

利用白光干涉技术测量块状材料的群折射率^{*}

张淑娜 罗震岳 沈伟东[†] 刘旭 章岳光

(浙江大学现代光学仪器国家重点实验室,杭州 310027)

(2009年11月2日收到;2010年5月3日收到修改稿)

对群折射率的精确而快速测量是光学工程领域一个基础而又亟需解决的难题,本文提出了一套光谱型迈克尔逊白光干涉系统的解决方案。该系统充分利用了微型光纤光谱仪一次测量便可获得所有干涉信息的特点,无需机械扫描装置,具有结构简单和测量快速的优点。与传统的窗口傅里叶变换算法相比,本文采用小波变换直接从干涉信号的小波脊中提取群延迟,减小了由相位求导得到群延迟过程中引入的误差放大效应,进而提高了群折射率的测量精度。基于此迈克尔逊白光干涉系统,在不同干涉位置处对两块不同厚度的石英和BK7玻璃进行了测量,实验结果表明此方法在宽光谱范围内具有较高的测量精度和良好的重复性。

关键词: 白光干涉, 群折射率, 小波变换, 傅里叶变换

PACS: 42.87.Bg, 78.20.-e, 43.60.Hj, 33.20.Ea

1. 引言

相对于常规所用的折射率概念,材料的群折射率不仅包含了折射率的含义还体现了材料的色散性质^[1]。近年来,随着飞秒脉冲激光、宽带光通信技术以及低相干光医学诊断技术的进步^[2-5],其对光学元件的色散特性要求越来越高,因此精确测量光学材料的群折射率也成为新的研究热点。虽然测试折射率的方法发展比较成熟并得到了商业化推广,但是对群折射率的精确而快速测量仍是一个亟需解决的难题。

白光干涉方法以其结构简单和成本低廉等优点,近年来已被广泛应用到光学元件的色散测量中^[6-8]。Murphy等人最早将基于窗口傅里叶变换的白光干涉方法用于高色散材料的群折射率测量中^[9]。随后,Reolon等人提出利用小波变换算法从干涉信号的小波脊中提取相位,进而得到材料的群折射率^[10]。但是这两种方法均不能克服相位求导过程中引入的误差放大效应。最近,Kim等人提出将白光干涉仪和共焦扫描显微镜相结合来同时测量材料的群折射率和厚度,但是需要机械扫描来测试宽波段的色散,因而测量过程比较复杂^[11]。

本文提出一种利用光谱型迈克尔逊白光干涉

系统来测量块状材料群折射率的新方法。以微型光纤光谱仪作为探测器获取干涉信号,采用小波变换从中直接提取群延迟以避免窗口傅里叶变换与求导过程中带来的误差,再利用群延迟和群折射率之间的关系式来快速得到材料的群折射率曲线。该方法避免了复杂的机械扫描,可用于快速实时地测量宽波段内的材料色散。基于此系统分别测试了不同厚度的BK7和石英玻璃,在600 nm到950 nm的光谱范围内得到了高精度和高重复性的群折射率曲线。

2. 实验系统及过程

实验中搭建的迈克尔逊白光干涉系统如图1所示。该系统包括白光光源、准直透镜、偏振片、50/50分光棱镜(材料为BK7)、微位移器、光纤光谱仪和计算机。采用光谱范围为360—2000 nm的卤钨灯作为白光光源。接收端选用Ocean Optics公司的USB4000型光纤光谱仪,可以在1—100 ms的采样时间内同时测量300—1100 nm的光谱信号^[12]。

如图1所示,从白光光源发出的光经由透镜准直后再经偏振片入射到分光棱镜中。光线经过分光棱镜后分成两束,一束光直接入射到参考镜上,另一束光直接入射到样品镜(未插入被测块状材料

* 国家自然科学基金(批准号:60708013 和 60778025)资助的课题。

† 通讯联系人。E-mail:adongs@hotmail.com

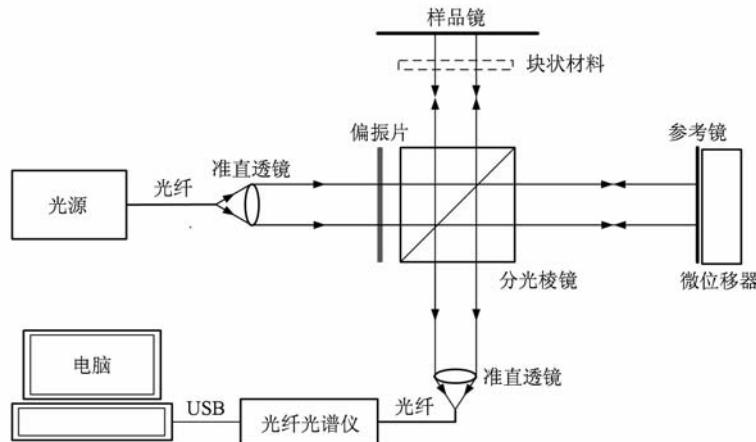


图1 迈克尔逊白光干涉系统示意图

时)上或经被测块状材料后再入射到样品镜(插入被测块状材料后),两束反射光的干涉信号经准直透镜会聚后耦合到光纤中,最后由光纤光谱仪接收,并传送至电脑做后续信号处理。本实验中样品镜与参考镜均镀铝膜,其反射相位可忽略不计。

为了测量被测材料的色散曲线,我们需要得到两个干涉信号。在插入块状材料前后,保持样品镜的位置不变,分别调节与参考镜相连的微位移器,使两束光发生干涉,记录光纤光谱仪接收的两个干涉信号和微位移器的移动量 ΔL 。通过两次记录的数值和块状材料的厚度,分别根据小波变换和窗口傅里叶变换算法求解群延迟和空气光程差/分光镜等效厚度,从而快速得到被测块状材料的群折射率。

3. 测量原理

在图1所示的迈克尔逊白光干涉系统中,插入被测块状材料后,光纤光谱仪接收到的干涉信号 $I(\lambda)$ 包含了系统中干涉仪两臂的位相信息 $\varphi(\lambda)$,这是由两臂的光程差引起的,可表示为

$$\varphi(\lambda) = \frac{2\pi}{\lambda} \{ 2L + 2n_{bs}(\lambda)T_{ef} + 2[n(\lambda) - 1]d \}, \quad (1)$$

其中, $2L$ 为干涉仪两臂在空气中的光程差; $2n_{bs}(\lambda)T_{ef}$ 为干涉仪两臂在折射率为 $n_{bs}(\lambda)$ 的分光棱镜中的光程差,因为实际使用时分光棱镜两侧的几何厚度不同会产生光程差,通常用一个相同材料的厚度为 T_{ef} 的平行薄板来等效; $n(\lambda)$ 和 d 分别为被测块状材料的折射率和几何厚度。

将上式两边分别对角频率 ω 求导得到群延迟

$\tau(\lambda)$ 与被测材料的群折射率 $N(\lambda)$ 之间的关系式

$$\begin{aligned} \tau(\lambda) = & \frac{2L}{c} + \frac{2T_{ef}}{c}N_{bs}(\lambda) \\ & + \frac{2d}{c}[N(\lambda) - 1], \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $N_{bs}(\lambda)$ 为分光棱镜的群折射率。

3.1. 平衡迈克尔逊干涉系统求空气光程差和分光棱镜等效厚度

从(2)式可以看出,要得到被测块状材料的群折射率 $N(\lambda)$,需要知道空气中的光程差 L 和分光棱镜的等效厚度 T_{ef} 。当系统中未插入块状材料时,迈克尔逊干涉仪保持平衡,可采用窗口傅里叶变换算法先从记录的干涉信号 $I_0(\lambda)$ 中提取干涉仪两臂之间的总相位 $\varphi_0(\lambda)$ ^[13]。由于存在初始相移使得到的总相位包含了 $2m\pi$ 的不确定度(m 是干涉级次),因此总光程差 $\Delta_0(\lambda)$ 可表示为

$$\begin{aligned} \Delta_0(\lambda) = & \frac{\lambda}{2\pi}[\varphi_0(\lambda) + 2m\pi] \\ = & 2L_0 + 2T_{ef}n_{bs}(\lambda). \end{aligned} \quad (3)$$

由(3)式可看出,总光程差 $\Delta_0(\lambda)$ 与分光棱镜折射率 $n_{bs}(\lambda)$ 成线性关系,使用最小二乘算法来线性拟合 T_{ef} 和 L_0 ,搜索预设范围内的每一个 m (-300—300)值,找到使具有最小拟合误差的 m 值即为实际的干涉级次,而最终拟合所得直线的斜率和截距分别就对应 $2T_{ef}$ 和 $2L_0$ 。由平衡迈克尔逊干涉仪测得的中间变量 L_0 和微位移器的移动量 ΔL 可以得到在插入被测块状材料时干涉仪两臂在空气中的光程差 $2L$ 。

3.2. 小波变换算法直接提取群延迟

为了求出被测块状材料的群折射率 $N(\lambda)$, 还需要从光纤光谱仪接收的干涉信号 $I(\lambda)$ 中提取群延迟 $\tau(\lambda)$. 通常采用的窗口傅里叶变换算法先提取相位再求导得到群延迟, 但是由于相位非常敏感, 一次求导后会使得噪声放大. 为克服这一缺点, 本文采用小波变换直接从干涉信号中提取群延迟, 其基本原理如下.

首先, 将干涉信号 $I(\lambda)$ 表示成关于角频率 ω 的函数 $f(\omega)$, 采用复 Morlet 小波作为分析小波对其进行变换得到^[14,15]

$$W(t, \omega') = \frac{t}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega) \psi^* \left[\frac{(\omega - \omega') \cdot t}{2\pi} \right] d\omega, \quad (4)$$

式中 Morlet 小波的表达式为

$$\psi(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\pi f_b}} \exp\left(-\frac{\omega^2}{f_b}\right) \cdot \exp(i2\pi f_c \omega), \quad (5)$$

其中, $\psi\left[\frac{(\omega - \omega') \cdot t}{2\pi}\right]$ 为母小波函数 $\psi(\omega)$ 经过平移和伸缩得到的子小波函数, ω' 为平移因子, $2\pi/t$ 为尺度因子^[16], 带宽参数 f_b 和小波中心频率 f_c 分别取 $1/(\ln(2))$ 和 1.

由(4)式可以看出, 小波变换将一维的频域信号转化成为二维的时频信号. 因为小波变换反映了干涉信号和子小波的相似性, 所以当子小波的周期和局部光谱干涉信号的周期相同或接近时, 小波变换的振幅达到局部频率位置的最大值. 因此将小波变换后各个频率对应的光强振幅最大值, 即小波变换的脊连接成一条光滑的曲线就得到了干涉信号的局部变化周期 $t(\omega)$. 而干涉光谱所携带的相位 $\varphi(\omega)$ 可表示为^[17]

$$\varphi(\omega) = \int t(\omega) d\omega. \quad (6)$$

另一方面, 群延迟是光谱相位 $\varphi(\omega)$ 对角频率 ω 的导数, 因此

$$\tau(\omega) = \frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} = t(\omega). \quad (7)$$

由(7)式可以看出干涉信号的局部变化周期就对应群延迟 $\tau(\omega)$, 由小波变换的脊线以及角频率和波长之间的对应关系得到群延迟 $\tau(\lambda)$.

综上可知, 在被测块状材料物理厚度 d 已知的情况下只需测量插入被测块状材料前后的两个干涉信号 $I_0(\lambda)$ 和 $I(\lambda)$, 分别经过窗口傅里叶变换和

小波变换算法得到 L, T_{ef} 和群延迟 $\tau(\lambda)$, 由(2)式就可以得到群折射率 $N(\lambda)$.

4. 实验结果及分析

4.1. 实验结果

首先以物理厚度为 3.00 mm 的石英玻璃作为待测块状材料进行实验. 由未插入块状材料时记录的干涉信号 $I_0(\lambda)$ 求出分光棱镜的等效厚度 T_{ef} 和空气中的光程差 L_0 分别为 $-367 \mu\text{m}$ 和 $575 \mu\text{m}$. 在样品臂中插入石英玻璃后, 微位移器的移动量为 $1429 \mu\text{m}$, 由此得到空气中的光程差 $L = 854 \mu\text{m}$. 由光纤光谱仪接收的干涉信号 $I(\lambda)$ 如图 2(a) 所示, 进行小波变换后得到二维的时频振幅信号(图 2(b)), 从图中直接提取脊线即得如图 2(c) 实线所示的群延迟曲线 $\tau(\lambda)$. 图 2(c) 中的虚线部分给出了用窗口傅里叶变换计算得到的结果, 从图中可以看到小波变换得到的群延迟曲线更平滑. 将测得的中间变量 L 和 T_{ef} 以及群延迟 $\tau(\lambda)$ 代入(2)式可得石英玻璃的群折射率曲线如图 2(d) 所示, 可以看到在 600—950 nm 的波长范围内群折射率从 1.478 逐步减小到 1.464.

采用同样的方法测量了物理厚度为 2.06 mm 的 BK7 玻璃的群折射率. 将样品臂中的被测样品换成 BK7 玻璃, 微位移器的移动量为 $1109 \mu\text{m}$, 由此得到干涉仪两臂在空气的光程差为 $L = 534 \mu\text{m}$. 对测得的干涉信号采用同样的小波变换算法得到群折射率的过程如图 3 所示, 从图 3(d) 所示的 BK7 玻璃的群折射率, 可以看到在 600—950 nm 的波长范围内群折射率从 1.540 逐步减小到 1.522.

4.2. 误差分析

为了分析本算法的测试精度和误差, 我们采用反射率反演的测量方法进行对比实验. 该方法先准确测出样品的反射率, 再根据菲涅耳反射定律得到样品折射率 n ^[18], 群折射率 N 可由折射率和群折射率之间的关系式给出^[19]

$$N(\lambda) = n(\lambda) - \lambda \frac{dn}{d\lambda}. \quad (8)$$

实验中采用反射率测试仪(Olympus USPM-RU III)分别对石英和 BK7 玻璃进行了测试. 由于 USPM-RU III 采用单抛玻璃作为标准参考样品, 同时在光路中加入光阑来消除背面反射的影响, 因而

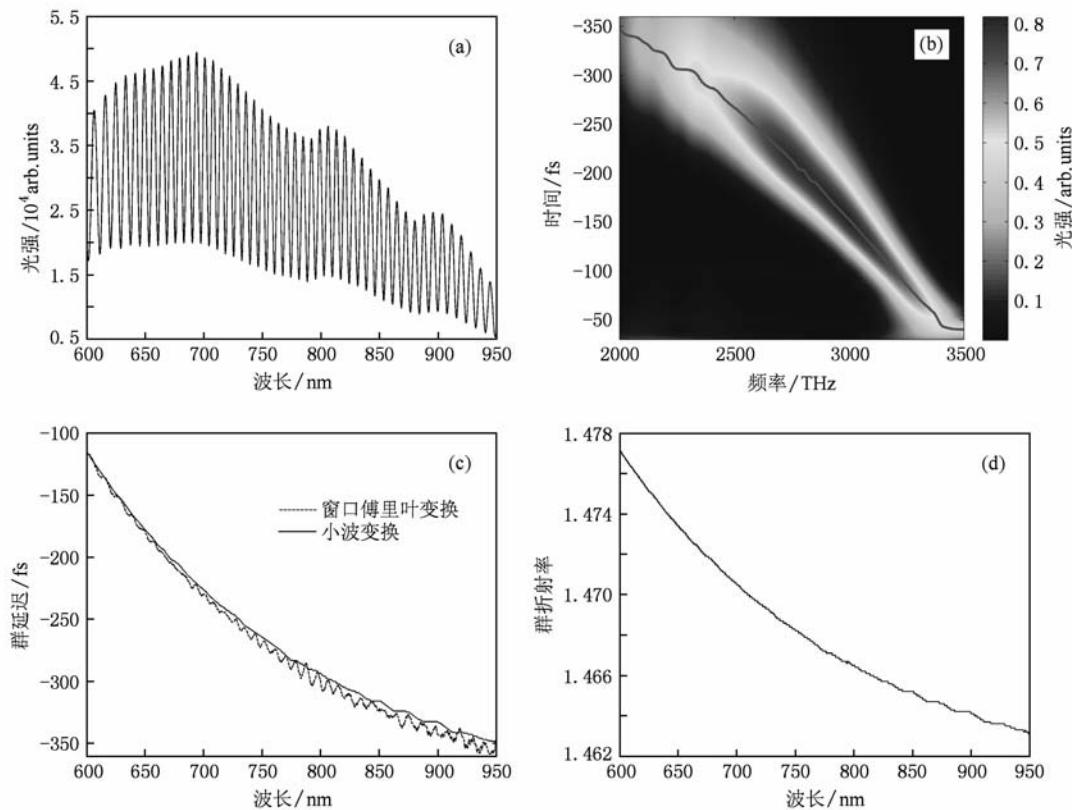


图2 石英玻璃群折射率的提取 (a) 干涉信号;(b) 小波变换振幅图和小波脊;(c) 小波变换(实线)和窗口傅里叶变换(虚线)提取的群延迟比较;(d) 群折射率的测量值

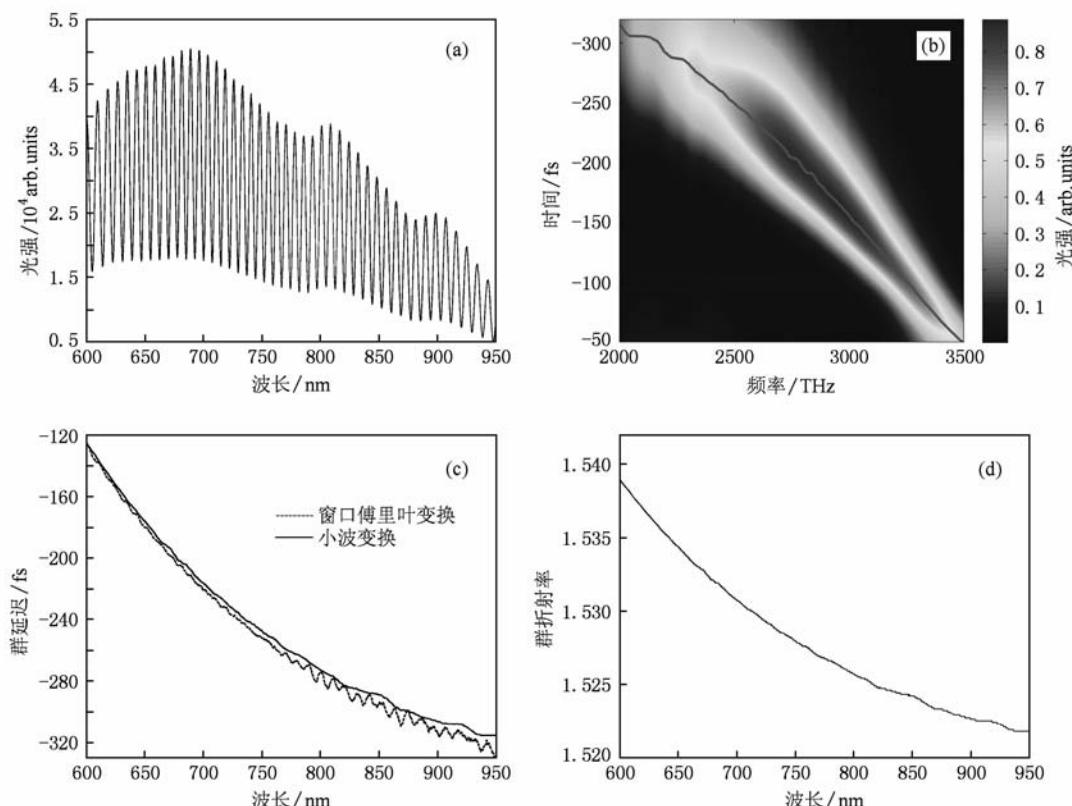


图3 BK7 玻璃群折射率的提取 (a) 干涉信号;(b) 小波变换振幅图和小波脊;(c) 小波变换(实线)和窗口傅里叶变换(虚线)提取的群延迟比较;(d) 群折射率的测量值

具有很高的测试精度(0.01%),是业界公认的低反射率测试标准.图4(a)即为BK7玻璃的反射率测试曲线,波段范围 380 — 780 nm,分辨率为 1 nm,由于探测器在 400 nm以下响应较弱,因而噪声增大.由菲涅耳反射定律求得样品的折射率如图4(b)所示,与Sellmeier色散方程^[20]求得的理论值相比偏大

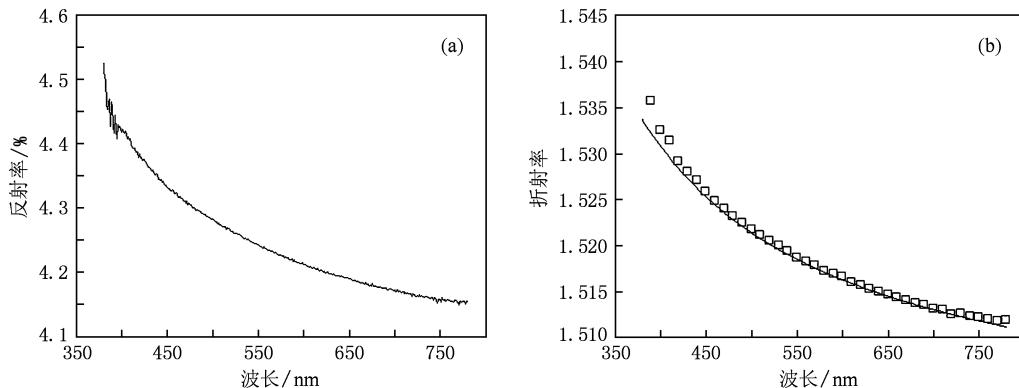


图4 BK7玻璃的测试结果 (a) USPM-RU III测得的反射率曲线;(b)由反射率反演方法(方形)和Sellmeier色散方程(实线)得到的折射率比较

图5(a)和(b)分别给出了采用白光干涉方法与反射率反演方法测试得到的石英和BK7玻璃群折射率曲线,图中实线部分为Sellmeier色散方程计算得到的群折射率理论曲线.从图中可以看到反射率反演方法在 600 — 740 nm的波长范围测量精度只有 $\pm 5 \times 10^{-3}$,而本文提出的白光干涉测试方法由于

0.04% ,这主要是由于测量过程中存在的背面反射光以及测试光斑聚焦位置的变化引起的.将测得的折射率代入(8)式可以看出,由于求导会造成误差放大效应,使BK7玻璃的群折射率测量误差迅速降低到 0.3% ,远低于本文提出的白光干涉算法的测试精度.

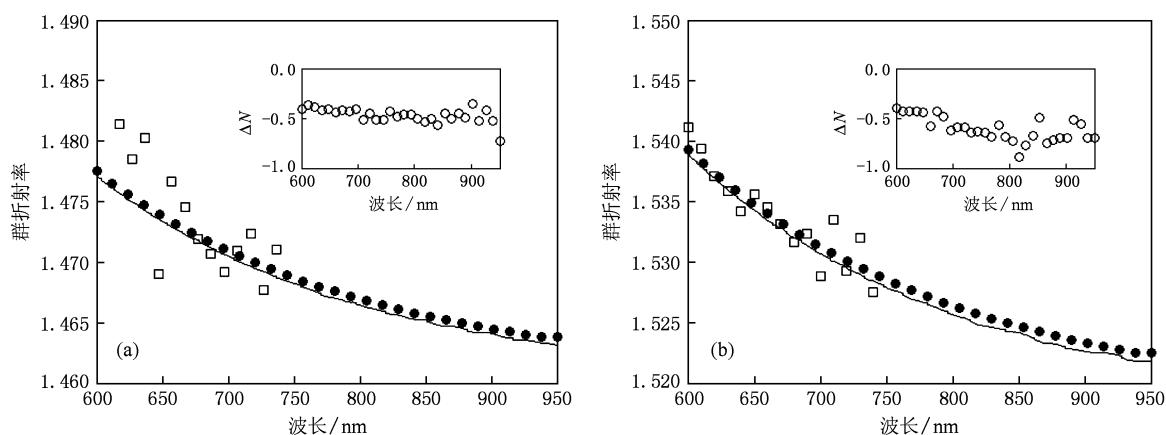
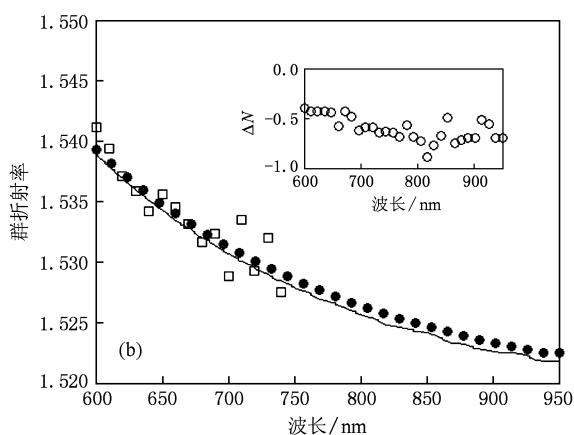


图5 白光干涉方法(实线)和反射率反演方法(方形)测得的群折射率与理论曲线(实心圆)比较 (a)石英玻璃;(b)BK7玻璃

对于白光干涉测量中存在的误差主要可归结为三个方面的原因.首先,本实验中采用游标卡尺来测量被测块状材料的物理厚度,精度只能达到 0.02 mm,可采用精度更高的测量装置来减小误差.

直接从干涉信号中提取群延迟和群折射率,因此在 600 — 950 nm的波长范围内与理论值具有非常好的一致性,两者几乎重合在一起,为了清晰地表示测量的精度,在子图部分给出了测量值和理论值的偏差曲线,可以看到最大误差小于 $\pm 1.2 \times 10^{-3}$,达到了比较理想的测量精度.



另外,在测量过程中被测材料的微小倾斜也会造成较大的厚度误差,而每 1.0 μm 的厚度误差造成的群折射率测量误差为 0.0006 ,因此被测材料的厚度误差是本方法的主要误差来源.除此之外,白光干

涉对空气扰动和振动较敏感^[21],实际使用中可用多次测量求平均值的方法来减小误差.

4.3. 重复性分析

对于传统的窗口傅里叶变换算法,滤波窗口的大小和位置不同将影响提取相位的精度,从而影响群折射率的测量精度.而小波变换不存在滤波窗口的选取问题,因此对于各个不同位置测得的干涉信号可用相同的小波变换来处理^[22].下面

我们通过在插入块状材料之前将参考镜分别置于不同位置来测试本方法的重复性.图6(a)和(b)中给出了当参考镜在相隔5 μm的三个不同位置下,分别对石英和BK7玻璃采用相同的处理过程得到的群折射率测量曲线.从图中可以看到不同位置下测得的群折射率曲线非常符合,在600—950 nm的波长范围内石英和BK7玻璃的群折射率最大误差分别为 3×10^{-4} 和 6×10^{-4} ,获得了良好的重复性.

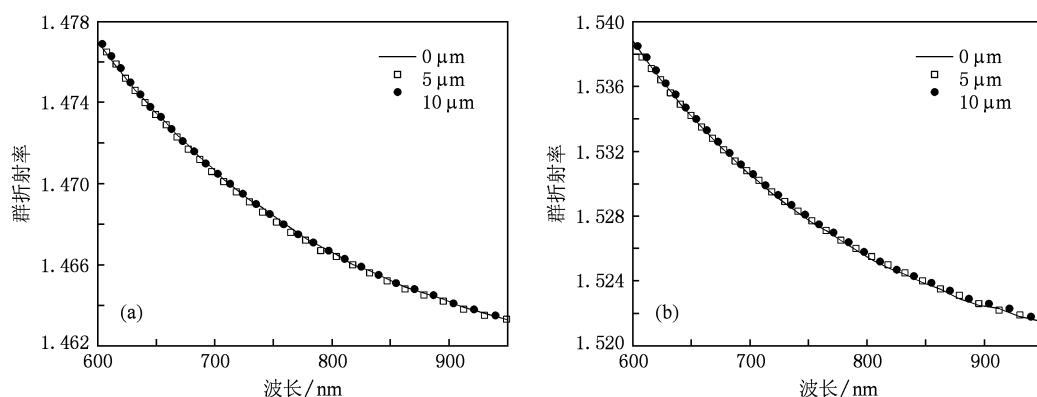


图6 参考镜置于相隔5 μm的三个不同位置时测得的群折射率曲线 (a)石英玻璃;(b)BK7玻璃

5. 结论

本文提出了一种基于白光干涉理论的测量块状材料群折射率的新方法.该方法利用光纤光谱仪记录干涉信号,整个测量过程简单快速,可用于色散材料的实时测量.对测得的干涉信号采用小波变换进行处

理,一方面避免了相位求导过程中引入的误差放大效应,提高了测量精度;另一方面,由于不受滤波窗口的限制,因而获得了良好的重复性.基于此方法,分别对石英和BK7玻璃进行了测试,实验结果表明在600 nm到950 nm的光谱范围内测得的群折射率与Sellmeier色散方程计算得到的理论值具有相当好的一致性,其最大误差小于 $\pm 1.2 \times 10^{-3}$.

- [1] Li H, Xie S S, Lu Z K 1999 *Acta Photon. Sin.* **28** 1075 (in Chinese) [李晖、谢树森、陆祖康 1999 光子学报 **28** 1075]
- [2] Hirai A, Matsumoto H 2003 *Opt. Lett.* **28** 2112
- [3] Tan Z W, Zheng K, Liu Y, Fu Y J, Chen Y, Cao J H, Ning T G, Dong X W, Ma L N, Jian S S 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5218 (in Chinese) [谭中伟、郑凯、刘艳、傅永军、陈勇、曹继红、宁提纲、董小伟、马丽娜、简水生 2005 物理学报 **54** 5218]
- [4] Tian J R, Han H N, Zhao Y Y, Wang P, Zhang W, Wei Z Y 2006 *Acta. Phys. Sin.* **55** 4725 (in Chinese) [田金荣、韩海年、赵研英、王鹏、张炜、魏志义 2006 物理学报 **55** 4725]
- [5] Dorrer C 2004 *J. Opt. Soc. Am. B* **21** 1417
- [6] Amotchkina T V, Tikhonravov A V, Trubetskoy M K, Grupe D, Apolonski A, Pervak V 2009 *Appl. Opt.* **48** 949
- [7] Naganuma K, Mogi K, Yamada H 1990 *Opt. Lett.* **15** 393
- [8] Hlubina P 2003 *SPIE* **5064** 191
- [9] Murphy D F, Flavin D A 2000 *Appl. Opt.* **39** 4607
- [10] Reolon D, Jacquot M, Verrier I, Brun G, Veillas C 2006 *Opt. Express* **14** 12744
- [11] Kim S, Na J, Kim M J, Lee B H 2008 *Opt. Express* **16** 5516
- [12] <http://www.oceanoptics.com/>
- [13] Xue H, Shen W D, Gu P F, Luo Z Y, Zhang Y G, Liu X 2009 *Chin. Opt. Lett.* **7** 446
- [14] Deng Y Q, Yang W J, Zhou C, Wang X, Tao J, Kong W P, Zhang Z G 2009 *Opt. Express* **17** 6038
- [15] Deng Y Q, Wu Z B, Chen S H, Chai L, Wang Q Y, Zhang Z G 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3716 (in Chinese) [邓玉强、吴祖斌、陈盛华、柴路、王清月、张志刚 2005 物理学报 **54** 3716]

- [16] Deng Y Q, Lang L Y, Xing Q R, Cao S Y, Yu J, Xu T, Li J, Xiong L M, Wang Q Y, Zhang Z G 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7747 (in Chinese) [邓玉强、郎利影、邢岐荣、曹士英、于 靖、徐 涛、李 健、熊利民、王清月、张志刚 2008 物理学报 **57** 7747]
- [17] Deng Y Q, Yang W J, Zhou C, Wang X, Tao J, Kong W P, Zhang Z G 2008 *Opt. Lett.* **33** 2855
- [18] Tan T Y, Yi K, Shao J D, Fan Z X 2005 *Chinese J. Lasers* **32** 1678 (in Chinese) [谭天亚、易 葵、邵建达、范正修 2005 1678 (in Chinese) [谭天亚、易 葵、邵建达、范正修 2005]
- [19] Hlubina P 2001 *Optics Commun.* **193** 1
- [20] http://www.schott.com/advanced_optics/english/download/poket_catalogue_v1.8_e.pdf
- [21] Kim S H, Lee S H, Lim J I, Kim K H 2010 *Appl. Opt.* **49** 910
- [22] Deng Y Q, Cao S Y, Yu J, Xu T, Wang Q Y, Zhang Z G 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7017 (in Chinese) [邓玉强、曹士英、于 靖、徐 涛、王清月、张志刚 2008 物理学报 **57** 7017]

Measurement of the group refractive index of bulk material using white-light spectral interferometry*

Zhang Shu-Na Luo Zhen-Yue Shen Wei-Dong[†] Liu Xu Zhang Yue-Guang

(State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

(Received 2 November 2009; revised manuscript received 3 May 2010)

Abstract

It is a radical but pressing problem to measure the group refractive index of dispersive material both accurately and rapidly in optical engineering field. In this paper, a white-light spectral interferometric system employing a fiber-optic spectrometer is developed for solving this problem. The system takes advantage of the characteristic of fiber-optic spectrometer which can get all the interferometric information by a single shot image without any mechanical scanning. Compared with the traditional windowed Fourier transform, a wavelet transform algorithm is used to directly extract the group delay rather than the phase from the interferogram. Therefore, the new method can provide a simple and fast solution, while still maintaining high accuracy. Based on this white-light Michelson interferometric system, fused silica and BK7 glass samples are measured respectively and the results agree well with the theoretical values over a broad spectral range. At the end of this paper, different mirror positions are used to verify the repeatability of our method.

Keywords: white-light interferometry, group refractive index, wavelet transform, Fourier transform

PACS: 42.87.Bg, 78.20.-e, 43.60.Hj, 33.20.Ea

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60708013 and 60778025).

† Corresponding author. E-mail: adongs@hotmail.com