

Hénon 混沌系统广义预测控制无静差快速算法*

陈志旺¹⁾ 刘文龙^{1)2)†}

1) (燕山大学工业计算机控制工程河北省重点实验室, 秦皇岛 066004)

2) (大庆石油学院应用技术学院, 秦皇岛 066004)

(2010年4月25日收到; 2010年5月11日收到修改稿)

提出了一种具有无静差跟踪性能的 Hénon 混沌系统广义预测控制快速算法. 采用改进的时变遗忘因子递推最小二乘法辨识混沌系统, 通过在常规广义预测控制性能指标函数中引入前馈增益矩阵与柔化矩阵, 并将 MP 神经网络与 BP 算法相结合在线调整柔化因子, 实现系统对参考信号的无静差快速跟踪. 该算法避免了矩阵求逆计算, 能够很好地跟踪参考信号. 仿真结果验证了该方法的有效性.

关键词: 广义预测控制, Hénon 混沌系统, 前馈增益矩阵, 柔化矩阵

PACS: 05.45.Gg

1. 引言

混沌是非线性系统普遍存在的一种复杂运动形式. 自洛伦兹发现混沌现象以来, 混沌理论与混沌控制的研究一直受到普遍关注, 成为非线性系统研究领域非常活跃的前沿课题. 混沌控制^[1-4]的研究都是基于一些典型混沌系统进行的. 其中, Hénon 系统是典型的二维离散非线性动力学系统, 而其混沌控制^[5-8]一直是近年来非线性科学领域中研究的焦点之一.

广义预测控制^[9-11] (GPC) 是从最小方差控制和自适应控制发展而来的一种新型预测控制算法, 它既吸取了自适应控制在线辨识的优点, 又保持了预测控制算法中的滚动优化策略、对模型精度要求不高等优点, 使其在工业控制中获得了成功的应用. 文献[6]采用柔化输入信号的方法, 将广义预测控制与离散滑模控制相结合运用于 Hénon 混沌系统的控制. 文献[7]提出了一种带有约束矩阵的 Hénon 混沌系统广义预测控制快速算法. 文献[8]充分利用预测信息的补偿作用, 提出了一种带有预测函数的 Hénon 混沌系统广义预测控制快速算法. 上述三种算法均避免了矩阵求逆计算, 较快速有效的实现了系统对参考信号的跟踪, 但都没有进行稳

态跟踪效果分析. 本文通过在性能指标函数中引入前馈增益矩阵与输入柔化矩阵, 提出一种能够实现无静差跟踪的 Hénon 混沌系统广义预测控制快速算法.

2. Hénon 混沌系统的辨识

Hénon 混沌系统是一种非线性系统, 其运动行为很难用线性定常模型精确描述. 因此, 本文采用在线辨识模型参数的方法, 用辨识出的受控自回归积分滑动平均 (CARIMA) 模型逼近 Hénon 混沌系统, 以提高建模精度, 实现预测控制器对混沌系统的有效控制.

考虑如下 CARIMA 模型:

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k-1) + C(z^{-1})\xi(k)/\Delta, \quad (1)$$

其中

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \cdots + a_{n_a}z^{-n_a},$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \cdots + b_{n_b}z^{-n_b},$$

$$C(z^{-1}) = 1 + c_1z^{-1} + c_2z^{-2} + \cdots + c_{n_c}z^{-n_c},$$

y, u 分别为系统输出和输入, ξ 为均值为零、方差为 σ^2 的白噪声, $\Delta = 1 - z^{-1}$ 为差分算子. 为了突出算法原理, 假设 $C(z^{-1}) = 1$.

将(1)式改写为

* 国家自然科学基金 (批准号: 60774018) 和河北省自然科学基金 (批准号: F2010001322) 资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: liuwenlong1980@126.com

$$\Delta y(k) = -A_1(z^{-1})\Delta y(k) + B(z^{-1})\Delta u(k-1) + \xi(k) \quad (2)$$

$$\theta = [a_1 \cdots a_{n_a} \quad b_0 \cdots b_{n_b}]^T, \\ \varphi(k) = [-\Delta y(k-1) \cdots -\Delta y(k-n_a) \quad \Delta u(k-1) \cdots \Delta u(k-n_b-1)]^T,$$

则可将(2)式写成最小二乘格式

$$\Delta y(k) = \varphi(k)^T \theta + \xi(k). \quad (3)$$

由于 Hénon 混沌系统的动态特性不是平稳的,其动力学行为变化时快时慢,所以选取改进的时变遗忘因子递推最小二乘方法来逼近混沌系统. 这样既能更好地克服“数据饱和”现象,也可解决被控系统稳定时参数估计的误差协方差阵 $P(k)$ 由于信息量减少按指数增加的问题.

初始条件通常取为 $\hat{\theta}(-1) = \mathbf{0}$ ($\mathbf{0}$ 为零向量), $P(-1) = \tau^2 I$ (τ 为一个充分大的正数, I 为单位阵). 改进的时变遗忘因子递推最小二乘算法为

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + K(k) \times [\Delta y(k) - \varphi(k)^T \hat{\theta}(k-1)], \quad (4)$$

$$K(k) = P(k-1)\varphi(k)[\varphi(k)^T P(k-1)\varphi(k) + \mu(k)]^{-1}, \quad (5)$$

$$\mu(k) = 1 - \frac{1}{\sigma^2 L} \times \left(1 - \frac{\varphi(k)^T P(k-1)\varphi(k)}{\mu(k-1) + \varphi(k)^T P(k-1)\varphi(k)} \right). \quad (6)$$

引进

$$\Psi(k) = [I - K(k)\varphi(k)^T]P(k-1), \quad (7)$$

如果 $\text{trace}[\Psi(k)]/\mu(k) \leq \omega$ ($\omega > \tau^2$), 则 $P(k) = \Psi(k)/\mu(k)$; 否则 $P(k) = \Psi(k)$.

上述式中, σ^2 为量测噪声方差; L 为数据长度; $\text{trace}[\Psi(k)]$ 是矩阵 $\Psi(k)$ 的迹; $\mu(k)$ 为时变遗忘因子,一般选取 $0.9 \leq \mu(k) \leq 1$.

3. 广义预测无静差跟踪快速算法

3.1. 算法设计

GPC 采用(1)式模型描述被控对象. 通过引入并求解 Diophantine 方程,得到向量形式的预测方程

$$Y = GU + Fy(k) + H\Delta u(k-1), \quad (8)$$

式中,字母符号意义与参考文献[7]相同.

其中, $A_1(z^{-1}) = A(z^{-1}) - 1$. 把模型参数与数据参数分别用向量形式记为

为了得到具有无静差跟踪性能的广义预测控制算法,选取性能指标函数为

$$\min J(k) = E \left\{ \sum_{j=1}^N [y(k+j|k) - \beta_j y_r(k+j)]^2 + \lambda \sum_{i=1}^{N_u} [\Delta u(k+i-1)]^2 \right\}, \quad (9)$$

其中, $E\{\cdot\}$ 表示取数学期望; $y_r(k+j)$ 为对象输出期望值; β_j 为前馈增益; λ 为控制增量加权系数; N, N_u 分别为预测时域和控制时域.

将(9)式性能指标函数写成向量形式

$$\min J = E \left\{ [(Y - \beta Y_r)^T (Y - \beta Y_r)] + \lambda U^T U \right\}, \quad (10)$$

其中, $\beta = \text{diag}\{\beta_1 \quad \beta_2 \quad \cdots \quad \beta_N\}$ 为前馈增益矩阵; $Y_r = [y_r(k+1) \quad y_r(k+2) \quad \cdots \quad y_r(k+N)]^T$ 为期望输出矩阵.

把柔化输出信号的方法直接推广到柔化输入信号中,在控制增量中引入如下柔化矩阵:

$$Q = [q_0 \quad q_1 \quad \cdots \quad q_{N_u-1}]^T \\ = [1 \quad \alpha \quad \alpha^2 \quad \cdots \quad \alpha^{N_u-1}]^T, \quad (11)$$

其中, α 为柔化因子, $0 \leq \alpha \leq 1$. 控制增量矩阵变为如下形式:

$$U = Q\Delta u(k) = [\Delta u(k) \quad \alpha\Delta u(k) \quad \alpha^2\Delta u(k) \quad \cdots \quad \alpha^{N_u-1}\Delta u(k)]^T. \quad (12)$$

将(8)式和(12)式代入(10)式,得到广义预测控制律为

$$\Delta u(k) = [M^T M + \lambda Q^T Q]^{-1} M^T [\beta Y_r - Fy(k) - H\Delta u(k-1)] \quad (13)$$

其中, $M = GQ$.

为使柔化因子 α 选取更具合理性和自适应性,可以采用 MP 神经网络(见图 1)结合 BP 算法,通过神经网络的自学习,实现 α 的在线调整.

网络的输入取为 $X = [y(k) \quad \cdots \quad y(k-N) \quad u(k-1) \quad \cdots \quad u(k-N_u)]^T$, 网络输出取为 α . 考虑 α 的取值范围,激励函数取为 Logsigmoid 函数,即 $f(x) = 1/(1 + e^{-x})$. 将加权系数表示成向量形式为 $W = [w_1 \quad \cdots \quad w_{N+1} \quad w_{N+2} \quad \cdots \quad w_{N+N_u+1}]^T$. 输出 α

与输入 X 的关系可表示为

$$\alpha = f(X^T W). \quad (14)$$

取性能指标函数为 $E(k) = \frac{1}{2} \Delta u^2(k)$, 按梯度下降法修正网络的权值, 并附加一个使搜索加快全局极小的惯性项, 则有

$$\frac{\partial E(k)}{\partial w_i} = \frac{\partial E(k)}{\partial \alpha} f'(X^T W) X_i, \quad (15)$$

$$\Delta w_i(k) = -\eta \frac{\partial E(k)}{\partial w_i} + \rho \Delta w_i(k-1), \quad (16)$$

$$w_i(k) = w_i(k-1) + \Delta w_i(k), \quad (17)$$

式中, η, ρ 分别为学习速率和惯性系数.

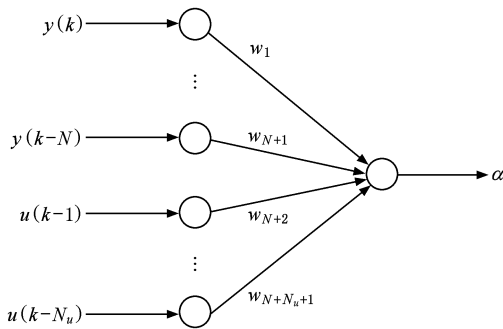


图1 MP 神经元结构

3.2. 算法分析

3.2.1. 无静差跟踪性能分析

对象的期望输出信号通常取作为系统的参考信号, 并且期望输出矩阵 Y_r 总可以表示成

$$Y_r = \Phi r = [y_r(k+1)/y_r(k) \quad y_r(k+2)/y_r(k) \quad \dots \quad y_r(k+N)/y_r(k)]^T r, \quad (18)$$

其中, Φ 为某一时刻 k 处存在并确定的系数向量; $r = y_r(k)$.

显然, 当参考信号为恒值时, 系数向量 $\Phi = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$, r 为参考信号值.

定理 1 如果上述多项式 $A(z^{-1}), B(z^{-1})$ 的系数均有界, 预测时域 N 与控制时域 N_u 已知, 对象期望输出矩阵 Y_r 用(18)式表示. 那么, (13)式控制律与(1)式对象模型所构成的闭环系统具有如下性质:

1) 若在任意时刻 k 处, 选取 $\beta_j = F_j(z^{-1})|_{z=1} / [y_r(k+j)/y_r(k)]$. 则有, $\lim_{k \rightarrow \infty} E\{y(k) - r\} = 0$;

2) 若参考信号是恒值, 选取 $\beta_j = F_j(z^{-1})|_{z=1}$. 则有, $\lim_{k \rightarrow \infty} E\{y(k) - r\} = 0$.

证明 将(13)式代入(1)式, 得

$$y(k) = \frac{z^{-1}B(z^{-1})T\beta Y_r}{(1+z^{-1}TH)A(z^{-1})\Delta + z^{-1}B(z^{-1})TF} + \frac{(1+z^{-1}TH)\xi(k)}{(1+z^{-1}TH)A(z^{-1})\Delta + z^{-1}B(z^{-1})TF}, \quad (19)$$

其中, $T = [M^T M + \lambda Q^T Q]^{-1} M^T$.

由 $\beta_j = F_j(z^{-1})|_{z=1} / [y_r(k+j)/y_r(k)]$ 可知, $\beta\Phi = F|_{z=1}$. (20)

将(18)式、(19)式和(20)式代入 $\lim_{k \rightarrow \infty} E\{y(k) - r\}$, 得

$$\begin{aligned} & \lim_{k \rightarrow \infty} E\{y(k) - r\} \\ &= \lim_{k \rightarrow \infty} E\left\{ \frac{z^{-1}B(z^{-1})T\beta\Phi r}{(1+z^{-1}TH)A(z^{-1})\Delta + z^{-1}B(z^{-1})TF} \right\} \\ & \quad + \lim_{k \rightarrow \infty} E\left\{ \frac{(1+z^{-1}TH)\xi(k)}{(1+z^{-1}TH)A(z^{-1})\Delta + z^{-1}B(z^{-1})TF} \right\} \\ & \quad - \lim_{k \rightarrow \infty} E\{r\} \\ &= \frac{z^{-1}B(z^{-1})T\beta\Phi r}{(1+z^{-1}TH)A(z^{-1})\Delta + z^{-1}B(z^{-1})TF} \Big|_{z=1} - r = 0. \end{aligned} \quad (21)$$

至此, 结论 1 得证.

显然, 将 $\Phi = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$ 代入上面结论 1 的证明过程, 就会证得结论 2.

由定理 1 可知, 在任意时刻 k 处选取 $\beta_j = F_j(z^{-1})|_{z=1} / [y_r(k+j)/y_r(k)]$, 当控制量 $u(k)$ 作用时间趋于无穷大时, 该时刻对象输出 $y(k)$ 就趋于期望值 $y_r(k)$. 即只要在每一时刻均选取 $\beta_j = F_j(z^{-1})|_{z=1} / [y_r(k+j)/y_r(k)]$, 就可实现对任意形式参考信号的无静差稳态跟踪. 特殊地, 选取 $\beta_j = F_j(z^{-1})|_{z=1}$, 可实现对恒值参考信号的无静差跟踪.

3.2.2. 快速性与其他性能分析

由控制律(13)式的推导过程及结果可知, 由于柔化矩阵的引入, 不管预测长度如何变化, 约束条件的个数只有一个, 且其中的变量仅为 $\Delta u(k)$; 其次, 避免了矩阵求逆计算, 确保了系统的快速性. 为抑制超调, 同时考虑 $N_u - 1$ 个预测信息控制指令, 而不是只考虑其中的一个, 这样抑制超调的效果会更好一些. 通过神经网络在线调整柔化因子 α , 使其选择更具合理性. 同时, 网络结构的简单性, 确保了 α 调整的快速性, 与预测控制律的计算速度相匹配.

4. 仿真研究

Hénon 混沌系统描述为

$$x_1(k+1) = x_2(k), \quad (22)$$

$$x_2(k+1) = 1 + bx_1(k) - a(x_2(k))^2 + u(k), \quad (23)$$

式中, a 和 b 为系统参数, $u(k)$ 为控制信号, 当 $u(k) = 0$ 时, 系统为混沌系统.

选择系统参数为 $a = 1.4, b = 0.3$, 采用改进的时变遗忘因子递推最小二乘方法辨识对象模型. 设预测时域 $N = 6$, 控制时域 $N_u = 4$, 控制增量加权系统 $\lambda = 1$, 取调整 α 的 MP 神经网络输入输出节点数分别为 11, 1, 输入为 $\mathbf{X} = [y(k) \ \cdots \ y(k-6) \ u(k-1) \ \cdots \ u(k-4)]^T$, 输出为 α . 利用 (23) 式与本文算法可以实现 Hénon 混沌系统对参考信号 $y_r(k) = \sin(k)$ 与 $y_r(k) = 2$ 的无静差跟踪控制. 系统跟踪控制输出曲线分别如图 2 和图 3 所示.

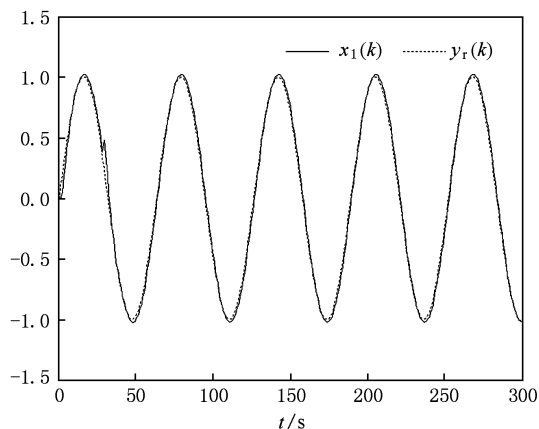


图 2 $y_r(k) = \sin(k)$ 时的系统输出曲线

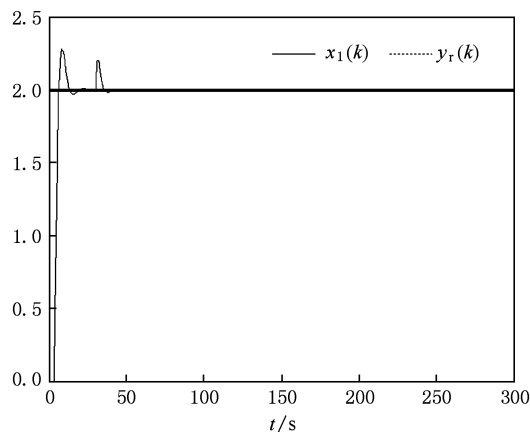


图 3 $y_r(k) = 2$ 时的系统输出曲线

从图 2 和图 3 可以看出, Hénon 混沌系统能够很好地跟踪参考信号, 且稳态误差小于 $\pm 0.2\%$.

5. 结 论

本文通过在性能指标函数中引入前馈增益矩阵与柔化矩阵, 提出一种 Hénon 混沌系统广义预测控制无静差快速算法. 1) 采用改进的时变遗忘因子递推最小二乘方法辨识对象模型, 改善了建模精度; 2) 引入满足定理 1 条件的前馈增益矩阵, 实现对任意形式参考信号的无静差跟踪; 3) 通过引入柔化矩阵, 避免了矩阵求逆计算, 提高了算法的快速性. 同时, 利用 MP 网络结合 BP 算法在线调整柔化因子, 使其选取更具合理性. 仿真结果表明, 该控制算法对 Hénon 混沌系统具有很好的控制效果, 且容易编程实现.

- [1] Zhang Y W, Qin S J, Hesketh T 2009 *Chaos, Solitons and Fractals* **39** 1463
- [2] Liu X W, Huang Q Z, Gao X, Shao S Q 2007 *Chin. Phys.* **16** 2272
- [3] Zhu S P, Qian F C, Liu D 2010 *Chin. Phys. B* **19** 02250
- [4] Luo X H, Li H Q, Chen Q H 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 7532 (in Chinese) [罗小华、李华青、陈秋华 2009 物理学报 **58** 7532]
- [5] Liu F C, Liang X M, Song J Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1458 (in Chinese) [刘福才、梁晓明、宋佳秋 2008 物理学报 **57** 1458]
- [6] Liu F C, Liang X M 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4584 (in Chinese) [刘福才、梁晓明 2005 物理学报 **54** 4584]
- [7] Wen S H, Wang Z, Liu F C 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3753 (in Chinese) [温淑焕、王哲、刘福才 2009 物理学报 **58** 3753]
- [8] Wen S H 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5209 (in Chinese) [温淑焕 2009 物理学报 **58** 5209]
- [9] Lu C H, Tsai C C 2007 *Journal of Process Control* **17** 83
- [10] Wang Y Q, Zhou D H, Gao F R 2009 *Journal of Process Control* **19** 803
- [11] Ding B C 2008 *Predictive Control Theory and Methods* (Beijing: China Machine Press) p54 (in Chinese) [丁宝苍 2008 预测控制的理论与方法 (北京: 机械工业出版社) 第 54 页]

A fast algorithm without static error for generalized predictive control of Hénon chaotic system*

Chen Zhi-Wang¹⁾ Liu Wen-Long^{1)2)†}

1) (*Key Laboratory of Industrial Computer Control Engineering of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China*)

2) (*The Applied Technology College of DaQing Petroleum Institute, Qinhuangdao 066004, China*)

(Received 25 April 2010; revised manuscript received 11 May 2010)

Abstract

A kind of fast generalized predictive control algorithm without static error for Hénon chaotic system is proposed. Firstly, the chaotic system is identified by improved recursive least squares parameter of time-varying forget factor. Then the softness factor is adjusted on line through combining MP neural network with BP algorithm, thus the fast tracking without static error of reference signal is realized by introducing the feedforward gain matrix and softening coefficient matrix into regular performance index function of generalized predictive control. The algorithm avoids the matrix inversion computation and has strong ability of tracking the reference signal. The simulated results show the effectiveness of this algorithm.

Keywords: generalized predictive control, Hénon chaotic system, feedforward gain matrix, softening coefficient matrix

PACS: 05.45.Gg

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60774018) and the Natural Science Foundation of Hebei Province, China (Grant No. F2010001322).

† Corresponding author. E-mail: liuwenlong1980@126.com