

长脉冲抽运光子晶体光纤 四波混频和超连续谱的理论研究*

王彦斌^{1)†} 熊春乐²⁾ 侯静¹⁾ 陆启生¹⁾ 彭杨¹⁾ 陈子伦¹⁾

1) (国防科技大学光电科学与工程学院, 长沙 410073)

2) (悉尼大学物理系, 悉尼, 2006)

(2010年3月9日收到; 2010年3月28日收到修改稿)

本文数值研究了长脉冲抽运光子晶体光纤四波混频和超连续谱的产生. 依据准连续波近似下的相位匹配条件和能量守恒定律, 能够理论上确定在光子晶体光纤正常色散区抽运时, 四波混频效应产生的信号光和空闲光波长; 以及在光纤反常色散区抽运时, 调制不稳现象产生的两个对称旁瓣波长. 利用自适应分步傅里叶法, 定量地模拟了利用波长为 1064 nm 的亚纳秒激光器抽运两种不同色散特性的光子晶体光纤四波混频效应和超连续谱的产生, 模拟结果与实验结果符合非常好.

关键词: 光子晶体光纤, 超连续谱, 四波混频, 自适应分步傅里叶法

PACS: 42.25.Bs, 42.65.Dr, 42.65.Ky, 42.65.Tg

1. 引言

超连续谱由于在超短脉冲的产生、光谱分析、光学相干层析、光计量学、光通信等方面具有重要的应用价值, 而成为非线性光学的研究热点^[1-5]. 光子晶体光纤(PCF)因其独特的色散特性和高非线性而成为产生超连续谱的首选平台^[6,7]. 国内许多文献^[8,9]已经利用分步傅里叶法数值模拟了飞秒脉冲抽运 PCF 产生超连续谱, 但是还没有出现数值模拟几十皮秒量级以上的长脉冲抽运产生超连续谱的文献资料. 原因在于数值模拟长脉冲抽运 PCF 超连续谱的产生主要存在两个难题: 1) 数值模拟精度和选择时间窗口的矛盾; 要保证时域模拟结果的精度, 时域步长 dt 要尽可能小, 由于频域分辨率 df 与 dt 的反比关系, dt 太小会造成 df 过大, 而使频域模拟结果不准确; 更重要的是时间窗口是 $(N-1)$ 与 dt 的乘积, $N=2^n$ 是傅里叶变换的采样点数, N 一定, dt 如果太小, 时间窗口就难以覆盖脉冲的持续时间, 模拟过程能量不能保证守恒; 增大 N 时又会造

成模拟时间的成倍增加, 而超短脉冲的模拟这个问题基本不存在; 2) 空间步长 dz 固定的分步傅里叶法, 难以保证模拟结果的准确性; 因为长脉冲抽运超连续谱的产生, 要经过长脉冲分解成超短脉冲、高阶孤子的形成与分解^[10,11]、孤子相撞与自频移^[12,13]等等非线性效应, 这些非线性效应要求 dz 的长度在演化过程中根据局域目标误差不断调整, 才能保证最终演化结果的准确性.

针对上述问题, 本文合理选择时间步长, 利用自适应分步傅里叶法^[14]数值模拟长脉冲抽运 PCF 四波混频和超连续谱的产生. 首先, 介绍自适应分步傅里叶法求解广义非线性薛定谔方程的理论模型; 接着, 利用相位匹配条件和能量守恒定律, 理论计算在光纤正常色散区抽运时, 四波混频效应产生的信号光和空闲光波长; 以及在反常色散区抽运时, 调制不稳现象产生的两个对称旁瓣波长; 然后, 数值模拟在正常色散区抽运时四波混频效应的产生; 最后我们数值模拟了在 PCF 反常色散区抽运时超连续谱的产生过程, 并与文献[1]中实验结果作对比.

* 教育部新世纪优秀人才支持计划(批准号: NCET-08-0142)和国防科技大学科研计划(批准号: JC-09-07-01)资助的课题.

† E-mail: wangyanbin82@163.com

2. 理论模型

2.1. 初始条件

事实上,任何激光器发射的激光场都伴随有振幅和相位上的随机起伏,这些随机起伏就是噪声,正是由于随机噪声的存在,脉冲光或者连续光才能非线性介质传输中产生四波混频和超连续谱. 为此将输入电场记为^[15]

$$E(z, t) = [A + \delta A(z, t)] \times \exp\{i[\phi + \delta\phi(z, t)]\}, \quad (1)$$

其中, A, ϕ 是稳态时的振幅和相位, $\delta A(z, t), \delta\phi(z, t)$ 是振幅和相位的噪声, 满足 $\delta A(z, t) \ll A(z, t), \delta\phi(z, t) \ll \phi(z, t)$, 且 $\langle \delta A(z, t) \rangle = 0, \langle \delta\phi(z, t) \rangle = 0$, $\langle \rangle$ 表示对整个持续时间求平均.

2.2. 广义非线性薛定谔方程

数值模拟激光场在非线性介质中的传输, 需要求解非线性薛定谔方程, 因为长脉冲分解成超短脉冲后, 会引起复杂的非线性效应, 本文求解延时系中的广义非线性薛定谔方程^[16]

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{1}{2}\alpha A - i \sum_{k \geq 2} \frac{i^k}{k!} \beta_k \frac{\partial^k A}{\partial T^k} \\ = i\gamma \left(1 + \frac{i}{w_0} \frac{\partial}{\partial T} \right) (A(z, T) \\ \times \int_{-\infty}^{+\infty} R(T') |A(z, T - T')|^2 dT', \quad (2) \end{aligned}$$

其中, α 是吸收系数, 由于所用的光纤只有 1 m 长, 而且光纤材料 SiO_2 的损耗很低, 所以损耗项可以忽略不计; β_k 是各阶色散系数, 为了精确计算取到六阶色散; 非线性系数 $\gamma = \frac{2\pi n_2}{\lambda_0 A_{\text{eff}}}$, n_2 是非线性折射率系数, 对于 SiO_2 材料 $n_2 = 3 \times 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$, λ_0 是抽运波长, A_{eff} 是 PCFs 的有效模面积; 响应函数 $R(T)$ 为

$$R(T) = (1 - f_R)\delta(T) + f_R h_R(T), \quad (3)$$

其中, f_R 是延时拉曼响应对非线性极化的贡献, 而拉曼响应函数 $h_R(T)$ 可以近似地表达为

$$h_R(T) = \frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{\tau_1 \tau_2} \exp(-T/\tau_2) \sin(T/\tau_1). \quad (4)$$

对于 SiO_2 材料 $\tau_1 = 12.2 \text{ fs}, \tau_2 = 32 \text{ fs}$.

2.3. 自适应分步傅里叶法和模拟脉宽的选取

自适应分步傅里叶法是指演化步长 dz 不是固

定不变的, 而是根据事先设置的局域目标误差 δ_C 不断调整运行过程中步长 dz 的大小, 来保证最终数值结果的准确性, 其算法见文献[14], 本文设置局域目标误差 $\delta_C = 10^{-5}$.

本文模拟半极大全脉宽为 30 ps、中心波长 1064 nm 的无啁啾高斯脉冲在 PCF 中传输情形. 之所以选取半极大全脉宽为 30 ps, 是因为如果脉宽太窄(几皮秒), 在光纤正常色散区抽运, 由于短脉冲的自相位调制效应会占据主导地位而导致脉冲光谱展宽, 四波混频效应将会难以发生; 而且短脉冲的走离效应也会明显影响四波混频效应的效率, 所以几个皮秒的短脉冲无法代表亚纳秒级的脉冲进行数值模拟. 如果脉宽太宽(几百皮秒), 模拟时间就会非常漫长. 30 ps 脉冲的自相位调制现象不明显; 另外, 根据 30 ps 半极大全脉宽和下文模拟所用的 PCF 参数, 可以估计走离效应的长度(2.8 m)远大于光纤的长度(1 m), 因而可以忽略走离效应; 并且 30 ps 脉冲的模拟时间也较短(大约两天时间). 所以, 30 ps 的脉冲正好平衡这两方面的不利因素, 使得模拟既有可靠性也有可行性. 选取傅里叶变换的采样点数为 $N = 2^{16}$, 时间步长 $dt = 1.5 \text{ fs}$, 该步长是我们经过反复计算合理选取的, 因为在采样点数 N 一定时, 如果时间步长太小, 那么时间窗口就难以覆盖整个脉冲的持续时间; 如果时间步长太大, 由(5)式可知最短波长会变大, 转化到波长空间就难以涵盖超连续谱的产生范围. 如图 1 所示, 时间窗口 $(N-1)dt$ 基本覆盖了整个脉冲的持续时间, 保证了模拟过程中能量守恒. 根据傅里叶变换关系, 时域窗口转化到波长窗口

$$\begin{aligned} \lambda_{\min} &= \frac{\lambda_0}{1 + \frac{\lambda_0}{2cdt}}, \\ \lambda_{\max} &= \frac{\lambda_0}{1 - \frac{\lambda_0}{2cdt}}. \quad (5) \end{aligned}$$

计算可得最小波长为 487.4 nm, 最大波长大于 2000 nm, 满足研究需要.

3. 理论分析与模拟结果

3.1. 理论分析

在 PCF 的正常色散区抽运, 满足相位匹配的条件下可以产生四波混频效应^[1]. 准连续波近似下,

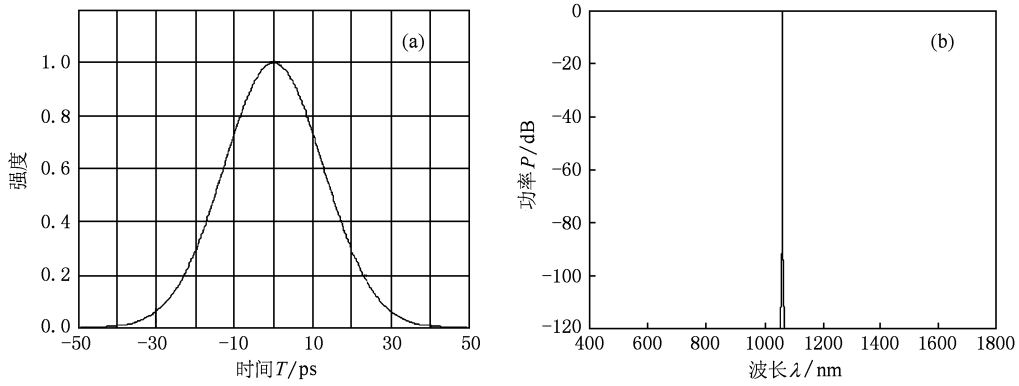


图1 输入脉冲的时域图和频谱

四波混频效应产生的信号光 (signal wave) 和空闲光 (idler wave) 满足相位匹配条件和能量守恒定律

$$2k_{\text{pump}} = k_{\text{signal}} + k_{\text{idler}} + 2\gamma P, \quad (6)$$

$$2w_{\text{pump}} = w_{\text{signal}} + w_{\text{idler}}, \quad (7)$$

其中, $k_{\text{pump}}, k_{\text{signal}}, k_{\text{idler}}$ 和 $w_{\text{pump}}, w_{\text{signal}}, w_{\text{idler}}$ 分别是抽运光、信号光和空闲光的波矢和角频率, 将信号光和空闲光的传播常数分别利用泰勒级数展开, 色散项取到第六阶, 两方程联立可得

$$\beta_2 \Delta w^2 + \frac{1}{12} \beta_4 \Delta w^4 + \frac{1}{360} \beta_6 \Delta w^6 + 2\gamma P = 0, \quad (8)$$

其中, $\Delta w = w_{\text{pump}} - w_{\text{idler}} = w_{\text{signal}} - w_{\text{pump}}$. 数值解方程 (8) 可以得出信号光和空闲光的波长.

在 PCF 的反常色散区抽运由于随机噪声的干扰会出现调制不稳现象, 而调制不稳在频域中表现为产生关于中心频率对称的两个旁瓣, 这两个旁瓣和抽运光同样满足相位匹配条件和能量守恒定律. 因此通过求解方程 (8) 同样可以得出两个对称旁瓣的波长.

3.2. 在正常色散区抽运的四波混频效应

选取文献 [1] 中的 PCF G 作为产生四波混频效应的光纤, 其结构参数: 孔间距 $\Lambda = 3.14 \mu\text{m}$, $d/\Lambda = 0.327$. 利用经验公式 [17] 可以计算其色散曲线, 如图 2 所示, 零色散点在 1088 nm 附近, 与文献 [1] 中的 PCF G 的实验测量 1090 nm 非常相近. 抽运波长 1064 nm 处于 PCF G 的正常色散区. 其各阶色散系数可由下式得到:

$$\beta_m = \left(\frac{d^m \beta}{dw^m} \right)_{w=w_0}, \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (9)$$

求得各阶色散系数 $\beta_2 = 3.21 \times 10^{-27} \text{ s}^2/\text{m}$, $\beta_3 =$

$1.20 \times 10^{-41} \text{ s}^3/\text{m}$, $\beta_4 = -8.46 \times 10^{-56} \text{ s}^4/\text{m}$, $\beta_5 = 1.02 \times 10^{-70} \text{ s}^5/\text{m}$, $\beta_6 = -2.16 \times 10^{-85} \text{ s}^6/\text{m}$. 选取峰值功率 $P = 3000 \text{ W}$, 将 $\beta_2, \beta_4, \beta_6$ 代入方程 (8) 可以得到四波混频产生的信号光和空闲光波长分别为 776 nm 和 1694 nm.

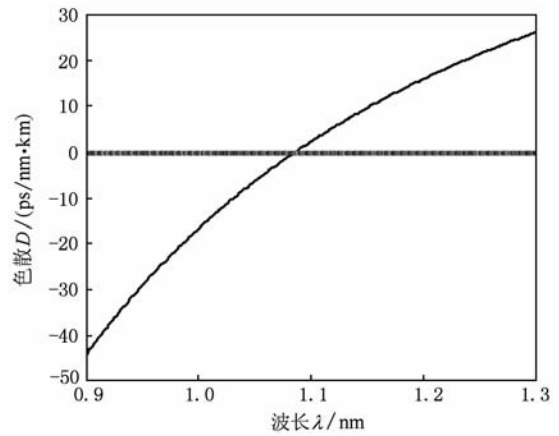


图2 PCF G 的色散曲线

根据以上分析, 并且文献 [18] 就曾用脉宽 125 ps 脉冲来近似 3 ns 的长脉冲抽运, 模拟结果与实验观察相当符合, 因此我们就用半极大全脉宽 30 ps 脉冲来近似模拟文献 [1] 中 600 ps 脉冲的传输. 图 3 (a) 是我们利用自适应分步傅里叶法数值模拟峰值功率 3000 W、半极大全脉宽 30 ps 的高斯脉冲在 1 m 长 PCF G 传输中的输出光谱. 为了检查结果的可靠性, 我们同时模拟了半极大全脉宽 100 ps 高斯脉冲的产生光谱, 如图 3 (b) 所示, 两图非常一致, 都在 775 nm 和 1693 nm 波长附近出现了两个明显的尖峰, 都与文献 [1] 中图 5 (a) 绿线相符合. 由此可见, 无论是文献 [1] 中实验结果还是我们的模拟结果都表明: 在 PCF 的正常色散区, 利用长脉冲

抽运在相位匹配的条件下能够发生四波混频效应,产生关于中心频率对称的信号光和空闲光;同时也

表明我们利用自适应分步傅里叶法数值模拟长脉冲在光纤中传输的准确性.

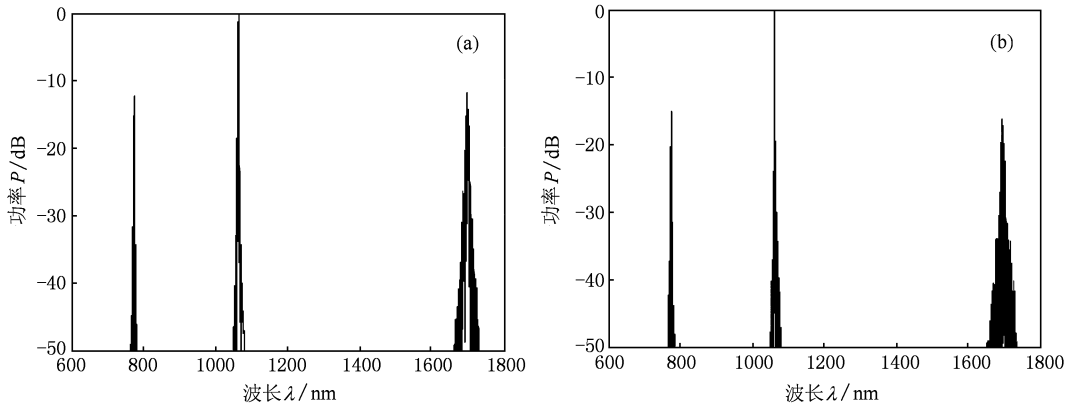


图3 四波混频效应 (a) 半极大全脉宽 30 ps; (b) 半极大全脉宽 100 ps

3.3. 在反常色散区抽运的超连续谱产生

选用文献[1]中 PCF P 作为数值模拟产生超连续谱的光纤,其结构参数:孔间距 $\Lambda = 3.0 \mu\text{m}$, $d/\Lambda = 0.39$. 利用经验公式^[17]计算其余色散曲线,如图4所示,零色散点在 1041 nm 附近,与文献[1]中实验测量 1039 nm 也非常接近,抽运光 1064 nm 处于 PCF P 的反常色散区. 求得各阶色散系数 $\beta_2 = -1.04 \times 10^{-26} \text{ s}^2/\text{m}$, $\beta_3 = 2.82 \times 10^{-40} \text{ s}^3/\text{m}$, $\beta_4 = -6.18 \times 10^{-55} \text{ s}^4/\text{m}$, $\beta_5 = 8.81 \times 10^{-70} \text{ s}^5/\text{m}$, $\beta_6 = -5.83 \times 10^{-85} \text{ s}^6/\text{m}$.

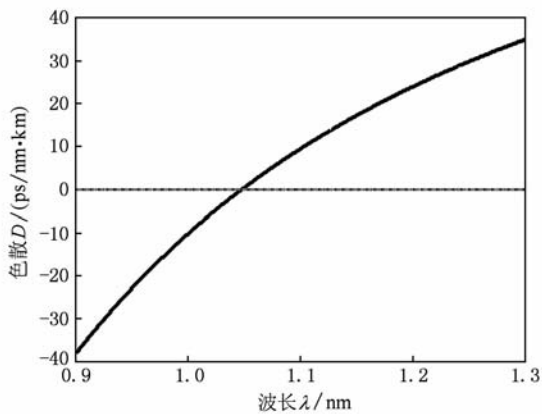


图4 PCF P 的色散曲线

保持光纤 PCF P 的长度 1 m 不变,逐渐增大抽运进光纤的峰值功率,数值模拟超连续谱的形成过程. 初始的输入脉冲和频谱如图 1 所示,演化过程的时域图和频谱如图 5 所示. 当峰值功率 $P_0 = 1000 \text{ W}$ 时,如图 5(a), (b) 所示,随机噪声在光纤传输的过

程中被放大,在时域区间 $[-10 \text{ ps}, 10 \text{ ps}]$ 开始出现剧烈振荡,频谱上表现为产生了关于中心频率对称的两个旁瓣,其波长分别在 1038 nm 和 1091 nm 附近,这就是调制不稳现象. 我们将色散系数 $\beta_2, \beta_4, \beta_6$ 代入方程(8)可理论计算此时调制不稳产生的关于中心频率对称的两个旁瓣波长分别为 1039 nm 和 1090 nm,模拟结果与理论计算的结果非常符合. 继续增大峰值功率 $P_0 = 1500 \text{ W}$ 时,如图 5(c), (d) 所示,时域区间 $[-10 \text{ ps}, 10 \text{ ps}]$ 的剧烈振荡已经演化成短脉冲甚至超短脉冲,调制不稳现象更加强烈,在频谱中出现了高阶旁瓣.

增大峰值功率 $P_0 = 2500 \text{ W}$,如图 5(e), (f) 所示. 长脉冲分解成超短脉冲的时域区间已经扩展到 $[-20 \text{ ps}, 20 \text{ ps}]$,比较图 5(c), (e) 发现这些超短脉冲的强度也在迅速增加,即它们的峰值功率在迅速增加,当其峰值功率超过了受激拉曼散射的功率阈值,开始产生受激拉曼散射. 表现在频谱上在波长 1118 nm 和 1166 nm 附近出现了两个小尖峰,可以计算谱线 1118 nm 的对应频率与抽运光 1064 nm 的频率相差 $\sim 13 \text{ THz}$,而谱线 1166 nm 的对应频率与抽运光 1064 nm 的频率相差 $\sim 24 \text{ THz}$,两条谱线正好对应纯石英光纤拉曼增益谱的最大值、次最大值与抽运光频率相比的下移频率 13.2 THz, 24 THz^[16]. 正是由于受激拉曼散射的作用,使得长波段的功率比短波段高出近十个 dB.

继续增大峰值功率 $P_0 = 5000 \text{ W}$ 时,如图 5(g), (h) 所示. 长脉冲分解成超短脉冲以后,由于超短脉冲的谱宽非常宽,使得脉冲的蓝移谱分量

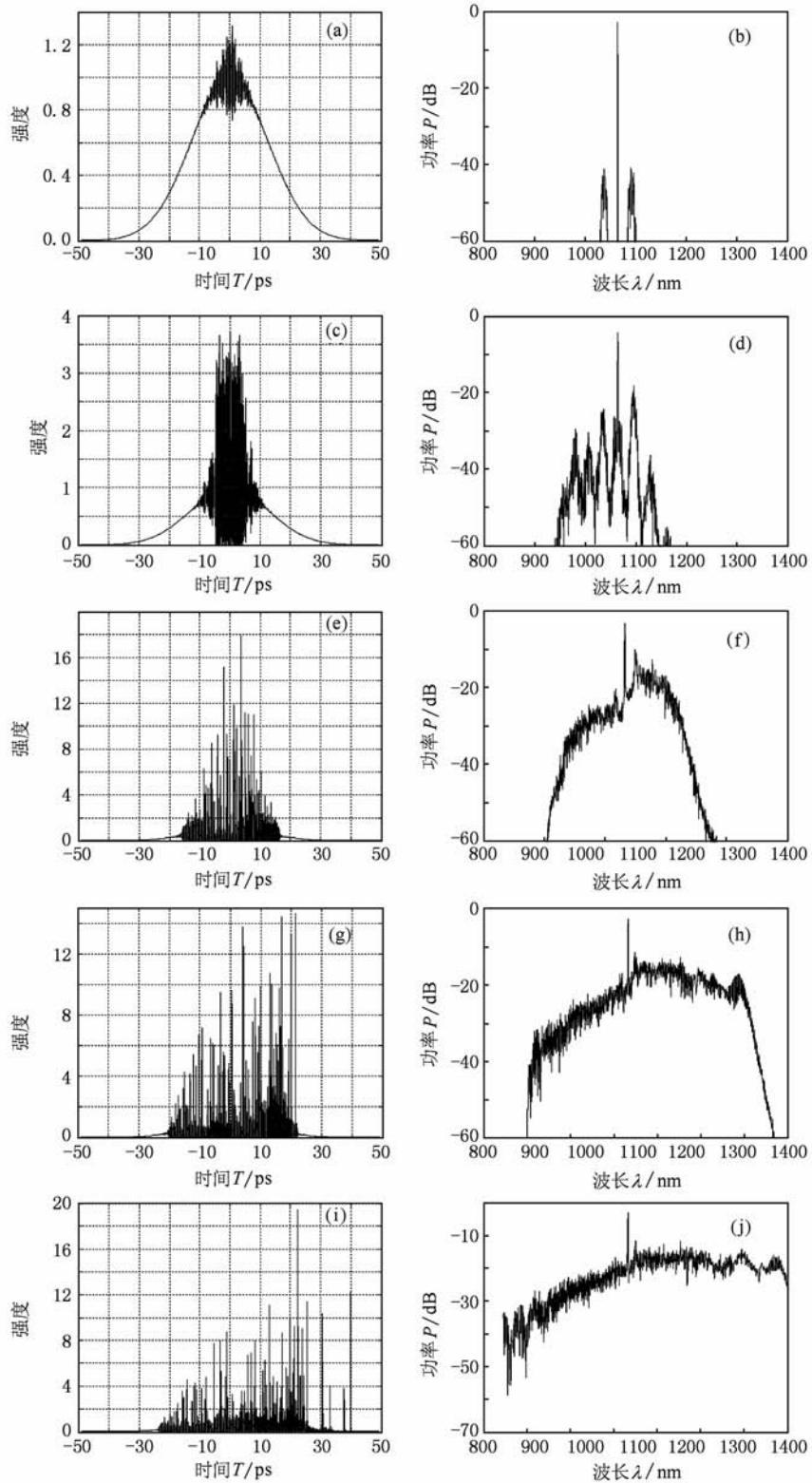


图5 超连续谱的形成过程 (a), (b) $P_0 = 1000$ W; (c), (d) $P_0 = 1500$ W; (e), (f) $P_0 = 2500$ W; (g), (h) $P_0 = 5000$ W; (i), (j) $P_0 = 6500$ W

可作为抽运,通过拉曼增益有效地放大相同脉冲的红移谱分量,即脉冲内拉曼散射效应。脉冲内拉

曼散射促使超短脉冲分解成红移的拉曼脉冲和蓝移的色散波,比较图 5(e), (g) 发现,许多较高功

率的拉曼脉冲都在向脉冲后沿移动,表现在频谱中即在长波区出现许多小尖峰,如图 5(h)所示,这就是所谓孤子的自频移^[12,13],同时蓝移的色散波能够展宽光谱的短波波段.当峰值功率 $P_0 = 6500$ W 时,如图 5(i),(j)所示,原来的长脉冲在整个持续时间上已经完全分解成短脉冲、超短脉冲,脉冲内拉曼散射进一步展宽了整个光谱,40 dB 的带宽从 487 nm 一直延伸到 1800 nm,与文献 [1] 中图 9 非常符合.

4. 结 论

我们通过采用自适应分步傅里叶法求解广义非线性薛定谔方程,数值模拟了长脉冲抽运四波混频效应和超连续谱的产生.数值模拟结果与文献 [1] 中实验结果的一致性,说明了我们所用理论模型和模拟方法的正确性,并且最后结合数值模拟结果分析了反常色散区超连续谱的产生过程.

- [1] Wadsworth W J, Joly N, Knight J C, Birks T, Biancalana F, Russell P 2004 *Opt. Express.* **12** 299
- [2] Hsiung P L, Chen Y, Ko T H, Fujimoto J G, deMatos C J S, Popov S V, Taylor J R, Gapontsev V P 2004 *Opt. Express.* **12** 5287
- [3] Cumberland B A, Travers J C, Popov S V, Taylor J R 2008 *Opt. Express.* **16** 5954
- [4] Ding L E, Li X, Li H N, Wu H, Zhang L P 2008 *Chin. Phys. B* **17** 904
- [5] Liu H J, Liu W H, Liu X M, Peng Q J, Song X Z, Wang Y S, Xu Z Y, Zhao W 2008 *Chin. Phys. B* **17** 917
- [6] Kudlinski A, George A K, Knight J C, Travers J C, Rulkov A B, Popov S V, Taylor J R 2006 *Opt. Express.* **14** 5715
- [7] Travers J C, Popov S V, Taylor J R 2005 *Opt. Lett.* **30** 3132
- [8] Cheng C F, Wang X F, Lu B 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1826 (in Chinese) [成纯富、王晓方、鲁波 2004 物理学报 **53** 1826]
- [9] Liu W H, Wang Y S, Liu H J, Zhao W, Li Y F, Peng Q J, Xu Z Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1815 (in Chinese) [刘卫华、王屹山、刘红军、赵卫、李永放、彭钦军、许祖彦 2006 物理学报 **55** 1815]
- [10] Husakou A V, Herrmann J 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 203901
- [11] Herrmann J, Griebner U, Zhavoronkov N, Husakou A, Nickel D, Knight J C, Wadsworth W J, Russell P S J, Korn G 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 173901
- [12] Akheeelesh K A, Clifford H 2005 *Opt. Lett.* **30** 61
- [13] Ranka J K, Windeler R S, Stentz A J 2000 *Opt. Lett.* **25** 25
- [14] Oleg V S, Ronald H, John Z, Menyuk C R 2003 *J. Lightwave Technol.* **21** 61
- [15] Solange B C, Agrawal G P 1995 *Phys. Rev. A* **51** 4086
- [16] Agrawal G P 2007 *Nonlinear Fiber Optics* (4th ed) (San Diego: Calif) p276
- [17] Kunimasa S, Masanori K 2005 *Opt. Express.* **13** 267
- [18] Rääkkönen E, Genty G, Kimmelma O, Kaivola M, Hansen K P, Buchter S C 2006 *Opt. Express.* **14** 7914

Modeling of four-wave mixing and supercontinuum with long pulses in photonic crystal fibers^{*}

Wang Yan-Bin^{1)†} Xiong Chun-Le²⁾ Hou Jing¹⁾ Lu Qi-Sheng¹⁾ Peng Yang¹⁾ Chen Zi-Lun¹⁾

1) (*College of Optoelectric Science and Engineering, National University of Defense and Technology, Changsha 410073, China*)

2) (*School of Physics, University of Sydney, Sydney 2006, Australia*)

(Received 9 March 2010; revised manuscript received 28 March 2010)

Abstract

We numerically investigated four-wave mixing (FWM) and supercontinuum generation in photonic crystal fibers (PCFs) in the long pump pulse scheme for the first time. We showed that simply based on phase-matching condition and energy conservation with quasi-continuous-wave approximation, one can theoretically determine the FWM signal and idler wavelengths with pump in the normal-dispersion regime, and the two symmetrical modulation instability sidebands with pump in the anomalous-dispersion regime. Using adaptive split-step Fourier method, we quantitatively simulated FWM and supercontinuum generation in PCFs with different dispersion profiles when pumping with a 1064 nm sub-nanosecond laser. Our simulation results agree with the experimental results very well.

Keywords: photonic crystal fibers, supercontinuum, four-wave mixing, adaptive split-step Fourier method

PACS: 42.25.Bs, 42.65.Dr, 42.65.Ky, 42.65.Tg

^{*} Project supported by the Program for New Century Excellent Talents in University (Grant No. NCET-08-0142) and Project of National University of Defense Technology (Grant No. JC-09-07-01).

[†] E-mail: wangyanbin82@163.com