

光子带隙谐振腔回旋管振荡器的 自洽非线性理论*

罗尧天[†] 唐昌建

(四川大学物理科学与技术学院, 成都 610065)

(2010年1月11日收到; 2010年3月19日收到修改稿)

定义了光子带隙谐振腔 (photonic-band-gap cavity, PBGC) 的等效半径, 论证了使用该半径将 PBGC 等效为具有模式选择性的金属圆柱谐振腔的有效性, 揭示了其在 PBGC 设计过程中的指导性作用. 基于等效半径的运用, 建立起光子带隙谐振腔回旋管振荡器 (PBG 回旋管) 的自洽非线性理论, 并对工作于 TE_{32} 模的 PBG 回旋管作了理论分析和数值计算. 目前的研究表明: 高频电磁场沿角向呈行波或驻波的不同极化形式对 PBG 回旋管的注-波相互作用过程具有较大的影响; 较之电子回旋基波, 该器件中二次谐波与 TE_{-32} 模式波的相互作用效率更高, 提示由于 PBGC 优秀的选模能力, 可望实现回旋管中高阶横向电磁模与高次电子回旋谐波的有效耦合, 为相关研究提供了新的线索.

关键词: 光子带隙谐振腔, 等效半径, 回旋管, 自洽非线性理论

PACS: 41.20.-q, 42.70.Qs, 84.40.lk

1. 引言

回旋管这一极具研发潜力的电磁辐射源, 因受谐振腔小尺度的制约或过模工作引起的模式竞争等困难^[1,2], 限制着器件在效率、频率及功率等重要技术指标上的兼顾提高. 此外, 普通回旋管一般工作在电子回旋基波, 外加磁场随工作频率的升高而升高, 这就使得电磁铁系统过于庞大, 不利于许多场合的实际应用^[3]. 因此, 要从根本意义上充分挖掘回旋管的潜力, 必须解决以下两个问题: 1) 利用怎样的超尺度相互作用谐振腔, 实现高阶横向单模工作; 2) 如何实现在高次电子回旋谐波下的有效运行, 从而降低磁场.

近年来, 受光子晶体独特电磁特性的启发, 国内外学者将 PBG 结构^[4] 应用于新型微波毫米波电路的设计^[5-11]. MIT 的 PBG 回旋管实验^[12] 表明, PBGC 具有模式纯度高, 横向尺寸大以及易于加工等优点, 能提高回旋管的功率容量、能有效实现高阶横向单模工作, 为从物理上根本改变回旋管的工作状态提供了技术支撑.

据目前所知, 由于边界条件的复杂性, PBG 回

旋管内注-波相互作用过程的研究方法局限于实验测试和计算机三维电磁粒子模拟. 但是, 直接实验经济性不强, 而粒子模拟与理论研究相比, 仍然缺乏对所研究问题的物理解释. 本文定义了 PBGC 的等效半径, 论证了使用该半径将 PBGC 等效为具有模式选择性的金属圆柱谐振腔的有效性, 揭示了其在 PBGC 设计过程中的指导性作用. 在运用等效半径以简化 PBGC 边界条件的基础上, 建立起 PBG 回旋管的自洽非线性理论, 并对其注-波相互作用过程作了理论分析和数值计算. 通过目前研究, 得到了一些重要的结论.

2. PBGC 的等效半径与设计

如图 1 所示, 在横向呈 2D 正三角格子周期排列的有限金属圆柱阵列中心抽取 7 根柱子, 得到具有模式选择性的 PBGC, 其缺陷区的内切圆半径为

$$R_e = \sqrt{3}a - r. \quad (1)$$

假设可以将 PBGC 视作半径为 R_e 且具有模式选择性的金属圆柱谐振腔, 则其在 TE_{mn} 模式下的横向截止频率为

* 国家自然科学基金 (批准号: 60871063) 资助的课题.

[†] E-mail: luoyaotian@yahoo.cn

$$f_{mn} = \frac{cx'_{mn}}{2\pi R_e}, \quad (2)$$

式中 x'_{mn} 为 m 阶贝塞尔函数一阶倒数 $J'_m(x)$ 的第 n 个根. 将(1)式代入(2)式可得

$$c/f_{mn}a = (2\pi/x'_{mn})(\sqrt{3} - r/a). \quad (3)$$

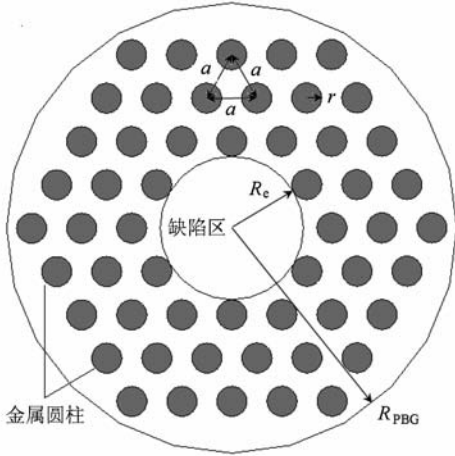


图1 基于2D正三角格子金属圆柱光子晶体的PBGC横截面示意图(a 是晶格常数, r 是金属圆柱半径, R_e 是缺陷区内切圆半径, R_{PBG} 是PBGC的总体半径)

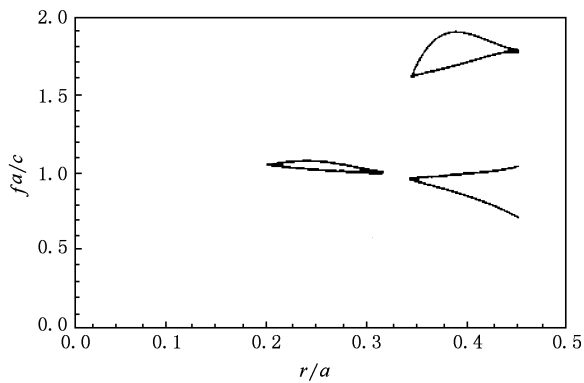


图2 理想2D正三角格子金属圆柱光子晶体TE波全局带隙图(横坐标 r/a 是半径周期比,纵坐标 fa/c 是归一化频率,其中 f 为频率, c 为真空中的光速)

图2是理想^[13]2D正三角格子金属圆柱光子晶体的TE波全局带隙图^[6],两条曲线之间的区域即为归一化全局带隙.将不同的 x'_{mn} 值代入(3)式并以 r/a 为自变量作图可得到一组曲线,再将这组曲线的纵坐标的倒数 $f_{mn}a/c$ 限制在图2给出的归一化全局带隙内,可得到PBGC中不同 TE_{mn} 模式的归一化横向截止频率的倒数 $c/f_{mn}a$ 随 r/a 的变化关系,如图3所示.在设计PBGC时,可先根据图3选择合适的 r/a 值,使得腔内只存在 TE_{mn} 单模,再将该 r/a 值

和PBGC回旋管的参考工作频率 f_0 代入(3)式,从而确定腔体的晶格常数 a .

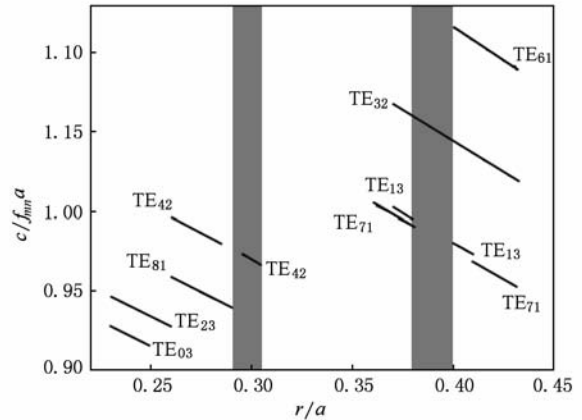


图3 图1所示PBGC中不同 TE_{mn} 模式的归一化截止频率的倒数 $c/f_{mn}a$ 与 r/a 的关系图(阴影部分表示该腔体能够单模工作时 r/a 的取值区间)

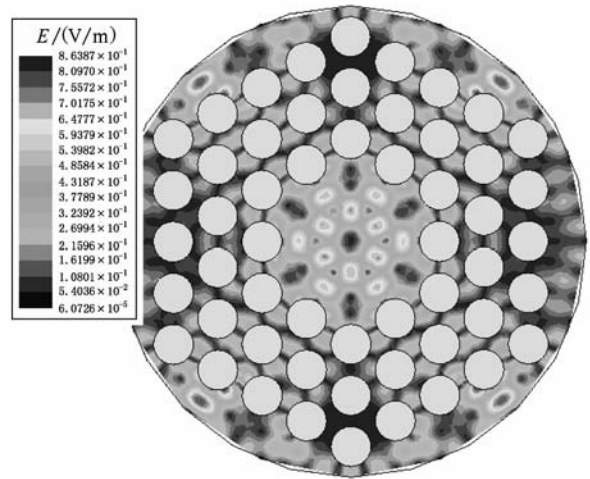


图4 $r/a = 0.39, a = 8.15$ 时PBGC中 TE_{32} 模式电场幅值横向分布图

在普通金属圆柱谐振腔中, TE_{32} 模的主要竞争模式为 TE_{71}, TE_{61} 和 TE_{13} 模.但是当 r/a 位于区间(0.38—0.40)上时,由图3可知,PBGC中仅存在 TE_{32} 单模.设PBGC回旋管的参考工作频率 $f_0 = 35$ GHz,选取 $r/a = 0.39$,相应的 $a = 8.15$ mm.为检验该组参数下PBGC内的实际模式性质,使用三维高频结构仿真软件HFSS对其本征模式进行模拟,结果如图4所示,可以看出此时PBGC对 TE_{32} 模的约束很差.在增加缺陷区外金属柱的层数到4层后,约束效果也没有显著改善.以上结果说明在设计PBGC时仅依据全局带隙图是不够的,因为图2的

描述是基于理想 2D 正三角格子金属圆柱光子晶体,而实际的 PBGC 必然是有限结构. 另外,对于某些频率不在全局带隙内的模式而言,仅需局部带隙^[6]就足以将其约束于缺陷中,所以必须有其他的途径来检查 PBGC 中实际的模式性质.

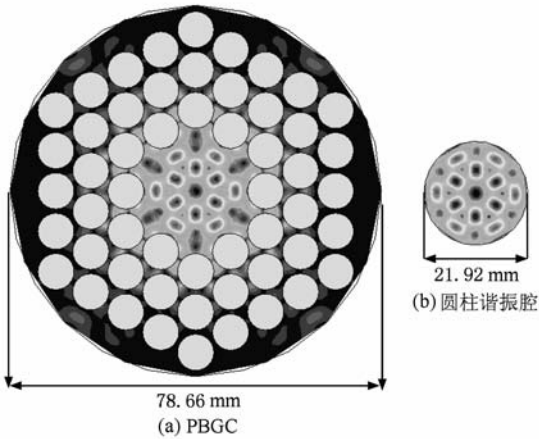


图 5 (a) $r/a=0.45, a=8.55$ 时 PBGC 中 TE_{32} 模式电场幅值横向分布图, $f_{32} = 35.20$ GHz; (b) 普通金属圆柱谐振腔中 TE_{32} 模式电场幅值横向分布图, $f_{32} = 35.33$ GHz

在模拟过程中我们发现通过适当增大 r/a 的值,能够增强 PBGC 对缺陷模式的约束能力. 经过大量的计算分析,我们最终调整 PBGC 的结构参数为 $r/a=0.45$,相应的 $a=8.55$ mm,并由(1)和(2)式分别得出其 $R_e=10.96$ mm 以及 $f_{32}=34.92$ GHz. 对于该组参数,PBGC 中 TE_{32} 模和半径为 R_e 的普通金属圆柱谐振腔中 TE_{32} 模的 HFSS 模拟结果分别如图 5(a)和(b)所示. 比较图 4 与图 5(a)可以发现,调整结构参数后的 PBGC 对高频场的约束效果比较理想,并且更粗的金属杆能够承受更大的热损耗,有利于提高腔体功率容量. 比较图 5(a)和(b)能够看出,和 PBGC 缺陷区内切圆有相同半径 R_e 的普通金属圆柱谐振腔内的 TE_{32} 模式与 PBGC 内的实际模式几乎完全一致. 另外,在模拟过程中还发现在该 PBGC 中 TE_{71} 模没有出现,并且 TE_{61} 和 TE_{13} 模都非常弱,无法对 TE_{32} 模构成竞争,使其完全能够单模工作.

综上所述,有理由定义缺陷区的内切圆半径 R_e 为等效半径,由此可将 PBGC 等效成具有模式选择性的金属圆柱谐振腔,从而为 PBG 回旋管内注-波相互作用过程的理论研究创造条件.

3. 回旋管振荡器 TE_{mn} 模式自洽非线性理论

如图 6 所示,等效半径为 R_e 的 PBG 回旋管中,忽略电子注对高频场的扰动, TE_{mn} 模式的横向电场 E_{\perp} 在波导轴坐标系下的复数形式为

$$E_{\perp}(R, t) = A(z, t) \hat{z} \times \nabla_{\perp} \Psi_{mn}^{\pm} e^{-j\omega_0 t}, \quad (4)$$

式中 $\omega_0 = 2\pi f_0$, $A(z, t)$ 是与场幅和漂移相位有关的复函数, Ψ_{mn}^{\pm} 是圆柱形腔内场的位函数,其数学形式为

$$\Psi_{mn}^{\pm} = C_{mn} J_m(k_{mn} R) e^{\pm jm\varphi}, \quad (m \geq 0), \quad (5)$$

式中 J_m 是 m 阶贝塞尔函数, k_{mn} 是横向波数,“+”和“-”分别表示场沿角向的旋转方向与电子回旋方向一致(角向右旋行波)和相反(角向左旋行波),归一化系数 $C_{mn} = [\sqrt{\pi(x_{mn}^{\prime 2} - m^2)} J_m(k_{mn} R_e)]^{-1}$ ^[14]. 忽略空间电荷效应,电流对横向电场的激励可由含源波动方程表示为

$$\nabla^2 E_{\perp} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_{\perp}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial J_{\perp}}{\partial t}, \quad (6)$$

式中 J_{\perp} 是腔内横向电流密度. 令 $e_{mn}^{\pm}(R, \varphi) = \hat{z} \times \nabla_{\perp} \Psi_{mn}^{\pm}$,将(4)和(5)式代入方程(6),利用场的缓变条件 $\omega_0 A(z, t) \gg \partial A(z, t) / \partial t$ 可解出

$$e_{mn}^{\pm} \left\{ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\omega_0^2}{c^2} - k_{mn}^2 \right) A(z, t) + \frac{2j\omega_0}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} A(z, t) \right\} e^{-j\omega_0 t} = \mu_0 \frac{\partial J_{\perp}}{\partial t}. \quad (7)$$

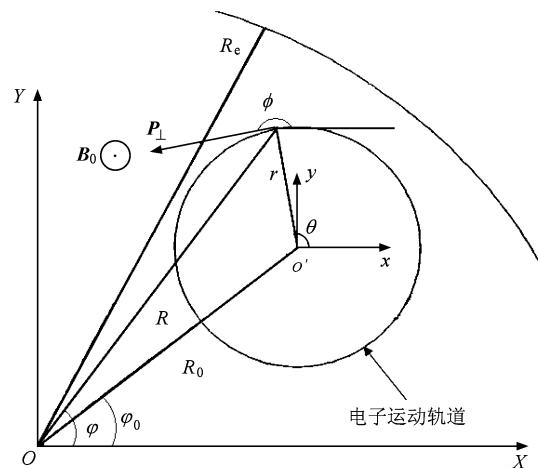


图 6 腔体横截面上电子运动示意图((R, φ, z) 表示波导轴坐标系, (r, θ, z) 表示电子回旋引导中心坐标系)

上式两边点乘 $(\mathbf{e}_{mn}^\pm e^{-j\omega_0 t})^*$,然后在腔体横截面 S 上积分得

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\omega_0^2 - \omega_c^2}{c^2} + \frac{2j\omega_0}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \right\} A(z, t) = \int_S \mu_0 \frac{\partial \mathbf{J}_\perp}{\partial t} \cdot (\mathbf{e}_{mn}^\pm)^* e^{j\omega_0 t} ds, \quad (8)$$

式中 ω_c 是腔体横向截止角频率.由于电子的周期运动, \mathbf{J}_\perp 的复数形式^[15]为

$$\mathbf{J}_\perp = \mathbf{J}_\omega e^{-j\omega_0 t}, \quad (9)$$

式中 \mathbf{J}_ω 是电流密度的平均值.用 $A(z, t)$ 及其共轭复数 $A^*(z, t)$ 分别乘以(8)式及其共轭,再沿 z 方向积分,整理后得

$$\begin{aligned} & \int_0^L \left[A^* \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + A \frac{\partial^2 A^*}{\partial z^2} + 2 \frac{\omega_0^2 - \omega_c^2}{c^2} A A^* \right. \\ & \left. + 2j \frac{\omega_0}{c^2} \left(A^* \frac{\partial A}{\partial t} - A \frac{\partial A^*}{\partial t} \right) \right] dz \\ & = -j\mu_0 \omega_0 \int_V \left\{ A^* [\mathbf{J}_\omega \cdot (\mathbf{e}_{mn}^\pm)^*] \right. \\ & \left. - A [\mathbf{J}_\omega^* \cdot \mathbf{e}_{mn}^\pm] \right\} dv, \\ & \int_0^L \left[A^* \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} - A \frac{\partial^2 A^*}{\partial z^2} + 2j \frac{\omega_0}{c^2} \frac{\partial |A|^2}{\partial t} \right] dz \\ & = -j\mu_0 \omega_0 \int_V \left\{ A^* [\mathbf{J}_\omega \cdot (\mathbf{e}_{mn}^\pm)^*] \right. \\ & \left. + A [\mathbf{J}_\omega^* \cdot \mathbf{e}_{mn}^\pm] \right\} dv, \quad (10) \end{aligned}$$

式中 L 是腔体长度, V 为腔内体积.在腔内,设^[16]

$$A(z, t) = a(t) e^{-j\psi(t)} f(z), \quad (11)$$

式中 $a(t)$ 和 $\psi(t)$ 分别是自洽场幅值的时间因子和漂移相位, $f(z)$ 是场的纵向分布函数,取高斯分布的形式^[17]

$$f(z) = \exp[-k_z^2(z - \sigma L)^2], \quad (0 \leq \sigma \leq 1), \quad (12)$$

σ 是场的分布参数, k_z 是纵向波数.令

$$N = \int_0^L |f(z)|^2 dz, \quad (13)$$

不考虑 PBGC 的欧姆损耗,可从方程组(10)中解出

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= -\frac{c^2}{4N\mu_0} S^\pm(t) - \frac{\omega_0}{2Q_d} a(t), \\ \frac{d\psi}{dt} &= -\frac{\omega_0^2 - \omega_r^2}{2\omega_0} - j \frac{\mu_0 c^2}{4Na} U^\pm(t), \quad (14) \end{aligned}$$

称方程组(14)为自洽非线性暂态过程的基本方程组,它决定了自洽场的暂态过程特性,式中 Q_d 是腔

体的绕射品质因数, ω_r 是腔体的本征角频率, $S^\pm(t)$ 和 $U^\pm(t)$ 定义为注-波相互作用耦合函数,其数学形式为

$$\begin{aligned} S^\pm(t) &= \int_V f(z) \left\{ [\mathbf{J}_\omega \cdot (\mathbf{e}_{mn}^\pm)^*] e^{j\psi(t)} \right. \\ & \left. + [\mathbf{J}_\omega^* \cdot \mathbf{e}_{mn}^\pm] e^{-j\psi(t)} \right\} dv, \\ U^\pm(t) &= \int_V f(z) \left\{ [\mathbf{J}_\omega \cdot (\mathbf{e}_{mn}^\pm)^*] e^{j\psi(t)} \right. \\ & \left. - [\mathbf{J}_\omega^* \cdot \mathbf{e}_{mn}^\pm] e^{-j\psi(t)} \right\} dv. \quad (15) \end{aligned}$$

由方程组(15)可以看出,耦合函数是由高频场和电子注电流共同决定的,物理上表征注-波相互作用的基本特征.在场力的作用下,单电子的动力学方程为

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{P}}{dt} + \frac{|e|\hbar}{\gamma m_0} \mathbf{P} \times \mathbf{B}_0 \\ = -|e|\hbar \left(\mathbf{E} + \frac{1}{\gamma m_0} \mathbf{P} \times \mathbf{B} \right), \quad (16) \end{aligned}$$

式中 m_0 是电子静止质量, \mathbf{B}_0 是外加轴向磁场, γ 是电子的相对论因子.由能量关系可得

$$\frac{d(\gamma m_0 c^2)}{dt} = -|e|\hbar \mathbf{v} \cdot \mathbf{E}, \quad (17)$$

式中 \mathbf{v} 为电子速度.设 TE_{mn} 模式下高频场沿 PBGC 角向呈行波,各场分量如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_\perp(\mathbf{R}, t) &= \text{Re} \left\{ A(z, t) \mathbf{e}_{mn}^\pm(\mathbf{R}, \varphi) e^{-j\omega_0 t} \right\}, \\ \mathbf{B}_\perp(\mathbf{R}, t) &= \text{Re} \left\{ G(z, t) \mathbf{b}_{mn}^\pm(\mathbf{R}, \varphi) e^{-j\omega_0 t} \right\}, \\ B_z(\mathbf{R}, t) &= \text{Re} \left\{ j \frac{k_{mn}^2}{\omega_0} A(z, t) \left[\frac{\omega_0 - d\psi/dt}{\omega_0} \right. \right. \\ & \left. \left. - j \frac{da/dt}{a\omega_0} \right] \Psi_{mn}^\pm e^{-j\omega_0 t} \right\}, \quad (18) \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_{mn}^\pm(\mathbf{R}, \varphi) &= -\nabla_\perp \Psi_{mn}^\pm, \\ G(z, t) &= -\frac{j}{\omega_0} \left[\frac{\omega_0 - d\psi/dt}{\omega_0} - j \frac{da/dt}{a\omega_0} \right] \\ & \quad \times \frac{\partial}{\partial z} A(z, t). \end{aligned}$$

本文采用如下的归一化体系:长度对 R_e 归一($\bar{z} = z/R_e$);角频率对 c/R_e 归一($\bar{\omega}_0 = \omega_0 R_e/c$);时间对 $1/\omega_0$ 归一($\bar{t} = t\omega_0$);动量对 $m_0 c$ 归一($\bar{P} = P/m_0 c$);角波数对 $1/R_e$ 归一($\bar{k}_{mn} = k_{mn} R_e$);磁场对 $m_0 c/|e|\hbar R_e$ 归一($\bar{B} = |e|\hbar R_e B/m_0 c$);电场对 $m_0 c^2/|e|\hbar R_e$ 归一($\bar{E} = |e|\hbar R_e E/m_0 c^2$);微商变换 $\frac{d}{dt} = \frac{\bar{P}_z c}{R_e \gamma}$

$\frac{d}{dz}$. 在图 6 所示的电子回旋引导中心坐标系中, 将

(18), (16) 和 (17) 式进行展开并归一化处理后得到

$$\begin{aligned}
 \frac{d\bar{P}_\perp}{dz} &= -(\pm)^s \frac{\gamma}{\bar{P}_z} \bar{a} J'_s(\bar{k}_{mn}\bar{r}) \operatorname{Re} \left\{ \left[f(\bar{z}) + j\Lambda \frac{\bar{P}_z}{\gamma\bar{\omega}_0} \frac{df(\bar{z})}{d\bar{z}} \right] e^{-j(\zeta^\pm + \psi)} \right\}, \\
 \frac{d\bar{P}_z}{dz} &= (\pm)^s \frac{\bar{P}_\perp}{\bar{P}_z \bar{\omega}_0} \bar{a} J'_s(\bar{k}_{mn}\bar{r}) \operatorname{Re} \left\{ j \frac{df(\bar{z})}{d\bar{z}} \Lambda e^{-j(\zeta^\pm + \psi)} \right\}, \\
 \frac{d\gamma}{dz} &= -(\pm)^s \frac{\bar{P}_\perp}{\bar{P}_z} \bar{a} J'_s(\bar{k}_{mn}\bar{r}) \operatorname{Re} \left\{ f(\bar{z}) e^{-j(\zeta^\pm + \psi)} \right\}, \\
 \frac{d\zeta^\pm}{dz} &= (\pm)^s \frac{\gamma s^2}{\bar{P}_\perp \bar{P}_z} \bar{a} \frac{J_s(\bar{k}_{mn}\bar{r})}{\bar{k}_{mn}\bar{r}} \operatorname{Re} \left\{ j \left[f(\bar{z}) + \Lambda \left(j \frac{\bar{P}_z}{\gamma\bar{\omega}_0} \frac{df}{d\bar{z}} - \frac{\bar{k}_{mn}^2 \bar{P}_\perp^2}{s\gamma\bar{\omega}_0 \Omega_0} f(\bar{z}) \right) \right] e^{-j(\zeta^\pm + \psi)} \right\} \\
 &\quad + \bar{\omega}_0 \left(1 - \frac{s\Omega_0}{\bar{\omega}_0 \gamma} \right) \frac{\gamma}{\bar{P}_z},
 \end{aligned} \tag{19}$$

式中 s 是谐波数, $\Lambda = 1 - \frac{d\psi}{dt} - j \frac{d\bar{a}/d\bar{t}}{\bar{a}}$, \bar{P}_\perp 和 \bar{P}_z 分别是归一化横向和纵向动量, 归一化场幅因子 $\bar{a} = \frac{|e|}{m_0 c^2} x'_{mn} C_{mn} J_{m\mp s}(k_{mn} R_0) a(t)$, R_0 是电子回旋引导中心半径(电子注半径), 缓变相角变量

$$\begin{aligned}
 \zeta^\pm &= (\omega_0 - s\Omega_0/\gamma_0)\tau + \omega_0 t_0 - s\phi \\
 &\quad + (\mp m + s)\varphi_0,
 \end{aligned} \tag{20}$$

式中相位变化量 ϕ 用来描述电子与高频场相互作用的角向群聚, φ_0 是引导中心的极角坐标, $\Omega_0 = |e|B_0/m_0$ 是电子的非相对论回旋频率, t_0 和 $\tau = t - t_0$ 分别是电子进入相互作用区的初始时刻和停留时间, γ_0 是电子相对论因子的初值.

设回旋管的直流工作电流为 I_0 , 则横向电流密度可写为^[15]

$$\mathbf{J}_\perp = -(I_0/v_z)\mathbf{v}_\perp, \tag{21}$$

式中 \mathbf{v}_\perp 是电子的横向速度, v_z 是电子速度的轴向分量. 将上式代入方程组 (15), 经复杂的数学推导后得到归一化耦合函数

$$\begin{aligned}
 \bar{S}^\pm &= (\pm)^s C_0^\pm \int_0^{\bar{L}} f(\bar{z}) \\
 &\quad \times \left\langle \frac{\bar{P}_\perp}{\bar{P}_z} J'_s(\bar{k}_{mn}\bar{r}) \cos(\zeta^\pm + \psi) \right\rangle_{\zeta\bar{\sigma}} d\bar{z}, \\
 \bar{U}^\pm &= (\pm)^s C_0^\pm \int_0^{\bar{L}} f(\bar{z})
 \end{aligned}$$

$$\times \left\langle \frac{\bar{P}_\perp}{\bar{P}_z} J'_s(\bar{k}_{mn}\bar{r}) \sin(\zeta^\pm + \psi) \right\rangle_{\zeta\bar{\sigma}} d\bar{z}, \tag{22}$$

式中 $C_0^\pm = x'^2_{mn} C_{mn}^2 J_{m\mp s}^2(\bar{k}_{mn}\bar{R}_0)$ 称为注-波耦合系数, $\langle \dots \rangle_r$ 表示在变量 Γ 上求平均, ζ_0^\pm 是电子缓变相角变量的初值. 由于对同一周期函数求平均与初值无关, 即 $\langle \dots \rangle_{\zeta\bar{\sigma}} = \langle \dots \rangle_{\zeta_0\bar{\sigma}}$, 所以对偶次谐波, 两个不同转向的角向行波场与电子注之间相互作用耦合差别仅来源于 C_0^\pm ; 对于奇次谐波, 由于方程组 (19) 和 (22) 中所有方程的右端都同时改变符号, 以上结论也完全成立. 由于 C_0^\pm 还与工作模式有关, 因此对于给定的工作模式, 可以通过选择 \bar{R}_0 的值得到以下三种沿角向呈不同极化形式的高频场:

1) 如果 $J_{m+s}^2(\bar{k}_{mn}\bar{R}_0) = 0$, 但 $J_{m-s}^2(\bar{k}_{mn}\bar{R}_0)$ 较大, 回旋管只能激发角向右旋行波场;

2) 如果 $J_{m-s}^2(\bar{k}_{mn}\bar{R}_0) = 0$, 但 $J_{m+s}^2(\bar{k}_{mn}\bar{R}_0)$ 较大, 回旋管只能激发角向左旋行波场;

3) 如果 $J_{m+s}^2(\bar{k}_{mn}\bar{R}_0) = J_{m-s}^2(\bar{k}_{mn}\bar{R}_0)$, 此时两种不同转向的行波场与电子群之间存在完全相同的耦合, 回旋管必然激发角向驻波场.

角向驻波场与角向行波场结构不同, 与电子注的相互作用物理过程也有所不同. 对于角向驻波场而言, 角向位于场最大附近的电子群与场有较强的相互作用, 因而在谐振条件下可以有效的交出能量; 而

角向位于场为零附近的电子群与场几乎没有能量交换,因而相互作用效率很低.相反,由于角向行波场沿角向旋转运动,故不论位于角向什么位置的电子群在一个周期内都能同等的与场进行有效的作用,因此整个腔内的电子与场的相互作用比较均匀.

将暂态过程的基本方程组(14)归一化后得到

$$d\bar{a}/d\bar{t} = -\bar{a}/2Q_d + \bar{I}_0\bar{S}, \quad (23a)$$

$$d\psi/d\bar{t} = -\Delta\omega_0/\omega_0 + \bar{I}_0\bar{S}/\bar{a}, \quad (23b)$$

式中 $\Delta\omega_0 = \omega_0 - \omega_r$, 归一化电流 $\bar{I}_0 = |e|\mu_0 I_0/m_0\omega_0 N$. 设回旋管的实际工作角频率 $\omega = \omega_0 + d\psi/dt$, 联系(23b)式可以得出频率漂移

$$F_s = (\omega - \omega_0)/\omega_0 = -(\omega_0 - \omega_r)/\omega_0 - \bar{I}_0\bar{U}/\bar{a}, \quad (24)$$

注-波相互作用效率 $\eta = P_{out}/I_0 V_0$, 式中 V_0 为回旋管的工作电压, P_{out} 为输出功率. 谐振腔中的平均储能 $W = \frac{1}{2}\epsilon_0 \int_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* dv$, 根据 $Q = \frac{W\omega}{P}$, 则

$$P_{out} = \frac{N\omega_0}{2\mu_0 Q_d} \left[\frac{\bar{a}(t)m_0 c}{|e|x'_{mn} C_{mn} J_{m\mp s}(\bar{k}_{mn} \bar{R}_0)} \right]^2. \quad (25)$$

在给定的工作参数下, 自洽求解方程组(19), (22)和(23)并结合(24)和(25)式, 即可对回旋管在角向行波场情况下的注-波相互作用过程进行数值计算和分析.

由以上的分析可以看出, 电子回旋引导中心坐标系下的推导结果具有明确的物理含义, 有助于分析不同的工作参数(归一化电子注半径、高频场模式和电子回旋谐波等)对回旋管工作特性(高频场沿角向极化形式、相互作用效率等)的影响. 但是, 如果高频场沿角向呈驻波, 此时在电子回旋引导中心坐标系下联立求解驻波场方程和(16), (17)式将面临数学上的困难, 因此只能在波导轴坐标系下求解^[18].

4. TE₃₂ 模 PBG 回旋管注-波相互作用过程的数值计算和分析

本文研究的 TE₃₂ 模 PBG 回旋管的基本工作参数如表 1 所示.

表 1 PBG 回旋管的基本工作参数

| f_0/GHz | R_c/mm | L/mm | Q_d | V_0/kV | I_0/kA | α |
|------------------|-----------------|---------------|-------|-----------------|-----------------|----------|
| 35 | 10.96 | 40 | 250 | 650 | 1.5 | 1 |

电子回旋谐振条件

$$\omega_0 - k_z v_z - s\Omega_c \geq 0, \quad (26)$$

式中 v_z 是电子的轴向速度, $\Omega_c = \frac{|e|B_0}{m_0\gamma}$ 是电子的相对论回旋频率. 根据表 1 和(26)式, 当 PBG 回旋管工作在电子回旋基波($s=1$)或二次谐波时($s=2$), 可选择外加轴向磁场分别为 $B_0 = 2.45 \text{ T}$ 和 $B_0 = 1.25 \text{ T}$. 此时, TE_{±32} 模式的耦合系数随归一化电子注半径 \bar{R}_0 的变化关系如图 7 所示: 当 $\bar{R}_0 = 0.6487$, 由于 TE₊₃₂¹ 的耦合系数近似为零而 TE₋₃₂¹ 具有较大的耦合系数数值, 因此腔中必然激发 TE₋₃₂¹ 角向左旋行波场; 同理, 当 $\bar{R}_0 = 0.8684$, 腔中必然激发 TE₋₃₂² 角向左旋行波场; 当 $\bar{R}_0 = 0.7959$ 或 $\bar{R}_0 = 0.5247$, 由于 TE₊₃₂¹ 与 TE₋₃₂¹ 有相同大小的耦合系数, 因此腔中必然激发 TE₃₂¹ 角向驻波场.

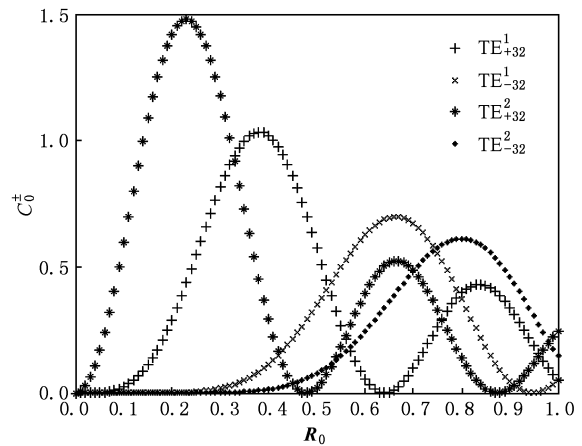


图 7 TE₃₂ 模式的注-波耦合系数随归一化电子注半径的变化 (上标 1 和 2 分别表示基波与二次谐波, 下标中的符号 + 和 - 分别表示角向右旋和左旋行波场)

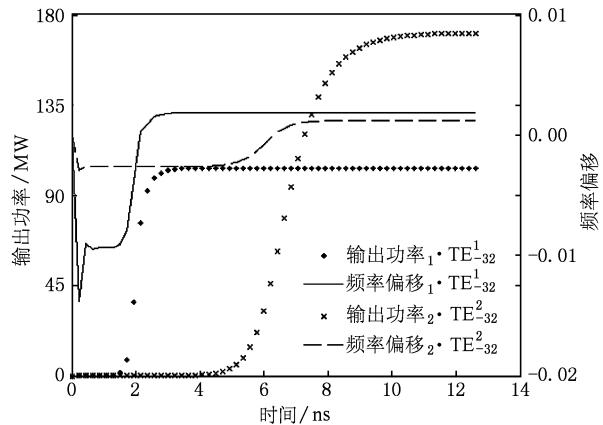


图 8 高频场沿角向呈行波状态时, 输出功率和频率偏移随时间的变化, 此处上、下标的规定同图 7

采用以上参数对 PBG 回旋管的注-波相互作用过程作了自洽非线性数值计算,结果如图 8、图 9 和表 2 所示.

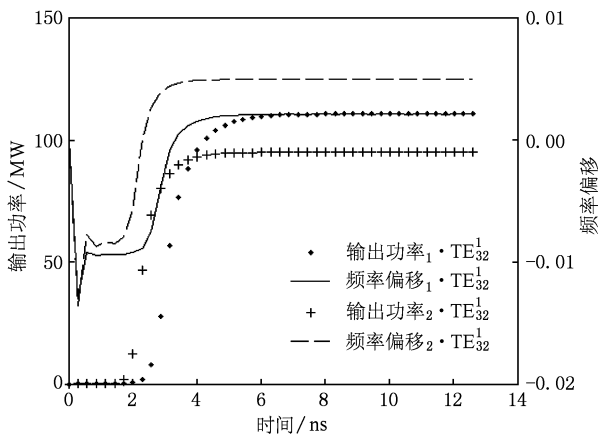


图9 高频场沿角向呈驻波状态时,输出功率和频率偏移随时间的变化(输出功率和频率偏移下标上的 1 和 2 分别对应基波工作时归一化电子注半径 0.7959 和 0.5247,其余同图 7)

表2 不同电子注半径下高频场的模式,电子回旋谐波和相互作用效率

| 归一化电子注半径 \bar{R}_0 | 高频场角向极化形式 | 谐波数 s | 注-波相互作用效率 $\eta/\%$ |
|----------------------|-------------------|---------|---------------------|
| 0.5247 | TE ₃₂ | 1 | 9.75 |
| 0.6487 | TE ₋₃₂ | 1 | 10.61 |
| 0.7959 | TE ₃₂ | 1 | 11.37 |
| 0.8684 | TE ₋₃₂ | 2 | 17.51 |

从以上结果中可以看出:同 TE₃₂ 模角向驻波场相比,TE₋₃₂ 模角向行波场与电子回旋基波的相互作用效率更高;同电子回旋基波相比,二次谐波与 TE₋₃₂ 模角向行波场的相互作用效率更高.

5. 结 论

本文给出了光子带隙谐振腔回旋管振荡器的自洽非线性理论研究方法.通过目前的研究可以得到如下的结论:

1. 通过适当的选择 PBGC 的 r/a 值,可使其工作于高阶横向电磁单模.
2. 可以使用缺陷区的内接圆半径 R_c 将 PBGC 等效为一个具有模式选择性的金属圆柱谐振腔,从而使 PBG 回旋管注-波相互作用过程的理论研究得以实现.
3. 通过调整电子注的半径,能够控制器件内高频电磁场沿角向的极化形式;较之 TE₃₂ 模角向驻波场,TE₋₃₂ 模角向行波场与电子回旋基波的相互作用效率更高.
4. 同电子回旋基波相比,PBG 回旋管中二次谐波与 TE₋₃₂ 模角向行波场的相互作用效率更高.由此说明,PBGC 优秀的模式选择能力将使回旋管的高次电子回旋谐波得到有效利用,为深入研究回旋管内高阶横向电磁模与高次电子回旋谐波的相互作用提供了新的线索.

[1] Carmel Y, Chu K R, Dialectis D, Fliflet A W, Read M E, Kim K J, Arfin B, Granatstein V L 1982 *Int. J. IRMM. Waves* **3** 645

[2] Whaley D R, Tran M Q, Tran T M, Antonsen T M 1994 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **22** 850

[3] Chu K R 1978 *Phys. Fluids* **21** 2354

[4] Yablonovitch E, Gmitter T J, Leung K M 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 2295

[5] Shapiro M A, Brown W J, Mastovsky I, Sirigiri J R, Temkin R J 2001 *Phys. Rev. Spl. Topics* **4** 042001

[6] Smirnova E I, Chen C, Shapiro M A, Sirigiri J R, Temkin R J 2002 *J. App. Phys.* **91** 960

[7] Smirnova E I, Kesar A S, Mastovsky I, Shapiro M A, Temkin R J 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 074801

[8] Hao B L, Liu P K, Tang C J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1862 (in Chinese) [郝保良、刘濮鲲、唐昌建 2006 物理学报 **55** 1862]

[9] Gao X, Yang Z Q, Hou J, Yuan L M, Lan F, Shi Z J, Li D Z, Liang Z 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1105 (in Chinese) [高喜、杨梓强、侯钧、元丽梅、兰峰、史宗军、李大治、梁正 2009 物理学报 **58** 1105]

[10] Liu C, Luo Y T, Tang C J, Liu P K 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 8174 (in Chinese) [刘畅、罗尧天、唐昌建、刘濮鲲 2009 物理学报 **58** 8174]

[11] Liu Y, Gong H R, Wei Y Y, Gong Y B, Wang W X, Liao F J 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 7845 (in Chinese) [刘漾、巩华荣、魏彦玉、龚玉彬、王文祥、廖复疆 2009 物理学报 **58** 7845]

[12] Sirigiri J R, Kreisler K E, Machuzak J, Mastovsky I, Shapiro M A, Temkin R J 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 5628

[13] Kuzmiak V, Maradudin A A, Pincemin F 1994 *Phys. Rev. B* **50** 16835

[14] Fliflet A W 1986 *Int. J. Electron.* **61** 1049

- [15] Fliflet A W, Read M E, Chu K R, Seeley R 1982 *Int. J. Electron.* **53** 505
- [16] Fliflet A W, Manheimer W M 1989 *Phys. Rev. A* **39** 3432
- [17] Danly B G, Temkin R J 1986 *Phys. Fluids* **29** 561
- [18] Li H F, Du P Z 1984 *Acta Electron. Sin.* **12** 76

Self-consistent nonlinear theory of gyrotron oscillator with photonic-band-gap cavity *

Luo Yao-Tian[†] Tang Chang-Jian

(School of Physical Science and Technology, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

(Received 11 January 2010; revised manuscript received 19 March 2010)

Abstract

The effective radius of photonic-band-gap cavity (PBGC) is defined, the validity of using it to treat PBGC as a mode selective cylindrical metal cavity is demonstrated, the guiding role of it in the design of PBGC is revealed, and a self-consistent nonlinear theory is established for gyrotron oscillator with PBGC (PBG gyrotron) based on it. The results of theoretical analysis and numerical calculation show that the azimuthal polarized form (traveling wave or standing wave) of RF field has an obvious effect on the beam-wave interacting process and the device operating at second harmonic can achieve higher electron efficiency than that working at fundamental wave under TE_{-32} mode, which means PBG gyrotron is capable of operating at both high order electromagnetic mode and high order electronic cyclotron harmonic effectively owing to the excellent mode selective ability of PBGC. This gives a new clue to the research of gyrotron oscillator.

Keywords: photonic-band-gap cavity, effective radius, gyrotron, self-consistent nonlinear theory

PACS: 41.20.-q, 42.70.Qs, 84.40.Ik

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60871063).

[†] E-mail: luoyotian@yahoo.cn