

## 一种处理漫射因子的新方法\*

张峰<sup>1) 2)</sup> 张华<sup>2)†</sup> 沈钟平<sup>3)</sup> 卫晓东<sup>1)</sup>

1) (中国气象科学研究院, 北京 100081)

2) (中国气象局国家气候中心, 北京 100081)

3) (上海市气候中心, 上海 200030)

(2010年2月6日收到; 2010年3月18日收到修改稿)

提出了一种新的处理漫射因子的拟合方案, 通过与前人提出的方案相比, 具有较高的拟合精度; 然后, 将该拟合方案和前人提出的方案同时放入辐射传输模式中来计算大气加热率, 结果表明: 新方案的结果总体上优于前人的结果, 尤其是对 45 km 以上的中间层大气.

**关键词:** 漫射因子, 指数积分, 加热率

**PACS:** 07.57.Hm, 42.68.Ay, 42.68.Ca

## 1. 引言

大气中的辐射传输过程包括大气吸收、散射和热辐射过程<sup>[1-3]</sup>. 它在气溶胶遥感反演中起着非常重要的作用<sup>[4-6]</sup>. 在辐射传输过程中, 辐射通量和大气冷却率(加热率)的计算必须要进行四重积分, 即除了进行沿光学路径、光学厚度的垂直积分以及频率积分外, 还必须对天顶角进行角度积分<sup>[7]</sup>. 在实际计算过程中, 很难对以上积分进行精确计算, 常常对以上积分进行简化和近似处理, 其中漫射因子近似便是对天顶角进行角度积分的一种简化处理方法. Elsasser 在 1942 年提出了漫射率因子近似为 1.66, 该结果已经广泛应用于大气辐射传输计算过程中<sup>[7]</sup>, Rodgers 和 Walshaw<sup>[8]</sup> 表示漫射因子 1.66 近似所带来的水汽转动带的最大冷却率相对误差不应该超过 1.5%, Goody 和 Yung<sup>[7]</sup> 对此问题也进行过详细的讨论, 认为这种近似可以满足大气辐射计算的需要, 并指出该近似所产生的加热率误差不应该超过 2%. 然而, 以上结论均局限于压力加宽的 Lorentz 线型的范围内, Shi<sup>[9]</sup> 及 Xu 和 Shi<sup>[10]</sup> 的研究发现: 在平流层的中上部, 1.66 近似所带来的误差有可能高达 5%—10%. 为了克服 1.66 常数漫射率因子所带来得误差, Shi 和 Qu<sup>[11]</sup> 最先提出了一个漫射率因子随光学厚度变化的近似表达式; 随后,

Zhang 和 Shi<sup>[12]</sup> 提出了一个精度更高的拟合公式. 但 Zhang 和 Shi<sup>[12]</sup> 提出的公式在光学厚度为 5 附近和光学厚度大于 15 时仍较大误差.

本文在前人工作的基础上, 提出了一个在更宽广的光学厚度范围内拟合精度更高的新的公式; 然后, 将该拟合公式和前人提出的公式同时放入到辐射传输模式中, 计算大气加热率并进行比较.

## 2. 理论分析

在长/短波辐射通量和大气加热率的计算过程中, 从高度  $z$  到  $z'$  的通量通过率  $T_r(z, z')$  是一个重要的物理量, 其定义如下:

$$T_r(z, z') \equiv 2 \int_0^1 \exp[\tau_v(z, z', \mu)] \mu d\mu = 2E_3(\tau_v(z, z')). \quad (1)$$

其中  $\mu$  为天顶角的余弦;  $\tau_v(z, z')$  为光学厚度, 定义为

$$\tau_v(z, z') = \int_z^{z'} K_v(z'') \rho_a(z'') dz'', \quad (2)$$

其中  $\rho_a(z'')$  和  $K_v(z'')$  分别代表质量吸收系数和吸收物质的密度. 由于指数积分  $2E_3(x)$  的特性与指数函数  $\exp(-rx)$  的特性相似 ( $r$  为数值因子), 因此有许多作者试图用指数函数来表示通量透过率, 取

$$T_r(z, z') \cong \exp(-r\tau_v(z, z')), \quad (3)$$

\* 国家自然科学基金(批准号:40775006)和国家重点基础研究发展计划(批准号:2011CB403405)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: huazhang@ema.gov.cn

上式中  $r$  则被称之为漫射率因子,由(1)和(3)式可以得一个  $r$  的精确表达式

$$r = \frac{-\ln[2E_3(\tau_v(z, z'))]}{\tau_v(z, z')} \quad (4)$$

Elsasser 提出了  $r$  的最好近似取值是 1.66<sup>[7]</sup>,显然  $r$  不应该是一个常数,而是随着光学厚度变化的.  $r$  随  $\tau_v$  的变化可以如图 1 曲线 A 所示. 从理论上可以证明  $r$  应当在 1 到 2 之间变化:当  $\tau_v \rightarrow 0$  时,  $r \rightarrow 2$ ; 当  $\tau_v \rightarrow \infty$  时,  $r \rightarrow 1$ <sup>[11]</sup>. 只有当  $\tau_v = 0.4$ ,  $r$  才等于 1.66. 因此用常数漫射因子(1.66)来处理任意光学厚度的天顶角角度积分,必然会给辐射通量和加热率的计算带来误差.

为了克服 1.66 的常数漫射因子所带来的误差,我们提出一种新的简单的数学表达式来描述  $r$  随光学厚度  $\tau_v$  的变化,表达式为

$$r = 2 - \frac{a\tau_v^b}{(c\tau_v^d + e)^f} \quad (5)$$

该表达式满足  $\tau_v \rightarrow 0$  时  $r \rightarrow 2$ . 对上式中的含六参数 ( $a, b, c, d, e, f$ ) 的表达式,在实际大气中光学厚度最有可能的区间  $0 \leq \tau_v \leq 30$  进行非线性拟合得到  $a = 0.8637, b = 0.8434, c = 0.7832, d = 0.4864, e = 0.5915$  及  $f = 1.8257$ . 并把该六参数代入(5)式得到

$$r = 2 - \frac{0.8637\tau_v^{0.8434}}{(0.7832\tau_v^{0.4864} + 0.5915)^{1.8257}} \quad (6)$$

上述拟合公式虽然是在  $0 \leq \tau_v \leq 30$  范围上得到的,但是已经足以满足实际大气的计算范围,因为当  $\tau_v \geq 30$  之前,透过率函数  $T_r(z, z')$  实际上早已经变为零.

Shi 和 Qu<sup>[11]</sup> 的拟合方案是在  $\tau_v \rightarrow 0$  时  $r \rightarrow 2$ ;  $\tau_v \rightarrow \infty$  时  $r \rightarrow 1$  的限制下用双曲线进行拟合得到的(如图 1 中的曲线 F 所示). Shi 和 Qu 的拟合结果和由(4)式给出精确结果存在较大的误差,他们的拟合结果在光学厚度  $\tau_v \geq 0.01$  时,相对误差几乎都超过 1%,最大相对误差高达 10%. 鉴于此, Zhang 和 Shi<sup>[12]</sup> 放弃  $\tau_v \rightarrow 0$  时  $r \rightarrow 2$  及  $\tau_v \rightarrow \infty$  时  $r \rightarrow 1$  的限制条件,并选用实际大气中最有可能出现的光学厚度范围进行拟合,结果如图 1 中的曲线 C 所示,该结果较 Shi 和 Qu 的拟合结果有较大改进,但是,他们的结果在光学厚度非常小时,即  $\tau_v \rightarrow 0$  时,相对误差超过了 Shi 和 Qu 的拟合结果(如图 2 中曲线 C 所示). Zhang 和 Shi 的拟合结果在光学厚度为 1 到 7 范围之间的相对误差约为 10%,并且当光学厚度大于 15 时,相对误差增加较快. 因此,有必要提出一个

新的拟合公式对此加以改进. 如图 1 中曲线 B 所示,本文的拟合结果和精确值符合得非常好;当  $\tau_v \leq 20$  时,该拟合结果的相对误差都在 0.01% 以内(见图 2 曲线 B),并在实际大气中光学厚度最有可能的区间  $0 \leq \tau_v \leq 30$  内,最大相对误差不超过 0.03%. 综上所述,本文构造的公式更符合漫射率因子随光学厚度的变化特征,该结果与精确结果相比,比前人提出的公式具有更高的精度.

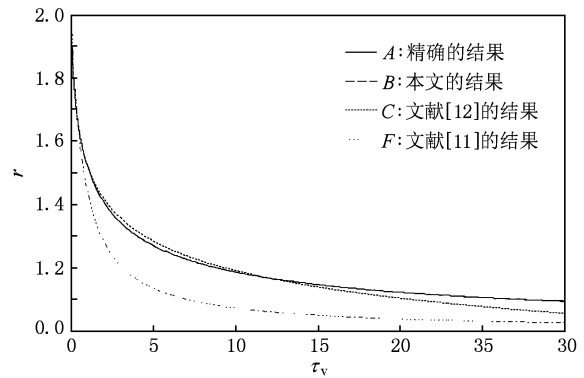


图 1 漫射因子  $r$  随光学厚度  $\tau_v$  的变化

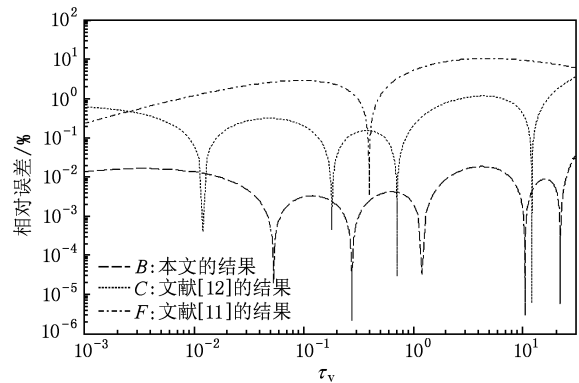


图 2 漫射因子拟合公式的相对误差随光学厚度  $\tau_v$  的变化

### 3. 结果比较

本文在计算中采用 McClatchey<sup>[13]</sup> 的热带大气,所用的模式为改进的 BSTAR5C/CCSR/NCC 辐射传输模式<sup>[14-16]</sup>,将其中的高光谱分辨率的 998 带方案应用于下面的研究中. 998 带方案是一个高精度的  $k$  分布辐射传输模式,其精度几乎与精确的逐线积分模式相当. 但其计算速度大大提高,可以替代逐线积分模式应用于大气遥感和地面太阳辐射谱分布<sup>[17]</sup>等精度要求比较高的辐射传输计算中. 该模式

的长波区间  $10\text{--}2680\text{ cm}^{-1}$  被划分为 534 个带, 平均谱分辨率宽度为  $5\text{ cm}^{-1}$ ; 短波  $2680\text{--}50000\text{ cm}^{-1}$  区间被划分为 464 个带, 平均谱分辨率为  $0.076\text{ }\mu\text{m}^{[16]}$ , 并考虑了水汽、二氧化碳、臭氧、氧化亚氮、甲烷和氧气等主要温室气体的吸收, 以及云和气溶胶的吸收和散射过程. 其中云和气溶胶散射辐射采用 Nakajima 等<sup>[18]</sup> 的算法, 温室气体吸收算法采用 Zhang 等<sup>[14–16]</sup> 的算法.

图 3 是大气加热率的精确结果, 其中的漫射因子采用方程 (4) 进行精确处理. 图 4 给出用不同的漫射因子的近似方案计算的大气加热率结果的绝对误差. 从图上可以看出, 总体上, Shi 和 Qu 的结果误差比较大, 而 Zhang 和 Shi 的结果及本文的结果误差比较小, 都在  $\pm 0.05\text{ K/d}$  内. 本文的结果在 30 km 以下与 Zhang 和 Shi 的结果基本一致; 在 30 km 到 45 km 之间的平流层大气, Zhang 和 Shi 的结果略优于本文; 而在 45 km 到 60 km 之间的中间层大气, 本文的结果优于 Zhang 和 Shi. 这是因为, 本文提出的漫射因子公式虽然在总体上优于 Zhang 和 Shi 的拟合方案, 但是, 长波区间总的加热率结果不仅取

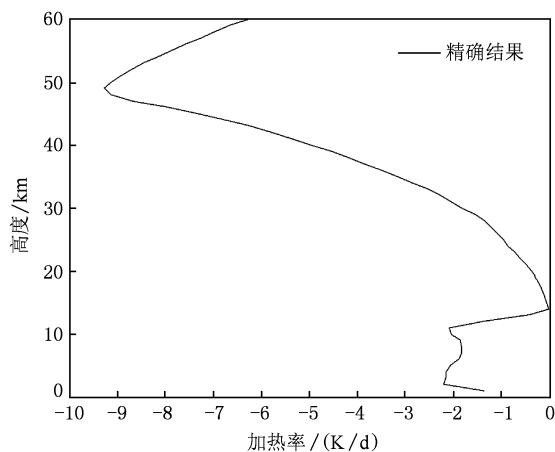


图 3 大气加热率随高度的变化

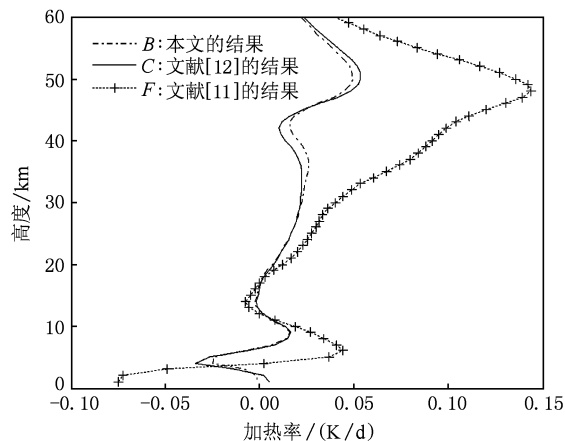


图 4 加热率误差比较

决于漫射因子, 还取决于在各个波段加热率结果在相加过程中的误差抵消, 这个可能导致 Zhang 和 Shi 的结果在 30 km 到 45 km 之间精度略优于本文的结果. 总的来说, 用本文提出的新方法能得到高精度的大气加热率结果, 特别是对 45 km 以上的中间层大气.

## 4. 结 论

本文在前人工作的基础上, 提出了一个新的漫射因子拟合公式. 研究表明, 本文的拟合公式在更宽广的光学厚度范围内比前人提出的公式具有更高的精度. 在实际大气中光学厚度最有可能的区间  $0 \leq \tau_v \leq 30$  内, 本文提出漫射因子拟合方案的最大相对误差不超过 0.03%. 然后, 我们将本文和前人提出的漫射因子拟合方案同时放入辐射传输模式对大气加热率结果进行比较发现: 本文的方案能获得较高精度的大气冷却率, 特别是在 45 km 以上的中间层大气, 利用本方案计算得到的大气加热率的精度最高.

[1] Liang Z C, Jin Y Q 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2239 (in Chinese) [梁子长、金亚秋 2002 物理学报 **51** 2239]  
 [2] Liang Z C, Jin Y Q 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 247 (in Chinese) [梁子长、金亚秋 2003 物理学报 **52** 247]  
 [3] Duan M Z, Guo X 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1353 (in Chinese) [段民征、郭霞 2009 物理学报 **58** 1353]  
 [4] Han Y, Wang T J, Rao R Z, Wang Y J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7396 (in Chinese) [韩永、王体健、饶瑞中、王英俭 2008 物理学报 **57** 7396]

[5] Zuo H Y, Yang J G 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6132 (in Chinese) [左浩毅 杨经国 2007 物理学报 **56** 6132]  
 [6] Du H D, Huang S X, Shi H Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7685 (in Chinese) [杜华栋、黄思训、石汉青 2008 物理学报 **57** 7685]  
 [7] Goody R M, Yung Y L 1989 *Atmospheric radiation: theoretical basis* (Oxford: Oxford University Press) p49  
 [8] Rodgers C D, Walshaw C D 1966 *Quart. J. Roy. Met. Soc.* **92** 67

- [9] Shi G Y 1984 *Sci. China Ser. B* **24** 378 (in Chinese) [石广玉 1984 中国科学 B **24** 378]
- [10] Xu L, Shi G Y 1985 *Adv. Atoms. Sci.* **2** 531
- [11] Shi G Y, Qu Y N 1985 *Chin. Sci. Bull.* **24** 1887 (in Chinese) [石广玉、曲燕妮 1985 科学通报 **24** 1887]
- [12] Zhang H, Shi G Y 2001 *J. Quant. Spectro. Radia. Trans.* **70** 367
- [13] McClatchey R A, Fenn R W, Selby J E A, Volz F E, Garing J S 1972 *Optical Properties of the Atmosphere* 3rd edn (AFCRL-72-0497, Air Force Geophysics Laboratory, Hanscom AFB, Massachusetts).
- [14] Zhang H, Nakajima T, Shi G Y, Suzuki T, Imasu R 2003 *J. Geophys. Res.* **108** 4641
- [15] Zhang H, Shi G Y, Nakajima T, Suzuki T 2006 *J. Quant. Spectro. Radia. Trans.* **98** 31
- [16] Zhang H, Suzuki T, Nakajima T, Shi G Y, Zhang X Y, Liu Y 2006 *Opt. Eng.* **45** 016002
- [17] Shen Z P, Zhang H 2009 *Acta Energetica Sol. Sin.* **30** 1389 (in Chinese) [沈钟平、张 华 2009 太阳能学报 **30** 1389]
- [18] Nakajima T, Tsukamoto M, Tsushima Y, Numaguti A, Kimura T 2000 *Appl. Opt.* **39** 4869

## A new approach to deal with diffusivity factor\*

Zhang Feng<sup>1) 2)</sup> Zhang Hua<sup>2) †</sup> Shen Zhong-Ping<sup>3)</sup> Wei Xiao-Dong<sup>1)</sup>

1) (Chinese Academy of Meteorological Sciences, Beijing 100081, China)

2) (National Climate Center, China Meteorological Administration, Beijing 100081, China)

3) (Shanghai Climate Center, Shanghai 200030, China)

(Received 6 February 2010; revised manuscript received 18 March 2010)

### Abstract

In this paper, a new scheme, which is more precise in comparison with the previous ones in dealing with diffusivity factor is presented. The new scheme and the previous ones are applied to a radiative transfer model to calculate the atmospheric heating rate. The results show that the new scheme is generally better than previous ones, especially in the upper atmosphere at a height of more than 45 km.

**Keywords:** diffusivity factor, exponential integral, heating rate

**PACS:** 07.57.Hm, 42.68.Ay, 42.68.Ca

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 40775006) and the National Basic Research Program of China (Grant No. 2011CB403405).

† Corresponding author. E-mail: huazhang@cma.gov.cn