

# 双曲余弦高斯列阵光束在湍流大气中的光束传输因子\*

刘 飞 季小玲<sup>†</sup>

(四川师范大学 物理学院, 成都 610068)

(2010年1月2日收到; 2010年5月10日收到修改稿)

本文推导出了双曲余弦高斯(ChG)列阵光束在湍流大气中的光束传输因子( $M^2$ 因子)的解析公式,并采用相对 $M^2$ 因子研究了湍流对 $M^2$ 因子的影响.研究表明,在湍流大气中 $M^2$ 因子不再是一个传输不变量,湍流使得 $M^2$ 因子增大.非相干合成情况下, $M^2$ 因子随着传输距离、光束参数、相对子光束间距和子光束数目的增大而增大.相干合成情况下, $M^2$ 因子随光束参数和相对子光束间距的增大呈现振荡上升.相干合成情况下的 $M^2$ 因子比非相干合成的要小.然而,非相干合成情况下的 $M^2$ 因子受湍流影响比相干合成的要小.特别地,相干合成情况下,选取适当的相对子光束间距可以减小湍流对 $M^2$ 因子的影响.随着子光束数目的增大,相干合成的 $M^2$ 因子受湍流影响增大,而非相干合成的 $M^2$ 因子受湍流影响减小.

**关键词:** 光束传输因子( $M^2$ 因子), 光束质量, 双曲余弦高斯列阵光束, 大气湍流

**PACS:** 42.68.Bz, 42.25.Dd, 42.25.Kb

## 1. 引言

光束传输因子( $M^2$ 因子)是描述各类激光光束质量的重要参数<sup>[1]</sup>.Siegman指出,激光束通过无像差的近轴光学系统(包括自由空间)传输时 $M^2$ 因子是一个传输不变量<sup>[1]</sup>.但是,当激光通过像差光学系统时光束质量会降低,可以测量激光束通过系统前后的 $M^2$ 因子而得知光束质量的劣化程度<sup>[1]</sup>.已有许多文献报道了单束激光通过无像差光学系统传输的 $M^2$ 因子<sup>[2,3]</sup>.最近,文献[4]和[5]研究了单束激光通过湍流大气传输的 $M^2$ 因子.另一方面,为了获得高的激光输出功率和保持良好的光束质量需要采用光束合成技术.由于列阵光束在高功率系统、惯性约束聚变和高能武器等方面的应用日趋受到人们的关注.大量文献报道了在自由空间或无像差光学系统中列阵光束的传输特性和光束质量问题<sup>[6-9]</sup>.近年来,列阵光束通过湍流大气传输特性的研究也越来越受重视<sup>[10-14]</sup>.然而,研究工作大多限于湍流对列阵光束的光强分布、束宽、桶中功率、 $\beta$ 参数、Strehl比以及光谱特性的影响<sup>[10-14]</sup>.研究有

代表性的列阵光束通过湍流大气传输的光束质量问题是非常重要的.Casperson和Tover等人已证明,厄米正弦类高斯(HSG)光束是傍轴近似下波动方程的新解<sup>[15]</sup>.HSG在理论上代表了较为广泛的一大类光束,如正(余)弦高斯光束和双曲正(余)弦高斯光束的存在,他们携带有限能量,并且可以在实验室用特殊的切趾光阑或光腔产生.文献[16]研究了截断的部分相干余弦高斯和双曲余弦高斯光束的 $M^2$ 因子.文献[17]研究了复宗量厄米-双曲余弦高斯光束通过自由空间和一阶ABCD光学系统的传输特性以及光束质量.文献[18]研究了矩形分布的双曲余弦高斯列阵光束通过一阶光学系统的传输特性和光束质量.文献[17]和[18]研究结果表明, $M^2$ 因子是传输不变量,它不会因为衍射光场随传输距离变化而变化,这一结果与Siegman的理论是一致的<sup>[1]</sup>.本文推导出了相干和非相干合成的双曲余弦高斯(ChG)列阵光束在湍流大气中传输的 $M^2$ 因子的解析公式,研究了ChG列阵光束在湍流大气中传输其 $M^2$ 因子随各光束参数的变化,并采用相对 $M^2$ 因子研究了湍流对 $M^2$ 因子的影响,得到了一些对实际应用有意义的结果.而高斯列阵光束在湍流大

\* 国家自然科学基金(批准号:60778048)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: jixl100@163.com

气中传输的  $M^2$  因子可作为我们研究情况的特例给出.

## 2. 理论公式

如图 1 所示,假设在直角坐标系下,  $z = 0$  平面

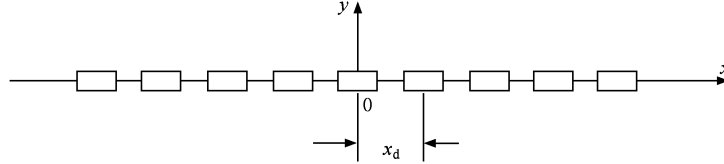


图 1 一维 ChG 列阵光束示意图

内有  $N$  束 ChG 光束沿  $x$  轴排列为—维(1D) 线阵, 其相邻子光束间的间距为  $x_d$ . 本文  $N$  取奇数, 当  $N = 1$  时, 图 1 所示的 1D 线阵光束简化为单束位于坐标原点的 ChG 光束. 在相位锁定的情况下, 列阵光束是相干合成的. 此时,  $z = 0$  平面处相干合成的 ChG 列阵光束的交叉谱密度函数可表示为<sup>[15]</sup>

$$W(x'_1, x'_2, z = 0) = \sum_{p = -\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} \sum_{q = -\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} \exp\left\{-\frac{(x'_1 - px_d)^2 + (x'_2 - qx_d)^2}{w_0^2}\right\} \times \cosh[\Omega_0(x'_1 - px_d)] \cosh[\Omega_0(x'_2 - qx_d)], \quad (1)$$

其中,  $w_0$  为对应基模高斯光束在  $z = 0$  处的束腰宽度,  $\Omega_0$  为与双曲余弦有关的光束参数.

根据广义惠更斯-菲涅耳原理, (1) 所表征的 ChG 列阵光束通过自由空间传输的光强为<sup>[19]</sup>

$$I(x, z) = \frac{k}{2\pi z} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dx'_1 dx'_2 W(x'_1, x'_2, z = 0) \times \exp\left\{\frac{ik}{2z}[(x'^2_1 - x'^2_2) - 2(x'_1 - x'_2)x]\right\}, \quad (2)$$

其中波数  $k = 2\pi/\lambda$  ( $\lambda$  为波长).

二阶矩束宽定义为<sup>[1]</sup>

$$\langle x^2 \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 I(x, z) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} I(x, z) dx}. \quad (3)$$

将(2)式代入(3)式, 利用积分变换技巧, 经过复杂的运算得到 ChG 列阵光束通过自由空间传输的二阶矩束宽为

$$\langle x^2 \rangle = A + \frac{B}{k^2} z^2, \quad (4)$$

其中

$$A = \frac{1}{D} \sum_{p = -\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} \sum_{q = -\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} \frac{w_0^2}{4} \exp(-C_1^2/2) \times [(1 + C_2^2 + \gamma^2) \exp(\gamma^2/2)$$

$$+ (1 + C_2^2) \cosh(C_1\gamma)], \quad (5)$$

$$B = \frac{1}{D} \sum_{p = -\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} \sum_{q = -\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} \frac{1}{w_0^2} \exp(-C_1^2/2) \times [(1 - C_1^2) \exp(\gamma^2/2) + (1 - C_1^2 - \gamma^2) \times \cosh(C_1\gamma) + 2C_1\gamma \sinh(C_1\gamma)], \quad (6)$$

$$D = \sum_{p = -\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} \sum_{q = -\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} \exp(-C_1^2/2) \times [\exp(\gamma^2/2) + \cosh(C_1\gamma)], \quad (7)$$

$$C_1 = (p - q)x'_d, \quad C_2 = (p + q)x'_d. \quad (8)$$

光束参数  $\gamma = \Omega_0 w_0$ , 相对于光束间距  $x'_d = \frac{x_d}{w_0}$ .

另一方面, 部分相干光的二阶矩  $\langle x^2 \rangle, \langle \theta^2 \rangle$  和  $\langle x\theta \rangle$  在湍流大气中的传输公式为<sup>[20]</sup>

$$\langle x^2 \rangle = \langle x^2 \rangle_0 + 2\langle x\theta \rangle_0 z + \langle \theta^2 \rangle_0 z^2 + \frac{2}{3} T z^3, \quad (9)$$

$$\langle \theta^2 \rangle = \langle \theta^2 \rangle_0 + 2Tz, \quad (10)$$

$$\langle x\theta \rangle = \langle x\theta \rangle_0 + \langle \theta^2 \rangle_0 z + Tz^2. \quad (11)$$

其中下角标“0”表示在  $z = 0$  处对应的二阶矩, 而且

$$T = \pi^2 \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa) d\kappa. \quad (12)$$

$\Phi_n$  为湍流大气介质的折射率起伏空间谱密度函数.

在  $T = 0$  (即在自由空间中) 时, (9) 式与(4)式比较得到  $\langle x^2 \rangle_0 = A, \langle x\theta \rangle_0 = 0$  和  $\langle \theta^2 \rangle_0 = B/k^2$ . 将上述各式分别代入(9) — (11) 式得到

$$\langle x^2 \rangle = A + \frac{B}{k^2} z^2 + \frac{2}{3} T z^3, \quad (13)$$

$$\langle \theta^2 \rangle = \frac{B}{k^2} + 2Tz, \quad (14)$$

$$\langle x\theta \rangle = \frac{B}{k^2}z + Tz^2. \quad (15)$$

光束的  $M^2$  因子定义为<sup>[21]</sup>

$$M^2 = 2k[\langle x^2 \rangle \langle \theta^2 \rangle - \langle x\theta \rangle^2]^{1/2}. \quad (16)$$

单束理想基模高斯光束的  $M^2$  等于 1, 实际光束的  $M^2$  因子均大于 1.  $M^2$  因子表征实际光束相对于衍射极限的倍数.  $M^2$  因子同时包含了光束远场和近场特性, 其值越小, 表明光束质量越好.

将(13)—(15)式代入(16)式, 得到相干合成情况下 ChG 列阵光束通过湍流大气传输的  $M^2$  因子的表达式为

$$M^2 = \left( 4AB + 8k^2ATz + \frac{8}{3}BTz^3 + \frac{4}{3}k^2T^2z^4 \right)^{1/2}. \quad (17)$$

(17)式表明 ChG 列阵光束通过湍流大气传输的  $M^2$  因子由  $x'_d, N, z$  和  $T$  等参数共同确定. 特别地, 与在自由空间中不同的是, 在湍流中  $M^2$  因子不是再一个传输不变量.

在相位非锁定的情况下, 列阵光束是非相干合成的. 同理, 我们可以得到非相干合成情况下 ChG 列阵光束通过湍流大气传输的  $M^2$  因子的表达式为

$$\begin{aligned} M^2 = & \left\{ \left[ 1 + \frac{N^2 - 1}{3}x'_d{}^2 + \frac{\gamma^2 \exp(\gamma^2/2)}{\exp(\gamma^2/2) + 1} \right] \right. \\ & \times \left[ 1 - \frac{\gamma^2}{\exp(\gamma^2/2) + 1} \right] \\ & + 2k^2w_0^2 \left[ 1 + \frac{N^2 - 1}{3}x'_d{}^2 + \frac{\gamma^2 \exp(\gamma^2/2)}{\exp(\gamma^2/2) + 1} \right] Tz \\ & + \frac{8}{3w_0^2} \left[ 1 - \frac{\gamma^2}{\exp(\gamma^2/2) + 1} \right] Tz^3 \\ & \left. + \frac{4}{3}k^2T^2z^4 \right\}^{1/2}. \quad (18) \end{aligned}$$

显然, 非相干合成情况下的  $M^2$  因子随着  $z, x'_d, N$  和  $T$  的增加而增大.

当  $N = 1$  时, (17), (18)式均简化为单束位于坐标原点的 ChG 光束的  $M^2$  因子; 当  $\gamma \rightarrow 0$  时, (17), (18)式分别简化为相干和非相干合成情况下高斯列阵光束的  $M^2$  因子.

值得指出的是, 文献[18]推导出了非相干合成以及相干合成(仅限于两束子光束情况)双曲余弦高斯列阵光束  $M^2$  因子的解析公式. 可以证明: 在无湍流情况下, 本文的(18)式与文献[18]的(11)式是一致的, 本文的(17)式(当  $N = 2$  时)与文献[18]的(12)式是一致的.

### 3. 数值计算结果及分析

本文中, 采用 Von Karman 谱, 即<sup>[22]</sup>

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033C_n^2 \left( \kappa^2 + \frac{1}{L_0^2} \right)^{-11/6} \exp\left( -\frac{\kappa^2}{\kappa_m^2} \right), \quad (19)$$

其中,  $C_n^2$  为折射率结构常数, 它表征湍流的强弱.  $\kappa_m = 5.92/l_0$ ,  $l_0$  和  $L_0$  分别为湍流的内尺度和外尺度. 将(19)式及  $l_0$  和  $L_0$  的典型值  $l_0 = 0.01 \text{ m}$ ,  $L_0 = 10 \text{ m}$  代入(12)式得到  $T = 7.0673C_n^2$ .

本文中取  $k = 10^7 \text{ m}^{-1}$ . 图2—5 分别给出了 ChG 列阵光束在自由空间和湍流大气中  $M^2$  因子随着传输距离  $z$ , 光束参数  $\gamma$ , 相对子光束间距  $x'_d$  和子光束数目  $N$  的变化情况, 其中实线代表相干合成情况下的  $M^2$  因子, 虚线代表非相干合成情况下的  $M^2$  因子. 图2—5 表明无论在自由空间还是湍流大气中, 相干合成情况下的  $M^2$  因子总是比非相干合成情况下的  $M^2$  因子要小. 对于两种合成方式, 在湍流中的  $M^2$  因子总是比自由空间中的大. 图2 表明, 在湍流中  $M^2$  因子随着  $z$  的增加而增大. 由图3 可知,  $M^2$  因子随  $\gamma$  的增大呈现振荡上升, 且湍流中  $M^2$  因子的振荡比自由空间中的小, 非相干合成比相干合成的  $M^2$  因子振荡要小得多. 由图4 表明, 非相干合成情况下,  $M^2$  因子随着  $x'_d$  的增加而增大. 相干合成情况下, 在自由空间中, ChG 列阵光束(图4(a),  $\gamma = 2$ )的  $M^2$  因子随  $x'_d$  的增大而振荡上升; 高斯列阵光束(图4(b),  $\gamma = 0$ )的  $M^2$  因子随  $x'_d$  增大而增大, 无振荡现象. 特别地, 在湍流大气中, 选取适当的  $x'_d$  可以获得最小的  $M^2$  因子. 例如, 图4(a)中  $x'_d = 0.33$  和图4(b)中  $x'_d = 0.45$  时,  $M^2$  因子分别达到最小值 9.25 和 9.38. 此外, 图4 还表明, 当  $x'_d$  足够大时, 两种合成方式下的  $M^2$  因子趋于一致. 实际上在  $x'_d$  足够大时, 子光束间没有交叠, 此时相干合成与非相干合成没有本质的区别. 由图5 可知, 非相干合成情况下,  $M^2$  因子随着  $N$  的增加而增大. 相干合成情况下, 当  $x'_d$  较小时(见图5(a)), 在湍流大气中  $M^2$  因子随着  $N$  的增大出现了一个最小的值(如, 当  $N = 3$  时,  $M^2$  因子达到最小值 9.4), 这表明相干合成情况下选取适当的子光束数目, ChG 列阵光束的  $M^2$  因子可以比对应的单束 ChG 光束的  $M^2$  因子还小; 而当  $x'_d$  较大时(见图5(b)),  $M^2$  因子随  $N$  的变化规律与非相干合成情况的相同, 且实线与虚线相靠近, 其物理原因是  $x'_d$  较大时列阵光束可近似看成非

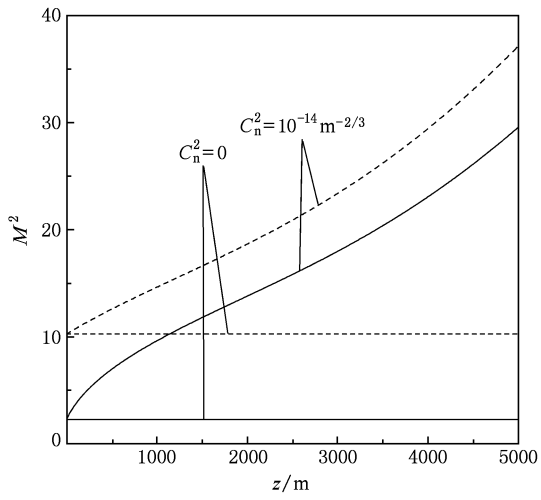


图2  $M^2$  因子随传输距离  $z$  的变化.  $w_0=0.008$  m,  $\gamma=3$ ,  $N=9$ ,  $x'_d=2$ . “—”相干合成, “---”非相干合成

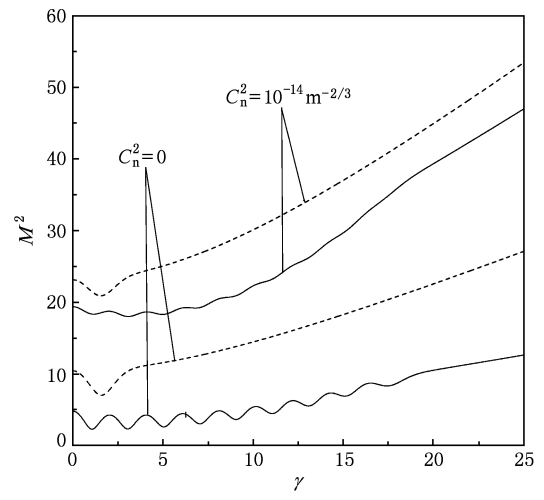


图3  $M^2$  因子随光束参数  $\gamma$  的变化.  $w_0=0.008$  m,  $x'_d=2$ ,  $N=9$ ,  $z=3$  km. “—”相干合成, “---”非相干合成

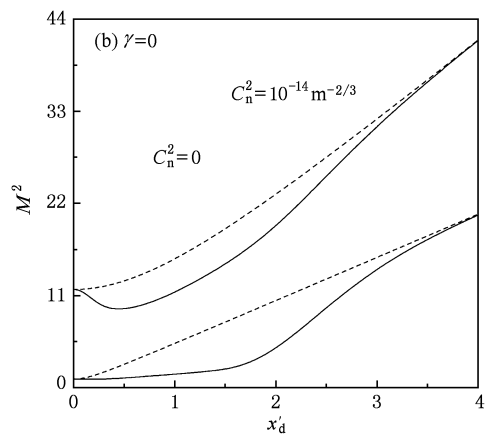
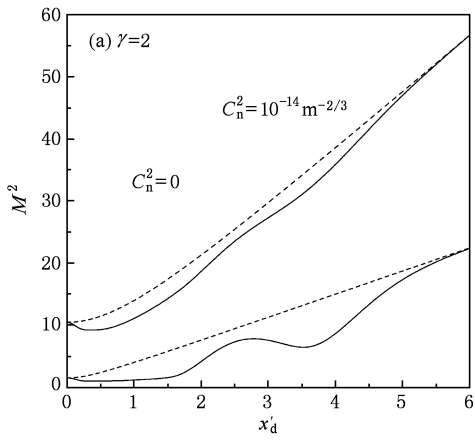


图4  $M^2$  因子随相对子光束间距  $x'_d$  的变化.  $w_0=0.008$  m,  $N=9$ ,  $z=3$  km. “—”相干合成, “---”非相干合成

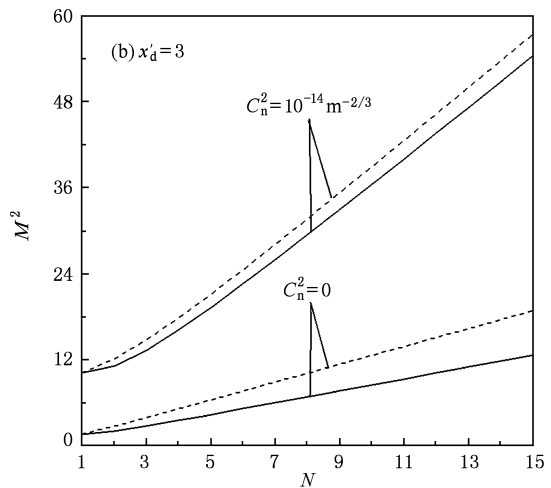
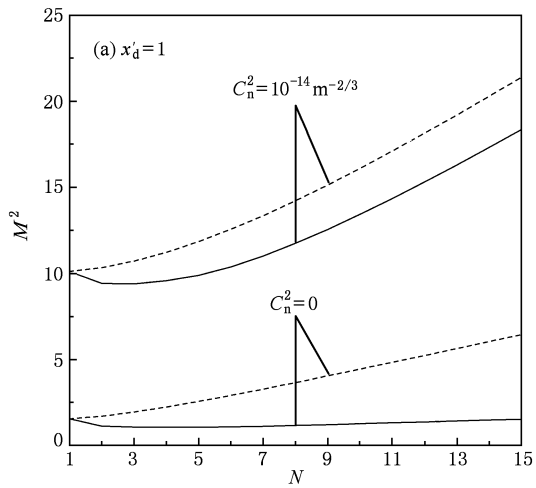


图5  $M^2$  因子随光束数  $N$  的变化.  $w_0=0.01$  m,  $\gamma=2$ ,  $z=3$  km. “—”相干合成, “---”非相干合成

相干合成的.

本文中引入相对  $M^2$  因子(即  $M^2/M_{\text{free}}^2$ )来表征湍流对  $M^2$  因子的影响,其中  $M_{\text{free}}^2$  为对应的自由空间中的  $M^2$  因子.显然,  $M^2/M_{\text{free}}^2$  越大表示光束受湍流影响越大.图 6—9 给出了 ChG 列阵光束的  $M^2/M_{\text{free}}^2$  随着传输距离  $z$ ,光束参数  $\gamma$ , 相对子光束间距  $x'_d$  和光束数  $N$  的变化情况.图 6—9 表明相干合成情况下的  $M^2/M_{\text{free}}^2$  比非相干合成的大,这说明相干合成情况下的  $M^2$  因子更易受湍流影响.由图 6 可知,两种合成方式下  $M^2/M_{\text{free}}^2$  均随着  $z$  的增加而增大.图 7 表明,  $M^2/M_{\text{free}}^2$  随着  $\gamma$  的增大而振荡下降,且非相干合成比相干合成  $M^2/M_{\text{free}}^2$  振荡要小得多.随着  $\gamma$  的进一步增大  $M^2/M_{\text{free}}^2$  趋于其渐近值.由图 8 可知,非相干合成情况下  $M^2/M_{\text{free}}^2$  随着  $x'_d$  的增大而减小.相干合成情况下,ChG 列阵光束(图 8 (a),  $\gamma = 2$ )的  $M^2/M_{\text{free}}^2$  随  $x'_d$  的增大而振荡下降;高斯列阵光束(图 8(b),  $\gamma = 0$ )的  $M^2/M_{\text{free}}^2$  随  $x'_d$  增大而减小,无振荡现象.当  $x'_d$  足够大时,两种方式合成情况下的  $M^2/M_{\text{free}}^2$  趋于一致.所以,对于相干合成的 ChG 列阵光束,选取适当的  $x'_d$  可减小湍流对  $M^2$  因子的影响.图 9(a)表明,当  $x'_d$  较小时( $x'_d = 1$ ),相干合成与非相干合成存在很大的差异,相干合成的  $M^2/M_{\text{free}}^2$  随着  $N$  的增大而增大,而非相干合成的  $M^2/M_{\text{free}}^2$  随着  $N$  的增大而减小.图 9(b)表明,当  $x'_d$  较大时( $x'_d = 3$ ),相干合成与非相干合成的  $M^2/M_{\text{free}}^2$  随  $N$  的变化规律相同,即  $M^2/M_{\text{free}}^2$  随着  $N$  的增大而减小,其物理原因与图 5 (b) 的解释相同.

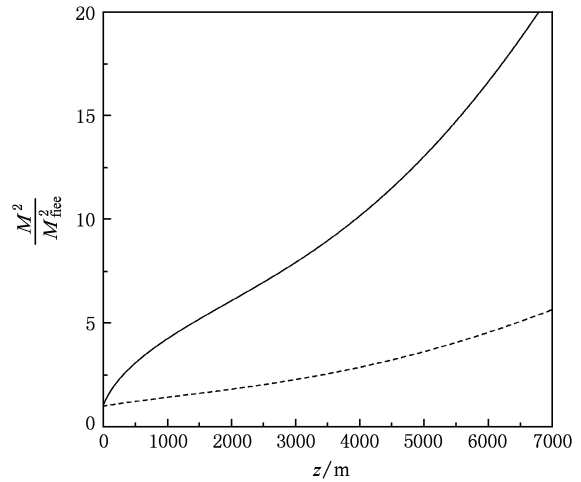


图 6 相对  $M^2$  因子 ( $M^2/M_{\text{free}}^2$ ) 随传输距离  $z$  的变化.  $C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ , 其他参数与图 2 相同

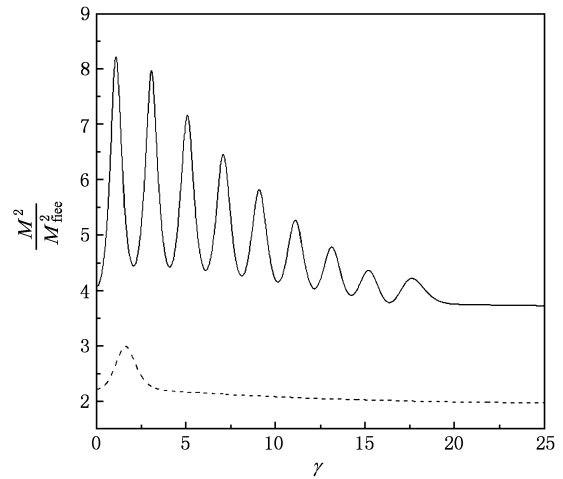


图 7 相对  $M^2$  因子 ( $M^2/M_{\text{free}}^2$ ) 随光束参数  $\gamma$  的变化.  $C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ , 其他参数与图 3 相同

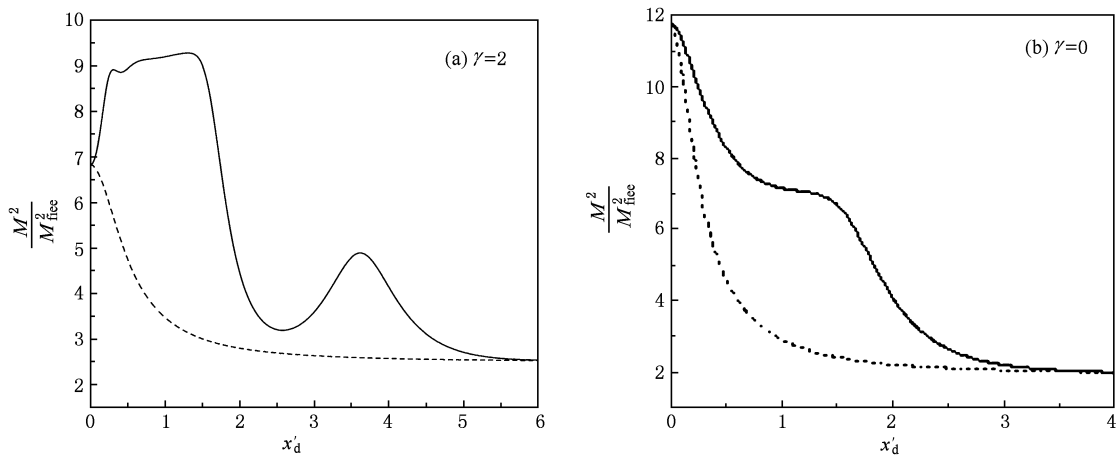


图 8 相对  $M^2$  因子 ( $M^2/M_{\text{free}}^2$ ) 随相对子光束间距  $x'_d$  的变化.  $C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ , 其他参数与图 4 相同

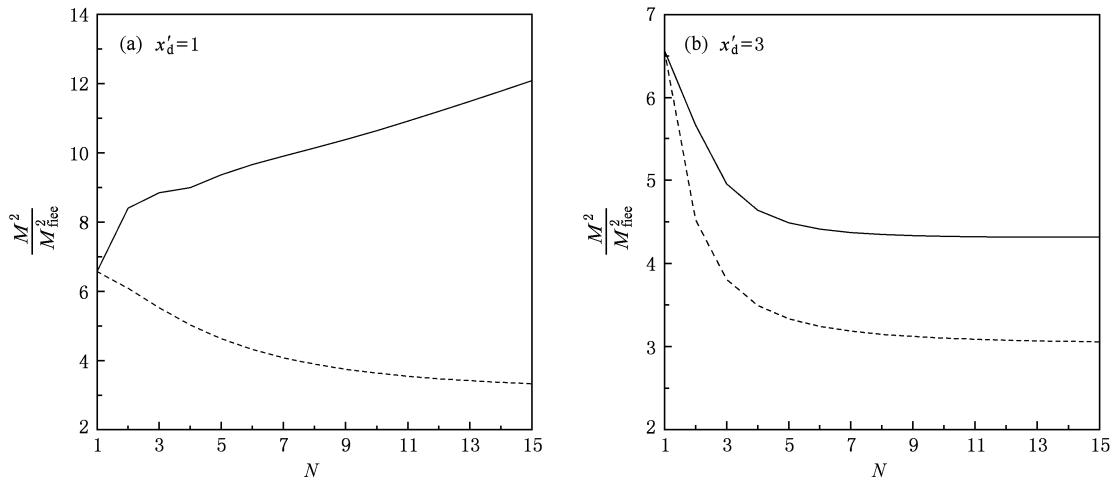


图9 相对  $M^2$  因子 ( $M^2/M_{free}^2$ ) 随光束数  $N$  的变化.  $C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ , 其他参数与图5相同

#### 4. 结 论

本文推导出了 ChG 列阵光束通过湍流大气传输  $M^2$  因子的解析公式, 研究了  $M^2$  因子在湍流大气中随各光束参数的变化, 并采用相对  $M^2$  因子 (即  $M^2/M_{free}^2$ ) 研究了湍流对  $M^2$  因子的影响. 研究表明, 在湍流大气中  $M^2$  因子不再是一个传输不变量, 湍流使得光束的  $M^2$  因子增大, 光束质量变差. 非相干合成情况下, ChG 列阵光束的  $M^2$  因子随着传输距离  $z$ 、光束参数  $\gamma$ 、相对子光束间距  $x'_d$  和子光束数目  $N$  的增大而增大. 相干合成情况下,  $M^2$  因子随  $\gamma'$  和  $x'_d$  的增大呈现振荡上升, 但在湍流中振荡减弱.

相干合成情况下, 选取适当的  $x'_d$  或  $N$  可以在湍流大气中获得最小的  $M^2$  因子, 即获得好的光束质量. 相干合成情况下的  $M^2$  因子总是比非相干合成的要小. 然而, 非相干合成情况下的  $M^2$  因子受湍流影响总是比相干合成的要小. 特别地, 相干合成情况下, ChG 列阵光束的  $M^2/M_{free}^2$  随  $x'_d$  的增大而振荡下降, 所以选取适当的  $x'_d$  可减小湍流对  $M^2$  因子的影响. 相干合成的  $M^2/M_{free}^2$  随着  $N$  的增大而增大, 而非相干合成的  $M^2/M_{free}^2$  随着  $N$  的增大而减小. 因此, 随着  $N$  的增大, 相干合成的  $M^2$  因子受湍流影响增大, 而非相干合成的  $M^2$  因子受湍流影响减小. 本文所得结论对相干和非相干合成列阵光束在湍流大气中传输光束质量的控制具有意义.

[1] Siegman A E 1990 *Proc. SPIE* **2** 1224  
 [2] Lü B D, Zhang B, Luo S R 1999 *Appl. Opt.* **20** 4581  
 [3] Zhou G 2009 *Appl. Phys.* **B 96** 149  
 [4] Mahdich M H 2007 *Opt. Commun.* **281** 3395  
 [5] Dan Y, Zhang B 2008 *Opt. Expr.* **16** 15563  
 [6] Lü B D, Ma H 2000 *J. Opt. Soc. Am. A* **17** 2005  
 [7] Tang Q J, Chen D M, Yu Y A, Hu Q Q 2006 *Chin. Phys.* **15** 2609  
 [8] Xiao R, Hou J, Jiang Z F 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 853 (in Chinese) [肖 瑞、侯 静、姜宗福 2008 物理学报 **57** 853]  
 [9] Ji X L, Zhang T R, Jia X H 2009 *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* **11** 105705  
 [10] Zhu Y, Zhao D, Du X 2008 *Opt. Expr.* **16** 18437  
 [11] Cai Y, Chen Y, Eyyuboglu H T, Baykal Y 2007 *Appl. Phys. B* **88** 467  
 [12] Ji X L, Zhang E T, Lü B D 2008 *J. Opt. Soc. Am. B* **25** 825  
 [13] Li X Q, Ji X L, Eyyuboglu H T, Baykal Y 2010 *Appl. Phys. B* **98** 557  
 [14] Zhang E T, Ji X L, Lü B D 2009 *Chin. Phys. B* **18** 571  
 [15] Casperson L W, Hall D G, Tovar A A 1998 *J. Opt. Soc. Am. A* **15** 954  
 [16] Zhou G 2010 *Opt. & Laser Technology* **42** 489  
 [17] Yu S, Guo H, Fu X, Hu W 2002 *Opt. Commun.* **204** 59  
 [18] Deng D 2004 *Phys. Lett. A* **333** 485  
 [19] Mandel L, Wolf E 1995 *Optical Coherence and Quantum Optics* (Cambridge: Cambridge University Press)  
 [20] Dan Y, Zhang B 2009 *Opt. Lett.* **34** 563  
 [21] Serna J, Martinez-Herreor R, Mejias P M 1991 *J. Opt. Soc. Am. A* **8** 1094

[22] Andrews L C, Phillips R L 2005 *Laser Beam Propagation through Random Media* 2nd ed. (Bellingham, Washington: SPIE Press)

## Beam propagation factor of cosh-Gaussian array beams propagating through atmospheric turbulence\*

Liu Fei Ji Xiao-Ling<sup>†</sup>

(Department of Physics, Sichuan Normal University, Chengdu 610068, China)

(Received 21 January 2010; revised manuscript received 10 May 2010)

### Abstract

The analytical formula for the beam propagation factor ( $M^2$ -factor) of cosh-Gaussian (ChG) array beams propagating through atmospheric turbulence is derived, and the influence of turbulence on the  $M^2$ -factor is studied by using the relative  $M^2$ -factor. It is shown that the  $M^2$ -factor is not a propagation invariant in turbulence, and the turbulence results in an increase of the  $M^2$ -factor. For the incoherent combination, the  $M^2$ -factor of ChG array beams increases with increasing propagation distance, beam parameter, relative beam separation distance and beam number. For the coherent combination, the  $M^2$ -factor of ChG array beams increases with oscillatory behavior as the beam parameter or the relative beam separation distance increases. For the coherent combination the  $M^2$ -factor is always smaller than that for the incoherent combination. However, for the incoherent combination the  $M^2$ -factor is always less sensitive to turbulence than that for the coherent combination. In particular, the influence of turbulence on the  $M^2$ -factor can be reduced by a suitable choice of the relative beam separation distance. With increasing beam number, the  $M^2$ -factor becomes more sensitive to turbulence for the coherent combination, while for the incoherent combination the  $M^2$ -factor becomes less sensitive to turbulence.

**Keywords:** beam propagation factor ( $M^2$ -factor), beam quality, cosh-Gaussian (ChG) array beam, atmospheric turbulence

**PACS:** 42.68. Bz, 42.25. Dd, 42.25. Kb

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60778048).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: jixl100@163.com