

各向异性圆柱掺杂光子晶体的缺陷模及其量子效应*

刘启能†

(重庆工商大学计信学院, 重庆 400067)

(2010年3月1日收到; 2010年3月17日收到修改稿)

利用光波在一维各向异性圆柱掺杂光子晶体中径向受限的条件, 研究了光波在其中出现的模式量子效应, 并利用特征矩阵法计算了 TE 波和 TM 波各模式的缺陷模的变化规律, 得出了一些一维各向异性圆柱光子晶体缺陷模的新结构. 缺陷模的频率和透射角都随模式量子数的增加而增大. 同一模式缺陷模的频率随圆柱半径的增加而减小.

关键词: 圆柱光子晶体, 各向异性介质, 量子效应, 缺陷模

PACS: 42.72.Qs, 42.82.-m

1. 引言

光子晶体的概念自 1987 年分别由 John 和 Yablonovitch 提出后, 由于光子晶体在带隙方面的特殊性质, 使它很快成为光学前沿领域中一个十分活跃的研究课题. 近年来人们已对光子晶体开展了广泛、深入地研究^[1-16]. 但在这些研究中为了使问题简化而便于研究, 几乎都是把一维光子晶体作为横向不受限来处理, 即认为一维光子晶体的横向为无穷大. 这种假设降低了问题的复杂性, 也就降低了理论研究的难度. 但是, 真实的光子晶体具有一定外形, 这使得光波在其中传输时横向受到外形限制, 这种限制会使光波的能量和波函数都会出现量子效应, 伴随产生复杂的多模性. 因此, 研究一维光子晶体的横向受限问题对弄清真实的一维光子晶体的特性有着十分重要的理论价值和应用价值.

文献[17]对一维光子晶体横向受限的问题做了一些研究, 取得了一些成果, 但仍有许多重要问题有待深入研究. 本文将对光波在一维各向异性圆柱掺杂光子晶体中光波的量子效应及其缺陷模结构作深入的研究.

2. 物理模型和理论

设计这样一种各异性材料/各向同性材料构成

的一维圆柱掺杂光子晶体, 光子晶体由各向异性介质 A (硝酸钠) 和各向同性介质 B (硫化锌) 周期性交替组成, 在光子晶体的中间插入一层 C (C 层仍为硝酸钠, 只是厚度与 A 层不同), 构成的一维掺杂光子晶体的结构为 $(AB)^N C (BA)^N$, 如图 1 所示. 硝酸钠是单轴晶体, 其光轴如图中 ⊗ 所示, 它有两个折射率分别为 $n_o = 1.587$ 和 $n_e = 1.336$, A 层的厚度为 $h_A = 94.52$ nm. 硫化锌的折射率为 $n_B = 2.38$, B 层的厚度为 $h_B = 63.03$ nm. C 层的厚度为 $h_C = 2h_A$. 当 TE 波在 A 层和 C 层传播时, 其折射率为 $n_e = 1.336$, 当 TM 波在 A 层和 C 层传播时, 其折射率为 $n_o = 1.587$. 周期数 $N = 5$.

在该一维各向异性圆柱掺杂光子晶体中传播的电磁波其波矢 \mathbf{k} ($k = n\omega/c$, ω 为圆频率, c 为光速, n 为折射率), 利用柱坐标 (z, r, ϕ) 可以解出电磁波的径向分量 $R(r)$ 是 m ($m = 0, 1, 2, 3, \dots$) 阶贝塞尔函数^[18], 由于本问题中入射波的入射与 ϕ 无关, 所以 m 只能为 0, $R(r)$ 就只能为 0 阶贝塞尔函数

$$R(r) = J_0(k_r r), \quad (1)$$

式中 k_r 为波矢 \mathbf{k} 的 r 分量, 利用边界条件 $R(a) = 0$, 可以得到 k_r 满足的条件

$$k_r = n\omega \sin\theta / c = \mu_i^{(0)} / a, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

θ 为波矢 \mathbf{k} 与 z 轴的夹角, $\mu_i^{(0)}$ 表示 0 阶贝塞尔函数的零点值. 在 (2) 式中没有包含弹性波正入射 ($k_r = 0$) 的情况. 为了把正入射包含进去, 令 $\mu_0^{(0)} = 0$, 将

* 重庆市教委科技项目基金 (批准号: KJ080720) 资助的课题.

† E-mail: liuqineng@yahoo.com.cn 或 ybxyjwc@sina.com

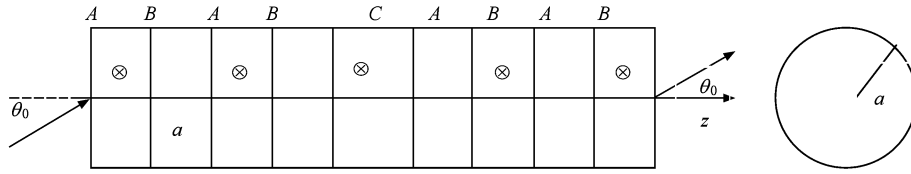


图1 一维各向异性圆柱掺杂光子晶体

(2)式扩展为

$$k_r = n\omega \sin\theta/c = \mu_i^{(0)}/a, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

式中 $i=0$ 对应正入射, $i>0$ 对应斜入射. 0 阶贝塞尔函数的前 8 个零点值在表 1 中列出.

表 1 贝塞尔函数的零点值

$\mu_0^{(0)}$	$\mu_1^{(0)}$	$\mu_2^{(0)}$	$\mu_3^{(0)}$	$\mu_4^{(0)}$	$\mu_5^{(0)}$	$\mu_6^{(0)}$	$\mu_7^{(0)}$
0	2.405	5.520	8.654	11.792	14.931	18.071	21.212

由(3)式可知, i 取一个值对应于光波的一个模式, 因此在一维圆柱掺杂光子晶体的传播的光波存在多个 k_r 分离的模式, 即光波在其中出现了量子效应, 将 i 称为模式量子数. (3)式也就是该各向异性圆柱掺杂光子晶体中光波的各模式满足的关系式, 利用(3)式可以研究该各向异性圆柱掺杂光子晶体中光波的量子效应.

根据薄膜光学理论, 光在每层介质中的传输特性可用一个 2×2 的特征矩阵表示, A 层、B 层、C 层的特征矩阵分别为

$$M_A = \begin{bmatrix} \cos\delta_1 & -\frac{i}{p_1}\sin\delta_1 \\ -ip_1\sin\delta_1 & \cos\delta_1 \end{bmatrix},$$

$$M_B = \begin{bmatrix} \cos\delta_2 & -\frac{i}{p_2}\sin\delta_2 \\ -ip_2\sin\delta_2 & \cos\delta_2 \end{bmatrix},$$

$$M_C = \begin{bmatrix} \cos\delta_3 & -\frac{i}{p_3}\sin\delta_3 \\ -ip_3\sin\delta_3 & \cos\delta_3 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

式中, $\delta_1 = (2\pi/\lambda) n_A h_A \cos\theta_A$, $\delta_2 = (2\pi/\lambda) n_B h_B \cos\theta_B$, $\delta_3 = (2\pi/\lambda) n_C h_C \cos\theta_C$,

$$p_j = \begin{cases} n_j \cos\theta_j, & (j = A, B, C), \quad \text{TE 波,} \\ \cos\theta_j/n_j, & (j = A, B, C), \quad \text{TM 波,} \end{cases} \quad (5)$$

式中的 θ 由(3)确定, 该一维各向异性圆柱掺杂光子晶体的整体特征矩阵 M 为

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}$$

$$= (M_A M_B)^N M_C (M_B M_A)^N, \quad (6)$$

其光波的透射率 T 为

$$T = \left| \frac{2n_0}{(M_{11} + M_{12}n_0)n_0 + (M_{21} + M_{22}n_0)} \right|^2. \quad (7)$$

利用(3)–(7)式就可以研究该一维各向异性圆柱掺杂光子晶体中 TE 波和 TM 波的缺陷模结构.

3. 量子效应的特征

一维横向受限光子晶体与一维横向非受限光子晶体的最重要的区别就是在其中传播的光波出现了量子效应. 下面通过(3)式分析该一维各向异性圆柱掺杂光子晶体中光波的量子效应特征.

1) 模式的量子效应: 由(3)式可知, 一维各向异性圆柱掺杂光子晶体中光波存在许多模式, 每个模式由模式量子数 i 确定, 记为 $[i]$. i 只能取自然数, 彼此是分离的. 即在该一维各向异性圆柱掺杂光子晶体中传播的光波其模式出现了量子效应, 而一维横向非受限光子晶体中传播的光波不存在模式.

2) 径向波矢的量子效应: 由(3)式可得, 在该一维圆柱掺杂光子晶体中的光波其径向波矢 k_r 满足

$$k_r = \mu_i^{(0)}/a, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (8)$$

由(8)式可知, 只有径向波矢 k_r 满足上述关系的光波才能在该一维圆柱掺杂光子晶体中传播, 而一维横向非受限光子晶体中光波的横向波矢 k_r 可以连续变化.

3) 传播方向的量子效应: 由(3)式可得在该一维圆柱掺杂光子晶体中光波的传播方向 θ 角满足

$$\sin\theta = c\mu_i^{(0)}/a n\omega, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (9)$$

由(9)式可知, 模式与它的传播角度有对应关系, 模式的量子化必然引起一维圆柱掺杂光子晶体中光波的传播方向出现量子效应, 即只有满足上述关系的 θ 角方向上得光波才能在一维圆柱掺杂光子晶体中传播, 而在一维横向非受限光子晶体中光波可以沿任意方向传播.

4) 光波频率的量子效应限制:由(3)式可得在该一维圆柱掺杂光子晶体中光波的圆频率 ω 满足 (利用 $\sin\theta \leq 1$)

$$\omega \geq \mu_i^{(0)} c/an, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (10)$$

由(10)式可知,在该一维圆柱掺杂光子晶体中各个模式的光波都存在一个最低圆频 $\omega_{\min} = \mu_i^{(0)} c/an$, 低于这个圆频率的光波不能在该一维圆柱掺杂光子晶体中传播, ω_{\min} 随模式量子数的增加而增大, 随圆柱半径增加而减小. 而在一维横向非受限光子晶体中光波的圆频率没有这样的限制.

4. 缺陷模的结构

从前面的分析可知,由于光波在一维各向异性圆柱掺杂光子晶体中径向受限,使得在其中传播的光波出现了量子效应. 量子效应的出现也必然使其中光波的缺陷模与径向非受限光子晶体中光波的缺陷模相比产生新的特性. 下面分别研究模式量子效应、方向量子效应以及圆柱半径对一维各向异性圆柱掺杂光子晶体中的 TE 波和 TM 波的缺陷模结构的影响. 下面的计算中取中心波长取 $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$, 中心圆频率 $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$, 设归一化频率 $g = \omega/\omega_0$.

4.1. 模式量子效应对缺陷模的影响

固定半径 $a = 2\lambda_0$, 计算出 TE 波和 TM 波的透射率随 $k_r a$ 和归一化频率 g 变化的立体图, 分别如图 2 和图 3. 在图 2 和图 3 中横坐标 $k_r a$ 是连续变化的, 只有在 $k_r a = \mu_0^{(0)}, \mu_1^{(0)}, \mu_2^{(0)}, \dots$ 处才是该一维各向异性圆柱掺杂光子晶体中 $i = 0, 1, 2, \dots$ 模式对应的缺陷模. 所以计算出 TE 波和 TM 波的 $i = 0, 1, 2$ 三个模式的透射率随归一化频率 g 的响应曲线, 分别如图 4 和图 5. 在如图 4 和图 5 中细线、中粗线、粗线分别对应 $i = 0, 1, 2$ 的曲线. 由图 2—图 5 可知:

1) 对于 TE 波和 TM 波, 模式量子数 $i = 0, 1, 2$ 时, 在禁带的中间都出现了缺陷模, 这表明 TE 波和 TM 波各个模式都会出现缺陷模, 并且 TM 波的缺陷模更为明显.

2) 对于 TE 波和 TM 波其缺陷模的频率都随模式量子数的增加而增大.

3) 对于 TE 波, 各模式的缺陷模的频率宽度随模式量子数的增加而减小. 对于 TM 波各模式的缺

陷模的频率宽度随模式量子数的增加而增大, 这与 TE 波相反.

上述计算出的缺陷模的频率随模式量子数的变化规律可以由(3)式给予理论解释: 当圆柱半径一定时, 光波各模式的频率随模式量子数的增加而增大.

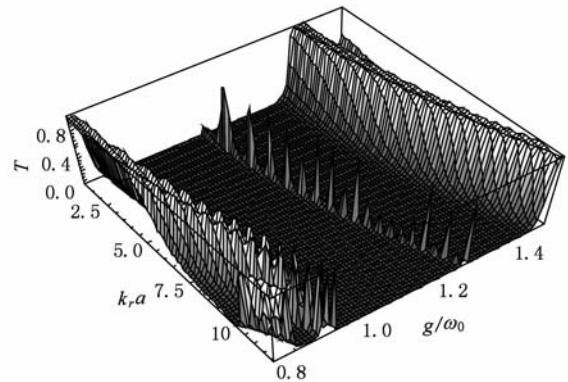


图 2 透射率随 $k_r a$ 和 g 变化的立体图(TE 波)

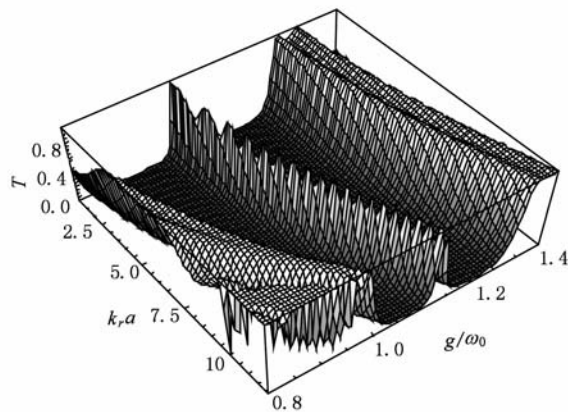


图 3 透射率随 $k_r a$ 和 g 变化的立体图(TM 波)

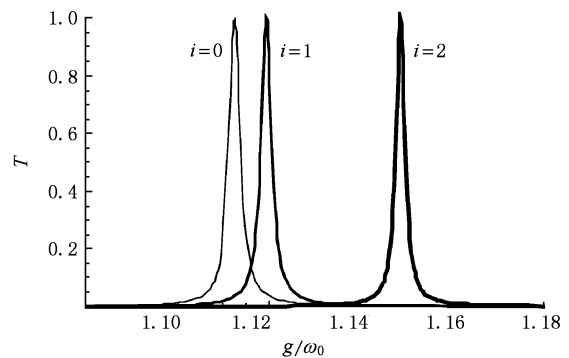


图 4 透射率随 g 的响应曲线(TE 波)

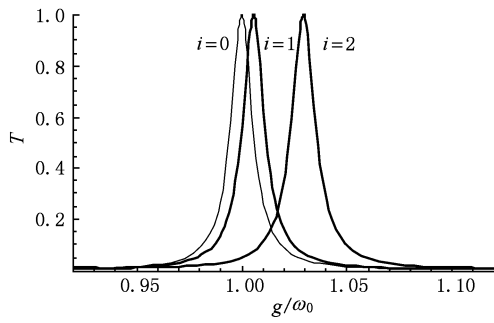


图5 透射率随 g 的响应曲线(TM 波)

4.2. 方向量子效应对缺陷模的影响

由(9)式可以知,由于模式的量子效应会引起一维各向异性圆柱掺杂光子晶体中光波的传播方向的量子效应.为了研究传播方向量子效应对一维各向异性圆柱掺杂光子晶体中光波的缺陷模的影响.固定半径 $a = 2\lambda_0$, 计算出透射空间中 TE 波和 TM 波的 $i = 1, 2, 3$ 三个模式的缺陷模随透射角 θ_0 的响应曲线,分别如图6和图7.由图6和图7可知:

1) 对于 TE 波和 TM 波其缺陷模对应的透射角随模式量子数的增加而增大.

2) 对于 TE 波,各模式缺陷模对应的透射角宽度随模式量子数的增加而减小.对于 TM 波,各模式

缺陷模对应的透射角宽度随模式量子数的增加而增大,这与 TE 波相反.

上述计算出的缺陷模的透射角随模式量子数的变化规律可以由(9)式给予理论解释:当圆柱半径一定时,各模式的透射角随模式量子数的增加而增大.

4.3. 圆柱半径对缺陷模的影响

固定模式量子数 $i = 3$, 计算出 TE 波和 TM 波的缺陷模随圆柱半径 a 和归一化频率 g 的变化图,如图8和图9.图8和图9中白色细带为缺陷模,两边的深色部分为禁带.由图8和图9可知:

1) 对于 TE 波和 TM 波,同一模式缺陷模的频率都随圆柱半径的增加而减小,但随着圆柱半径的增加缺陷模的频率减小的速度变缓,当圆柱半径的增加达到 $10\lambda_0$ 后缺陷模的频率几乎不再变化.

2) 对于 TE 波和 TM 波,同一模式缺陷模其频率宽度都随圆柱半径的增加而增大.但随着圆柱半径的增加缺陷模的频率宽度增加的速度变缓,当圆柱半径的增加达到 $10\lambda_0$ 后缺陷模的频率宽度几乎不再变化.

上述计算出的缺陷模的频率随圆柱半径的变化规律可以由(3)式给予理论解释:当模式一定时,模式的频率随圆柱半径的增加而减小.

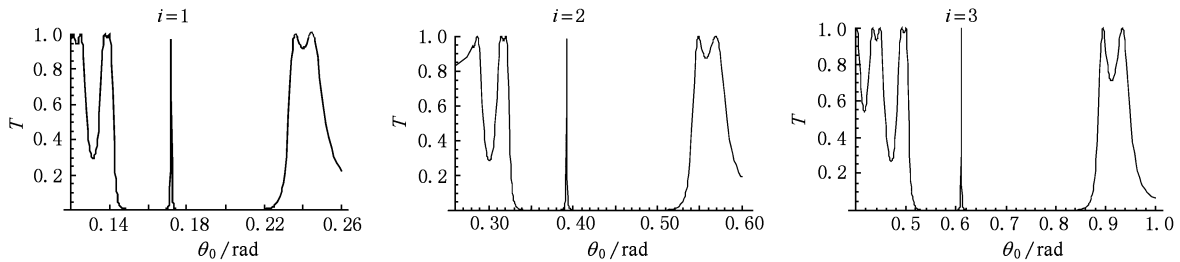


图6 缺陷模随透射角的响应曲线(TE 波)

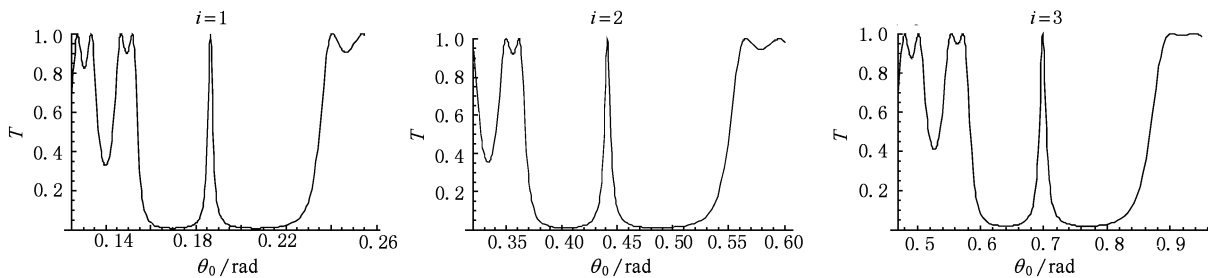
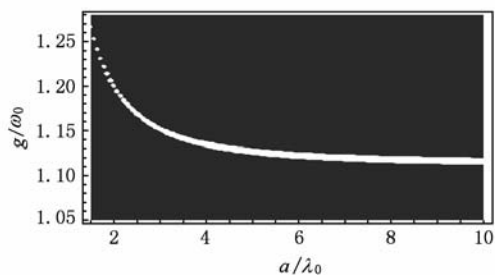
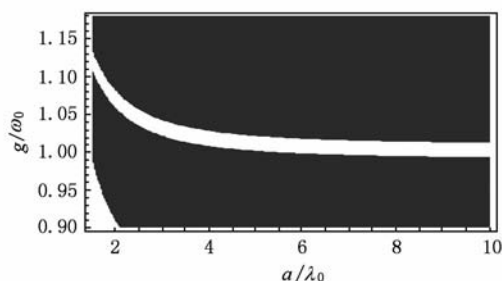


图7 缺陷模随透射角的响应曲线(TM 波)

图8 缺陷模随 a 和 g 变化的图(TE波)图9 缺陷模随 a 和 g 变化的图(TM波)

5. 结 论

本文利用光波在一维各向异性圆柱掺杂光子晶体中径向受限的条件,研究了光波在其中出现的模式量子效应,并利用特征矩阵法计算了TE波和TM波各模式的缺陷模随模式量子数、传播方向以及圆柱半径的变化规律.对于TE波有:缺陷模的频率随模式量子数的增加而增大,但随圆柱半径的增加而减小.缺陷模的频率宽度随模式量子数的增加而减小,但随圆柱半径的增加而增大.缺陷模的透射角随模式量子数的增加而增大.对于TM波有:缺陷模的频率随模式量子数的增加而增大,但随圆柱半径的增加而减小.缺陷模的频率宽度随模式量子数的增加而增大,也随圆柱半径的增加而增大.缺陷模的透射角随模式量子数的增加而增大.

上述缺陷模的变化规律可以应用于光子晶体滤波器的设计.

- [1] Chen W Z, Shen Y, Hu M L 2001 *Acta Phot. Sin.* **30** 1453 (in Chinese) [陈慰宗、申影、忽满利 2001 光子学报 **30** 1453]
- [2] Duan X F, Niu Y X, Zhang C 2003 *Acta Phot. Sin.* **32** 1086 (in Chinese) [段晓峰、牛燕雄、张维 2003 光子学报 **32** 1086]
- [3] Fang Y T, Shen T G, Tan X L 2004 *Acta Opt. Sin.* **24** 1557 (in Chinese) [方云团、沈廷根、谭锡林 2004 光学学报 **24** 1557]
- [4] Zhou J G, Du G Q, Zhang Y W 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3703 (in Chinese) [周金苟、杜桂强、张亚文 2005 物理学报 **54** 3703]
- [5] Du G Q, Liu N H 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1095 (in Chinese) [杜桂强、刘念华 2004 物理学报 **53** 1095]
- [6] Zhang D G, Ni N, An H N 2004 *Acta Phot. Sin.* **32** 1007 (in Chinese) [张登国、倪娜、安鹤南 2004 光子学报 **32** 1007]
- [7] Wang R, Zhang C X, Nie Y H 2007 *Acta Phot. Sin.* **35** 89 (in Chinese) [王瑞、张存喜、聂一行 2007 光子学报 **35** 89]
- [8] Li G, Ren K, Ren X B 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2520 (in Chinese) [李蓉、任坤、任晓斌 2004 物理学报 **53** 2520]
- [9] Liu Q N 2008 *Acta Phot. Sin.* **37** 305 (in Chinese) [刘启能 2008 光子学报 **37** 305]
- [10] Liu Q N 2007 *Journal of Optoelectronics · Laser* **18** 574 (in Chinese) [刘启能 2007 光电子·激光 **18** 574]
- [11] Liu Q N 2007 *Chinese Journal of Lasers* **34** 777 (in Chinese) [刘启能 2007 中国激光 **34** 777]
- [12] Tong K, Cui W W, Wang M T, Li Z Q P 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 754 (in Chinese) [童凯、崔卫卫、汪梅婷、李志全 2008 物理学报 **57** 754]
- [13] Ma L, Zhang H F, Liu S B 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5092 (in Chinese) [马力、章海锋、刘少斌 2008 物理学报 **57** 5092]
- [14] Wang Z D, Liu N H 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 559 (in Chinese) [王振德、刘念华 2009 物理学报 **58** 559]
- [15] Zhang Z R, Long Z W, Yuan Y Q, Diao X F 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 587 (in Chinese) [张正仁、隆正文、袁玉群、刁心峰 2010 物理学报 **59** 587]
- [16] Zhang L, Li S G, Yao Y Y, Fu B, Zhang M Y, Zheng Y 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1101 (in Chinese) [张磊、李曙光、姚艳艳、付博、张美艳、郑义 2010 物理学报 **59** 1101]
- [17] Song Y L, Wang X Z 2008 *Acta Opt. Sin.* **28** 2404 (in Chinese) [宋玉玲、王选章 2008 光学学报 **28** 2404]
- [18] Wu C S 2003 *Method of Mathematical Physics* (Peijing: Peijing University Press) pp219—220, 259—261 (in Chinese) [吴崇试 2003 数学物理方法(第二版)(北京:北京大学出版社)第219—220, 259—261页]

The defect mode and the quantum effect of light wave in cylindrical anisotropic photonic crystal^{*}

Liu Qi-Neng[†]

(Computer Science and Information Engineering College of Chongqing Technology and Business University, Chongqing 400067, China)

(Received 3 March 2010; revised manuscript received 17 March 2010)

Abstract

The quantum effect of light wave mode is studied under restriction condition of light wave in 1-D cylindrical anisotropic doped photonic crystal. The defect mode character of TE wave and TM wave are calculated by characteristic matrix method. New defect mode structure of 1-D cylindrical anisotropic doping photonic crystal was obtained. The defect mode frequency and transmission angle increases with increasing quantum number. The defect mode frequency of the same pattern decreases with increasing cylinder radius.

Keywords: cylindrical photonic crystal, anisotropic media, quantum effect, defect mode

PACS: 42.72.Qs, 42.82.-m

^{*} Project supported by the Foundation from the Education Commission of Chongqing (Grant No. KJ080720).

[†] E-mail: liuqineng@yahoo.com.cn