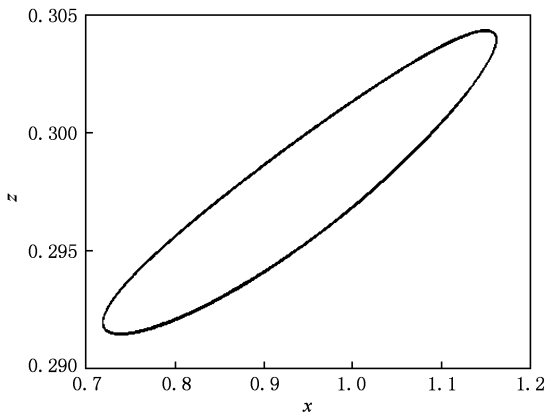


图 2 $k = 3.72$ 时系统的 $x-z$ 平面相图

4.2. 控制信号受到噪声干扰时的控制效果

在实际应用过程中,控制信号常常会受到外界噪声的干扰从而影响控制的效果. 因此,将高斯白噪声加入控制信号以分析控制系统的抗干扰性能.

当取控制参数 $k = 3.72$ 时,虽然在无噪声干扰情况下系统能稳定于小振幅的周期轨道但是一旦受到噪声干扰即使噪声功率很小系统也将失去控制,因此不能将小振幅的周期态作为控制的目标状态. 当参数 $k = 3.78$ 时,将各种强度的零均值高斯白噪声加入控制信号. 通过数值仿真发现当噪声方差小于 3.5 即信噪比高于 3.1 dB 时系统能够稳定于原点,而当信噪比低于 3.1 dB 时控制失效. 将均值为 0 方差为 2 的高斯白噪声加入激励信号,得到信噪比为 5.5 dB 的控制信号 $g(t)$,其波形图如图 3(a) 所示. 当 $t = 10$ s 时开始施加控制,系统变量 x 随时间的变化如图 3(b) 所示. 与图 1 中无噪声干扰的情形相比,两种情况下系统都能迅速稳定于原点,区别仅在于当控制信号中含有噪声时系统变量过渡状态的持续时间稍长一些.

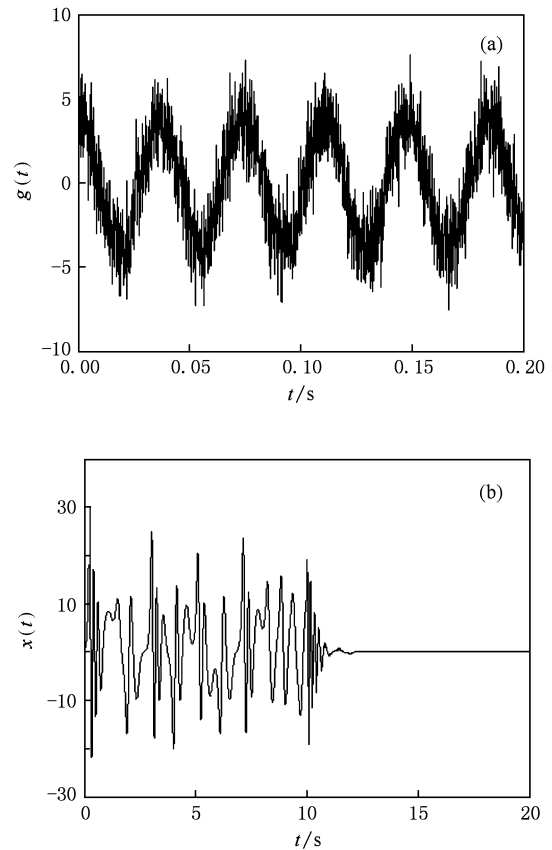


图 3 方差为 2 的零均值高斯白噪声对控制信号和控制效果的影响 (a) 噪声干扰下控制信号 $g(t)$ 波形; (b) 控制信号含噪声时变量 x 随时间的变化

将均值为 0 方差为 4 的高斯白噪声加入控制信号,得到信噪比为 2.5 dB 的控制信号 $g(t)$,其波形图如图 4(a) 所示. 当 $t = 10$ s 时开始施加控制,系统

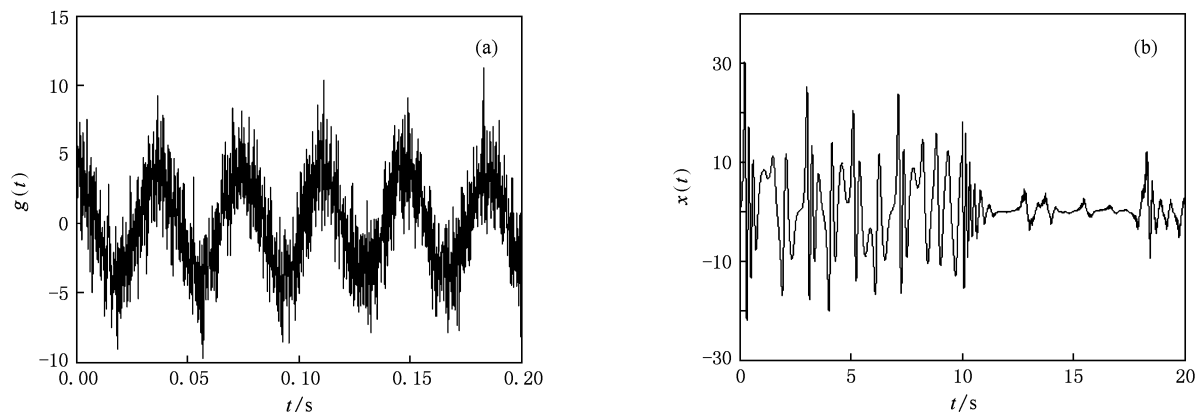


图4 方差为4的零均值高斯白噪声对控制信号和控制效果的影响 (a)噪声干扰下控制信号 $g(t)$ 波形;(b)控制信号含噪声时变量 x 随时间的变化

变量 x 随时间的变化如图4(b)所示. 如图所示此时控制信号已经不能再对系统进行有效的控制.

综上所述,通过系统仿真对控制参数值进行修正,取修正后的参数值能对系统进行有效的控制. 当控制信号受到噪声干扰时,在一定信噪比范围内系统仍能得到有效的控制. 这说明控制系统具有良好的抗干扰性能. 与文献[18]中采用的方法相比较,本文所用方法采用的控制信号振幅更小且抗干扰能力更强.

5. 结 论

本文基于非共振参数策动混沌控制原理,设计

了Chen系统的非共振参数控制模型. 通过简单调整Chen系统的代数形式,用平均法对控制系统进行处理得到慢变系统,根据慢变系统的动力学特性得到控制参数应满足的条件. 数值仿真结果表明控制参数的理论分析结果比较准确,参数误差的存在是因为在用平均法对控制系统进行处理的时候做了近似化处理,但这并不影响对原系统实行有效地控制,因为通过系统仿真可对参数值进行修正. 选取修正后的控制参数值可使系统稳定于原点,且具有良好的抗干扰性能. 与参数共振微扰方法相比,本文所用方法可给出严格的理论分析结果. 该方法简便易行,在基于混沌振子的微弱信号检测中具有潜在的应用价值.

- [1] Hu G, Xiao J H, Zhen Z G 2000 *Chaos Control* (1st ed) (Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) p8 (in Chinese) [胡 岗、萧井华、郑志刚 2000 混沌控制(第1版)(上海:上海科技教育出版社)第8页]
- [2] Ott E, Grebogi C, Yorke J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196
- [3] Lima R, Pettini M 1990 *Phys. Rev. B* **41** 726
- [4] Yang C Y, Tang G N 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 143 (in Chinese) [杨朝羽、唐国宁 2009 物理学报 **58** 143]
- [5] Chen G P, Hao J B 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2914 (in Chinese) [陈光平、郝加波 2009 物理学报 **58** 2914]
- [6] Li D, Zhang X H, Yang D, Wang S L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1432 (in Chinese) [李 东、张小洪、杨 丹、王时龙 2009 物理学报 **58** 1432]
- [7] Wang X F, Xue H J, Si S K, Yao Y T 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3729 (in Chinese) [王校锋、薛红军、司守奎、姚跃亭 2009 物理学报 **58** 3729]
- [8] Zhang L P, Jiang H B, Bi Q S 2010 *Chin. Phys. B* **19** 010507
- [9] Li R H, Chen W S, Li S 2010 *Chin. Phys. B* **19** 010508
- [10] Li D, Wang S L, Zhang X H, Yang D 2010 *Chin. Phys. B* **19** 010506
- [11] Wu S H, Hao J H, Xu H B 2010 *Chin. Phys. B* **19** 020509
- [12] Xing H Y, Jin T L 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 0140 (in Chinese) [行鸿彦、金天力 2010 物理学报 **59** 0140]
- [13] Soong C Y, Huang W T, Lin F P, Tzeng P Y 2004 *Phys. Rev. E* **70** 0162111
- [14] Choe C U, Hohne K, Benner H, Kivshar Y S 2005 *Phys. Rev. E* **72** 0362061
- [15] Chen G R, Ueta T 1999 *Int. J. Bifurcation Chaos* **9** 1465
- [16] Ueta T, Chen G R 2000 *Int. J. Bifurcation Chaos* **10** 1917
- [17] Park E H, Zaks M A, Kurths J 1999 *Phys. Rev. E* **60** 6627
- [18] Chen L, Wang D S 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 91 (in Chinese) [谌 龙、王德石 2007 物理学报 **56** 91]
- [19] Liu Y Z, Chen L Q 2001 *Nonlinear Vibrations* (1st ed) (Beijing: High Education Press) pp73-82 (in Chinese) [刘延柱、陈立群 2001 非线性振动(第1版)(北京:高等教育出版社)第73—第82页]
- [20] Kivshar Y S, Rodelsperger F, Benner H 1994 *Phys. Rev. E* **49** 319

Nonresonant parametric control of Chen's system*

Wang Meng-Jiao¹⁾²⁾ Zeng Yi-Cheng^{1)†} Chen Guang-Hui¹⁾ He Juan²⁾

1) (School of Material Science and Photoelectronic Physics, Xiangtan University, Xiangtan 411005, China)

2) (Department of Physics and Information Engineering, Hunan Institute of Humanities, Science and Technology, Loudi 417000, China)

(Received 5 February 2010; revised manuscript received 30 April 2010)

Abstract

In this paper, nonfeedback chaos control of Chen's system is realized with nonresonant parametric drive. A periodic signal whose frequency is far higher than the system's mean frequency is used as the input. And the system variables of the controlled system are decomposed into slowly varying variables which change according to the system's mean frequency and fast varying variables which change according to the frequency of periodic signal. Then, by averaging method, a slowly varying dynamics is obtained. According to the dynamical characteristics of the slowly varying dynamics, the available control parameter range is obtained. Numerical simulation results show that this method can lead the controlled system to the target state rapidly, even when the control signal is disturbed by noise in certain SNR ranges, so the proposed method is feasible.

Keywords: averaging method, Chen's system, chaotic control

PACS: 05.45.Gg

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60772015, 60972147, 10947101) and the Natural Science Foundation of Hunan Province, China (Grant Nos. 08JJ5031, 10JJ4001).

† Corresponding author. E-mail: yichengz@xtu.edu.cn