

# InAs 量子点中自旋-轨道相互作用下 电子自旋弛豫的参量特征\*

蒋洪良<sup>1)2)†</sup> 张荣军<sup>2)</sup> 周宏明<sup>2)</sup> 姚端正<sup>2)</sup> 熊贵光<sup>2)</sup>

1) (金陵科技学院基础部, 南京 211169)

2) (武汉大学物理学院, 武汉 430072)

(2009年12月31日收到; 2010年5月5日收到修改稿)

本文在处理 InAs 单电子量子点哈密顿模型时, 将自旋-轨道(SO)相互作用作为微扰项, 计算在 Fock-Darwin 本征函数下 SO 相互作用的矩阵元, 利用其对能级和波函数的二阶修正, 并且考虑新的能级对  $g$  因子和有效质量  $m^*$  的影响, 计算得到在声子协助下电子的自旋弛豫率  $\Gamma$  的表达式. 给出了 InAs 量子点中声子协助的电子自旋弛豫率  $\Gamma$  对于限制势频率  $\omega_0$ 、温度  $T$ 、纵向高度  $z_0$  及磁场  $B$  等参量有不同的依赖关系, 其中温度对于电子的自旋弛豫起着主导作用, 横向限制势频率次之, 磁场和纵向高度的作用再次之. 1) 在 InAs 量子点中,  $\omega_0$  的增加对应着有效横向尺寸  $d$  的变小, 对  $\Gamma$  的值有明显的抑制作用; 2) 随着  $T$  的提高  $\omega_0$  对于电子自旋反转的抑制作用逐渐减弱,  $T$  对  $\Gamma$  的影响明显, 从 1 K 增加到 7 K 时自旋反转弛豫迅速增加,  $\Gamma$  从  $10^3 \text{ s}^{-1}$  增加到  $10^8 \text{ s}^{-1}$  量级; 3)  $\Gamma$  随高度  $z_0$  的增加而变小, 在  $T=1 \text{ K}$  时  $\Gamma$  总的量级为  $10^0-10^3 \text{ s}^{-1}$ , 而随着  $T$  的增加 ( $T=6 \text{ K}$ ) 它将逐渐超过  $z_0$  的增加对弛豫率  $\Gamma$  的影响; 4)  $\Gamma$  随磁场  $B$  变化曲线在不同的  $\omega_0$  时均形成一个峰值, 而峰值几乎出现在同一  $B$  值, 这归因于 InAs 有相当大的  $g$  因子使得随磁场增加时塞曼项  $\hat{H}_z$  对能级产生影响将超过  $\hat{H}_{s_0}$ .

**关键词:** 自旋弛豫率, 自旋-轨道(SO)相互作用, InAs 量子点, Fock-Darwin 本征函数

**PACS:** 72.25.Rb, 72.80.Eg, 73.21.La

## 1. 引言

在固体器件中自旋状态的产生和操纵可能为新一代电子器件的发展提供新的方法, 如自旋场效应管、自旋滤波和记忆器件等, Datta-Das 晶体管的工作原理正是建立在二维电子气中电子的 Rashba SO 耦合作用上<sup>[1]</sup>. 量子点的零维特征使得电子的轨道态被量子化, 而自旋-反转机理受到抑制, 于是电子的自旋态会很稳定; 这样限制在量子点中的电子自旋, 就有可能作为量子计算中的量子比特<sup>[2]</sup>. 有关电子自旋的动力学研究已引起了广泛关注<sup>[3-7]</sup>, 如利用磁共振力显微镜从实验上测得量子点中单电子自旋<sup>[8]</sup>, 通过脉冲弛豫测量方法和光学定向实验读出了单电子自旋态<sup>[9, 10]</sup>, 最近 Pfoud 等研究了在 InAs 量子线中, 耦合双电子在强的 SO 作用下的

自旋泡利阻塞效应<sup>[11]</sup>. 在这些理论及实验中, 向上和向下的自旋态由于外磁场的作用而发生能级的塞曼劈裂, 在塞曼能级间声子协助下的自旋弛豫由于 SO 作用而发生变化. InAs 作为 III-V 族典型材料之一, 了解其自旋特性对于自旋电子器件尤其是纳米器件的研制非常重要, 因此开展 InAs 量子点的参量相关特征对于电子自旋弛豫影响的研究具有重要意义.

本文研究了 InAs 量子点中在 SO 相互作用下电子自旋反转率的变化情况: 第 2 节介绍了量子点系统的哈密顿以及相应的电子自旋弛豫率; 第 3 节计算了 InAs 量子点电子自旋弛豫率, 给出量子点的能级、对应波函数以及  $\hat{H}_{s_0}$  矩阵元的计算结果; 第 4 节为 InAs 量子点中电子自旋弛豫率随限制势频率  $\omega_0$ 、温度  $T$ 、纵向高度  $z_0$  以及磁场  $B$  等参量的变化情况; 第 5 节对本文内容作了总结.

\* 国家自然科学基金(批准号: 10534030)和金陵科技学院科研基金资助的课题.

† E-mail: jianghlyf@gmail.com

## 2. 理论模型

自旋弛豫过程即系统自旋从不平衡的状态趋向平衡、有序到无序的过程,将导致系统的自旋信息的丢失. 在自旋电子学中自旋弛豫是非常重要的现象,在半导体材料中存在四种主要的自旋弛豫机理<sup>[12]</sup>: Elliott-Yafet (EY) 机理, D'yakonov-Perel' (DP) 机理, Bir-Aronov-Pikus (BAP) 机理, 以及超精细相互作用的机理. 在 EY 机理中, 由于离子造成的 SO 相互作用引起电子波函数与相反自旋的电子波函数相混合, 在动量散射过程中造成电子自旋弛豫. DP 机理是在没有反演中心的半导体体系中由于 SO 相互作用引起的自旋弛豫机理. BAP 机理是在 p 型半导体中导带电子通过电子-空穴的散射而发生的自旋弛豫. 超精细相互作用的机理, 是由于电子磁矩和核磁矩的相互作用, 引起局域电子的系综自旋去相位和单自旋退相干, 但是这种电子和核的磁矩相互作用太弱, 以至于不能引起金属或半导体中自由电子的有效自旋弛豫. EY 和 DP 机理可以共存于反演对称缺失的系统中, 它们的相对强度依赖于许多因素, 而 DP 机理是对于较大带隙和温度的情况更重要. 在 p 型缺乏反演中心的半导体材料中, BAP 机理与 EY 和 DP 机理共同起作用, 这些作用可以根据对掺杂浓度和温度的不同依赖关系而区分开. 在低维结构的半导体系统尤其是量子点中, 自旋弛豫的 EY 和 DP 机理不再有效; 对于带少量电子的量子点, 由于内层电子的屏蔽作用, 超精细相互作用的弛豫机理同样失效. 为简单起见, 下文考察单电子量子点的自旋弛豫情况.

### 2.1. 系统哈密顿及 Fock-Darwin 能谱

考虑扁平的各向同性量子点, 假定量子点在量子阱宽为  $z_0$  的二维电子气中, 在纵向  $z$  方向的限制势  $V(z)$  足够强使得电子态只能处于导带的第一个能带上, 在横向方向的抛物限制势  $V(\rho)$ , 磁场方向沿  $z$  方向  $\mathbf{B} = B_0(0, 0, 1)$ . 单电子量子点系统总哈密顿可表示为<sup>[13]</sup>

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{\text{SO}} + \hat{H}_{\text{ph}} + \hat{H}_{\text{e-ph}}, \quad (1)$$

其中  $\hat{H}_0$  是未考虑 SO 作用时的哈密顿,  $\hat{H}_{\text{SO}}$  为自旋轨道相互作用哈密顿,  $\hat{H}_{\text{ph}}$  自由声子哈密顿,  $\hat{H}_{\text{e-ph}}$  是电子-声子相互作用. 上式中的  $H_0$  可写为

$$\hat{H}_0 = \frac{\hbar^2 \boldsymbol{\pi}^2}{2m^*} + V(\mathbf{r}) + \hat{H}_Z, \quad (2)$$

其中  $\boldsymbol{\pi} = -i \nabla + e\mathbf{A}/c$ , 矢势  $\mathbf{A} = B_0(-r \sin\varphi, r \cos\varphi, 0)$ ,  $V(\mathbf{r}) = m^* \omega_0^2 r^2/2$  为横向限制势能,  $\mathbf{r}$  是横向极坐标  $(r \cos\varphi, r \sin\varphi) = (x, y)$ ,  $m^*$  是电子的有效质量,  $\omega_0$  是限制势频率;  $\hat{H}_Z = \frac{g\mu_B}{2} \mathbf{B} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}$  为塞曼项, 其中  $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$  是泡利矩阵,  $g$  为电子的  $g$  因子,  $\mu_B$  是波尔磁子. 方程(2)的解为著名的 Fock-Darwin 能谱<sup>[14]</sup>

$$E_{nl\sigma} = (2n + |l| + 1) \hbar\Omega + \frac{l}{2} \hbar\omega_c + \frac{\sigma}{2} g\mu_B B, \quad (3)$$

其中  $n = 0, 1, 2, \dots$ ,  $l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ,  $\Omega = \sqrt{\omega_0^2 + \omega_c^2/4}$  系统的有效频率,  $\omega_c = eB_0/m^*$  是在磁场下的回旋频率,  $\sigma$  是  $z$  方向的量子数. 引入量子点系统的几个特征长度,  $l_0 = \sqrt{\hbar/(m^* \omega_0)}$ ,  $l_B = \sqrt{\hbar/(m^* \omega_c)}$  和  $d = \sqrt{\hbar/(m^* \Omega)}$  分别是系统的限制势相关尺寸, 磁场相关尺寸以及量子点有效尺寸.  $H_0$  的本征函数为

$$\Psi_{nl\sigma}(x, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} R_n^{||}(x) e^{i\varphi} \chi_\sigma, \quad (4)$$

其中  $x = r/d$ ,  $\chi_\sigma$  是自旋本征函数,  $R_n^{||}(x)$  是径向函数

$$R_n^{||}(x) = \sqrt{\frac{2n!}{d^2(n+|l|)!}} x^{|l|} e^{-x^2/2} L_n^{||}(x^2), \quad (5)$$

这里  $L_n^{||}(x)$  是缔合拉盖尔多项式.

### 2.2. Dresselhaus 和 Rashba SO 项

在(1)式子中的  $H_{\text{SO}}$  项, 是 Dresselhaus 和 Rashba SO 耦合项, 即

$$\hat{H}_{\text{SO}} = \hat{H}_{\text{SO}}^{(\text{D})} + \hat{H}_{\text{SO}}^{(\text{R})}, \quad (6)$$

其中 Dresselhaus SO 耦合是由于晶格的体反演不对称(BIA)引起, 而 Rashba SO 耦合作用是由于沿着生长方向的结构反演不对称(SIA)引起<sup>[15, 16]</sup>, 在量子点中可以对 Dresselhaus 和 Rashba SO 项做简化, 它们分别可以写为<sup>[17, 18]</sup>

$$\hat{H}_{\text{SO}}^{(\text{D})} = -\beta(\sigma_x \pi_x - \sigma_y \pi_y), \quad (7)$$

$$\hat{H}_{\text{SO}}^{(\text{R})} = \alpha(\sigma_x \pi_y - \sigma_y \pi_x), \quad (8)$$

$\beta, \alpha$  分别是 Dresselhaus 和 Rashba 项的参数.

一般, 可以将  $H_{\text{SO}}$  看作是对  $\hat{H}_0$  的微扰, (4)式的 Fock-Darwin 函数可以记作  $|n, l, \sigma\rangle = |\Psi_{nl\sigma}(x,$

$\phi\rangle\rangle$ . 引入新的波函数写作  $|\varphi_l\rangle = \sum_{nl\sigma} C_{nl\sigma}^l |n, l, \sigma\rangle$ , 令  $\hat{H}_e = \hat{H}_0 + \hat{H}_{SO}$ , 则满足

$$\hat{H}_e |\varphi_l\rangle = E_l |\varphi_l\rangle. \quad (9)$$

解上面的方程可以得到能量  $E_l$  及波函数  $|\varphi_l\rangle$ . 由于  $H_{SO}$  项的存在,  $\sigma$  不再是一个好量子数,  $\langle \varphi_l | \hat{H}_{SO} | \varphi_{l'} \rangle$  在非对角元处可能不为零.

### 2.3. 声子作用项

在(1)式子中的  $H_{ph}$  为自由声子项

$$\hat{H}_{ph} = \sum_{q\lambda} \hbar\omega_{q\lambda} a_{q\lambda}^+ a_{q\lambda}, \quad (10)$$

$\omega_{q\lambda}$  是  $\lambda$  带波矢为  $q$  的声子频率,  $a_{q\lambda}^+$  和  $a_{q\lambda}$  分别为产生算符和没灭算符;  $H_{e-ph}$  为电子-声子相互作用

$$\hat{H}_{e-ph} = \sum_{q\lambda} M_{q\lambda} (a_{q\lambda}^+ + a_{q\lambda}) \exp(iq \cdot r), \quad (11)$$

其中  $M_{q\lambda}$  是散射矩阵元.

### 2.4. 电子自旋弛豫率

由于 SO 作用的存在, 电子-声子散射不再是弹性散射. 电子被散射前后的自旋方向发生反转并且能量由初态时  $E_i$  变为  $E_j$ , 这个过程遵循 Fermi 黄金定则

$$\begin{aligned} \Gamma_{ji} &= \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{q\lambda} |F(q_z)|^2 \cdot |M_\lambda(q)|^2 \\ &\times |\langle \varphi_j | e^{iq \cdot r} | \varphi_i \rangle|^2 \\ &\times [n_{q\lambda} \delta(E_j - E_i - \hbar\omega_{q\lambda}) \\ &+ (n_{q\lambda} + 1) \delta(E_j - E_i + \hbar\omega_{q\lambda})], \quad (12) \end{aligned}$$

其中  $n_{q\lambda}$  为  $\lambda$  支波矢量  $q$  的声子的 Bose 分布

$$n_{q\lambda} = \frac{1}{\exp[\hbar\omega_{q\lambda}/(k_B T)] - 1}, \quad (13)$$

这里  $\lambda = LA, TA1, TA2$  是表示三个声学声子模式,  $|F(q_z)|^2 = |\langle z | e^{iq_z z} | z \rangle|^2$ , 形变势和压电势声子相关跃迁矩阵元为<sup>[19]</sup>

$$M_{LA}(q) = \Lambda_{LA}(q) + i\Xi_{LA}(q), \quad (14a)$$

$$M_{TA}(q) = \Lambda_{TA1}(q) + \Lambda_{TA2}(q). \quad (14b)$$

因此, 电子自旋弛豫率为

$$\Gamma = \sum_i f_i \sum_j \Gamma_{ji}, \quad (15)$$

这里,  $f_i = \exp[-E_i/(k_B T)]/Z$  是第  $i$  个能级的 Maxwell 分布;  $Z$  为配分函数

$$Z = \sum_n \exp[-E_n/(k_B T)]. \quad (16)$$

由上面的分布函数可以知道, 在低温下与最低能级  $E_0$  发生跃迁时  $f_0 \gg f_i (i \neq 0)$ , 因此电子自旋弛豫率

可以近似为  $\Gamma = f_0 \sum_j \Gamma_{j0}$ .

### 3. InAs 量子点的自旋弛豫率

假定

$$V(z) = \begin{cases} 0, & 0 \leq z \leq z_0, \\ \infty, & z > z_0, z < 0, \end{cases}$$

$D$  是量子点的横向尺寸, 并有  $D \gg z_0$  (如图 1 所示),

则可以认为在  $z$  方向波函数  $|z\rangle = \sqrt{\frac{2}{z_0}} \sin\left(\frac{\pi z}{z_0}\right)$ . 设

磁场方向沿  $z$  方向, 量子点中总的哈密顿为(1)式, 其中  $\hat{H}_0$  的解为 Fock-Darwin 函数:

$$\begin{aligned} |nl\sigma\rangle &= |\Psi_{nl\sigma}(r, \phi)\rangle \\ &= \sqrt{\frac{n!}{\pi(n+|l|)!}} \frac{r^{l+1}}{d^{l+1}} e^{-\frac{r^2}{2d^2}} \\ &\times e^{il\phi} L_n^{l+1}\left(\frac{r^2}{d^2}\right) \chi(\sigma), \quad (17) \end{aligned}$$

这里  $d = \sqrt{\frac{\hbar}{m^* \Omega}}$  为横向有效尺寸,  $\Omega = \sqrt{\omega_0^2 + \frac{\omega_c^2}{4}}$ ,  $\omega_c$

$= \frac{eB}{m^*}$ ,  $\chi(+1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\chi(-1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ . 对应的能量为

$E_{nl\sigma} = (2n + |l| + 1) \hbar\Omega + \frac{l}{2} \hbar\omega_c + \frac{\sigma}{2} g\mu_B B$ , 其中的  $g$  因子与  $m^*$  可通过下面方程组求得:

$$\begin{aligned} g(E) &= 2 - \frac{2}{3} E_p \frac{\Delta}{(E_g + E) [(E_g + E) + \Delta]}, \\ \frac{1}{m^*} &= \frac{1}{m_0} + \frac{1}{3m_0} E_p \frac{3(E_g + E) + 2\Delta}{(E_g + E) [(E_g + E) + \Delta]}, \quad (18) \end{aligned}$$

其中  $E_g$  和  $\Delta$  分别是体材料的带隙和 SO 劈裂值,  $E$  为导带的最低能级,  $E_p$  是能带参数, 将最低能级的  $E$  代入上面的方程可以解得  $g$  和  $m^*$ .

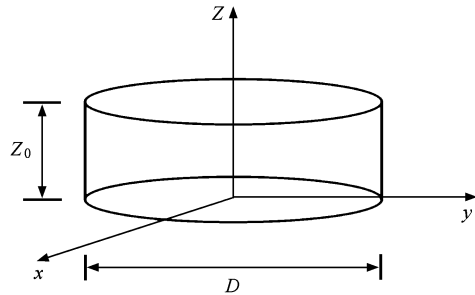


图 1 InAs 单量子点示意图

考虑到量子阱对称则  $\hat{H}_R = 0$ ,  $\hat{H}_{SO} = \beta(\sigma_x \pi_x -$

$\sigma_y, \pi_y$ ).  $\hat{H}_{SO}$ 项导致了不同  $|nl\sigma\rangle$  态的混合, 可将 SO 项看作微扰项, 利用下面的关系:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_x \chi_{\uparrow(\downarrow)} = \chi_{\downarrow(\uparrow)}; \quad (19a)$$

$$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_y \chi_{\uparrow} = -i\chi_{\downarrow}, \sigma_y \chi_{\downarrow} = i\chi_{\uparrow}; \quad (19b)$$

$$\langle nl\chi_{\uparrow} | \sigma_x \pi_x | n'l'\chi_{\downarrow} \rangle = \langle nl | \pi_x | n'l' \rangle, \quad (19c)$$

$$\langle nl\chi_{\uparrow} | \sigma_y \pi_y | n'l'\chi_{\downarrow} \rangle = i\langle nl | \pi_y | n'l' \rangle, \quad (19d)$$

再将  $\pi_{x,y}$  中对  $x$  和  $y$  的偏微分表示成对  $r$  和  $\phi$  的微分形式.  $\langle nl | \pi_{x,y} | n'l' \rangle$  可以变为对  $r$  和  $\phi$  的积分形式. 则  $\hat{H}_{SO}$  矩阵元可表示为<sup>[13]</sup>

$$\begin{aligned} & \langle n, l, \sigma | H_{SO} | n', l', \sigma' \rangle \\ &= i \frac{2\pi}{\lambda} \beta \delta_{l'+\sigma, l\sigma} \delta_{\sigma, -\sigma'} [\sigma(\omega_c/\Omega) A_{nm', l'}^{(1)} - \sigma' l' A_{nm, l}^{(2)}]. \end{aligned} \quad (20)$$

由于  $\hat{H}_{SO}$  项的微扰作用, 必须用新的函数来代替  $|nl\sigma\rangle$  作为 (9) 中  $\hat{H}_e$  的本征函数, 这里我们使用  $|nl\sigma\rangle$  最低的前 12 个态函数作为基函数, 记作  $|k_j\rangle$  ( $j=0, \dots, 11$ ), 如图 2 所示. 设 (9) 式的最低的三个能级分别为  $E_0, E_1$  和  $E_2$ , 对应的波函数为  $|\varphi_0\rangle, |\varphi_1\rangle$  和  $|\varphi_2\rangle$ , 它们分别是

$$E_i = E_i^{(0)} + E_i^{(1)} + E_i^{(2)}, (i = 0, 1, 2), \quad (21)$$

$$\begin{aligned} |\varphi_i\rangle &= |\varphi_i^{(0)}\rangle + |\varphi_i^{(1)}\rangle + |\varphi_i^{(2)}\rangle \\ &= \sum_j C_{k_j} |k_j\rangle, (i = 0, 1, 2). \end{aligned} \quad (22)$$

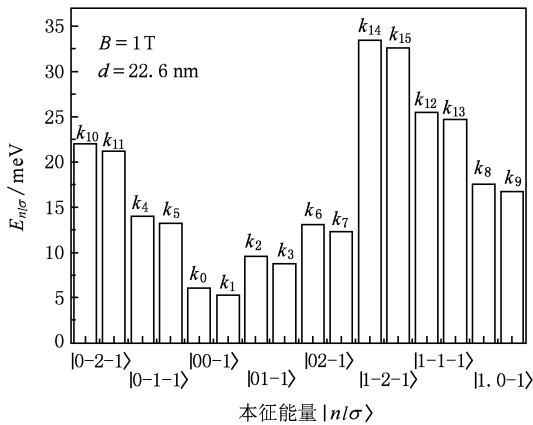


图 2 InAs 量子点  $\hat{H}_0$  的本征能量  $|nl\sigma\rangle$ .

本征能量及本征函数均考虑二阶微扰项, 具体

的展开形式见附录 A.

## 4. 计算结果及讨论

下文中如不作特别说明涉及 InAs 量子点的参数分别取纵向高度  $z_0 = 2$  nm, 横向限制势频率  $\omega_0 = 1 \times 10^{13}$  Hz, 温度  $T = 1$  K, 磁场  $B = 1$  T, 以及 SO 耦合参数  $\beta = 1.5 \times 10^{-11}$  eV·m. 图 3 给出了量子点横向有效尺寸  $d = \sqrt{\hbar/(m^* \Omega)}$  随着横向限制势频率  $\omega_0$  的变化情况, 当  $\omega_0$  从  $1 \times 10^{13}$  Hz 增加到  $3 \times 10^{13}$  Hz,  $d$  从 20.5 nm 逐渐减小到 12.1 nm.

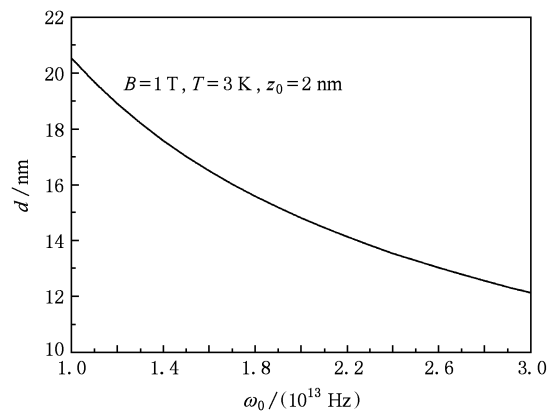


图 3 横向限制势频率  $\omega_0$  与有效尺寸  $d$  的对应关系

### 4.1. 不同温度 $T$ 时弛豫率 $\Gamma$ 与 $\omega_0$ 的关系

InAs 量子点中随着限制势频率  $\omega_0$  增加 (即横向尺寸的变小) 电子自旋弛豫过程将受到抑制, 弛豫率  $\Gamma$  随横向限制势频率  $\omega_0$  的变化如图 4(a) — (d) 所示, 从四幅图中均可以看出  $\Gamma$  是随着  $\omega_0$  的增加而变小的. 但是在不同的温度下, InAs 量子点的量子尺寸效应表现得并不相同, 随着温度的提高横向限制势对于电子自旋反转的抑制作用逐渐减弱. 注意到, 在不同温度下弛豫率有数量级的差别, 如  $T = 1, 3, 5$  和  $7$  K 时, 当  $\omega_0 = 1.0 \times 10^{13}$  Hz, 弛豫率  $\Gamma$  的值分别为  $1.21 \times 10^3$  s<sup>-1</sup>,  $2.45 \times 10^6$  s<sup>-1</sup>,  $3.25 \times 10^7$  s<sup>-1</sup> 和  $4.98 \times 10^8$  s<sup>-1</sup>, 在  $T = 1$  K 和  $3$  K 之间弛豫率相差 3 个数量级, 而  $T = 3$  K 和  $5$  K,  $5$  K 和  $7$  K 之间各自对应的弛豫率相差一个量级; 当  $\omega_0 = 3.0 \times 10^{13}$  Hz,  $\Gamma$  的值分别为  $1.12 \times 10^2$  s<sup>-1</sup>,  $1.01 \times 10^5$  s<sup>-1</sup>,  $4.37 \times 10^5$  s<sup>-1</sup> 和  $8.91 \times 10^5$  s<sup>-1</sup>, 在  $T = 1$  K 和  $3$  K 之间弛豫率同样相差 3 个数量级, 但  $T = 3, 5$

和 7 K 时对应的弛豫率数量级相同.  $\omega_0$  在  $1.0 \times 10^{13} - 1.4 \times 10^{13}$  Hz 范围时对应于横向有效尺寸  $d \approx 20.5 - 17$  nm (图 3), 这时弛豫率  $\Gamma$  的值急速下降的, 如图 4(c) 和 (d) 所示; 之后随着量子点尺寸

的进一步减小  $\Gamma$  的曲线变得平坦, 说明量子点横向限制势对于电子自旋反转的抑制作用随着温度的提高而逐渐减弱, 温度对于电子弛豫速率的影响占主导地位.

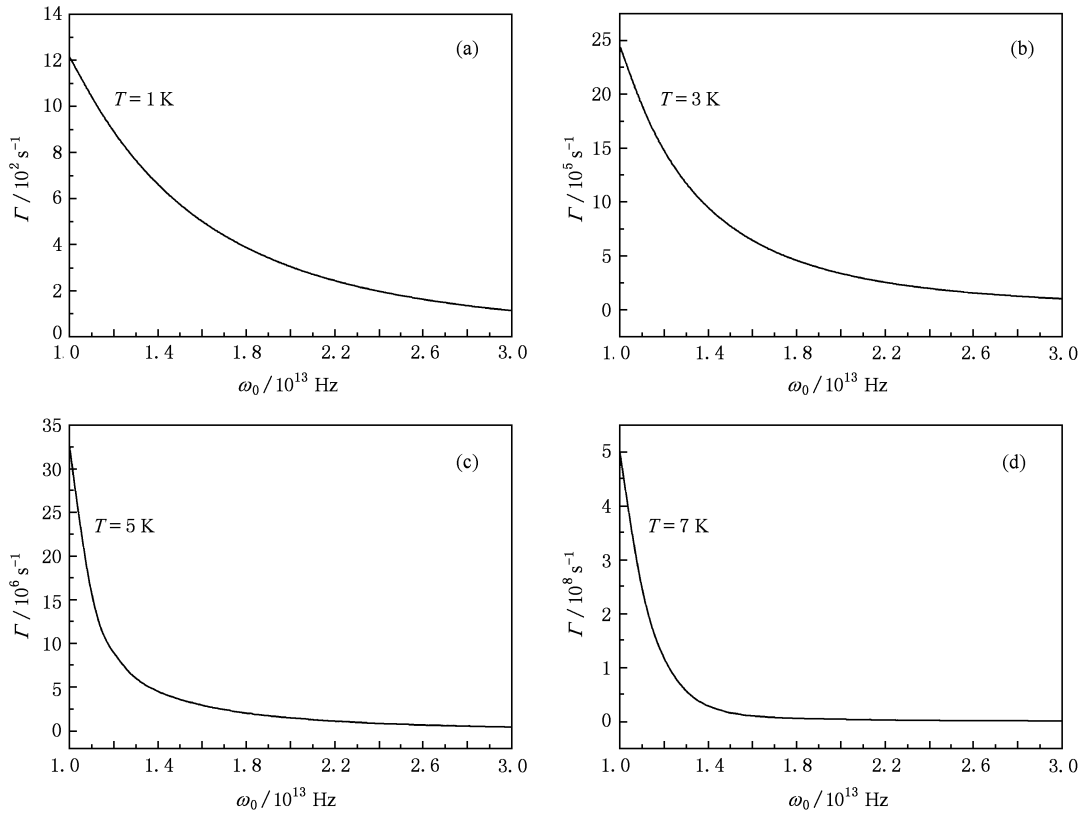


图 4 弛豫率  $\Gamma$  在不同温度  $T$  下随  $\omega_0$  的变化

#### 4.2. 不同 $\omega_0$ 时弛豫率 $\Gamma$ 与 $T$ 的关系

当  $T$  逐渐升高时声子的 Bose 分布  $n_{q\lambda}$  发生变化, 一般来说电子的自旋弛豫率随着能量为  $\Delta E_{i0} = \hbar\omega_{q\lambda}$  的声子数的增加而变大. 不同  $\omega_0$  时 InAs 量子点中电子的弛豫率  $\Gamma$  随温度  $T$  的变化关系如图 5 所示, 图 5(a) — (c) 分别是  $\omega_0 = 1 \times 10^{13}$  Hz,  $2 \times 10^{13}$  Hz 和  $3 \times 10^{13}$  Hz 时的弛豫率, 图 5(d) 是在对数坐标下的三组数据对比. 发现随量子点的温度增加  $\Gamma$  只是缓慢增长, 当超过一定温度范围之后弛豫率  $\Gamma$  才快速增加, 如在  $\omega_0 = 1 \times 10^{13}$  Hz 和  $3 \times 10^{13}$  Hz 而这个温度范围分别是 6—8 K 和 8—9 K, 它也随着  $\omega_0$  的逐渐增大变大. 这是因为随着  $\omega_0$  的逐渐增大, 相应量子点横向尺寸变小, 弛豫率抑制增强, 只有温度超过一定值时声子能量与量子点中电子能级相匹配, 声子协助的自旋反转弛豫迅速增加.

#### 4.3. 分别在不同 $\omega_0$ 及 $T$ 时弛豫率 $\Gamma$ 与 $z_0$ 的关系

在  $B = 1$  T 时弛豫率  $\Gamma$  随量子点纵向高度  $z_0$  的变化关系如图 6 所示,  $z_0$  的变化将改变声子在  $z$  方向的矩阵元  $\langle z | e^{iqz} | z \rangle$  和  $|F(q_z)|^2 = |\langle z | e^{iqz} | z \rangle|^2$  的积分值, 而影响电子自旋在  $z$  方向的弛豫. 可以看到在相同的  $\omega_0$  时随着  $z_0$  的增加, 弛豫率  $\Gamma$  是逐渐变小的, 其中在  $\omega_0 = 1 \times 10^{13}$  Hz 时的弛豫率比在  $\omega_0 = 3 \times 10^{13}$  Hz 时大一个数量级 (图 6 (a)).

在  $T = 1$  K 时, 在同一个  $z_0$  值时  $\Gamma$  随  $\omega_0$  的增加 (横向有效尺寸变小) 而变小. 当  $T$  逐渐升高时声子的 Bose 分布  $n_{q\lambda}$  发生变化, 随着能量值为  $\Delta E_{i0} = \hbar\omega_{q\lambda}$  的声子数的增加, 将影响弛豫率的变化, 如图 6 (b), 其中 A, B, D 线都是  $\omega_0 = 3 \times 10^{13}$  Hz,  $T$  分别为 5, 6 和 7 K 时弛豫率对  $z_0$  的变化曲线, C 线是  $\omega_0 = 2$

$\times 10^{13}$  Hz,  $T=5$  K 时的对照曲线. 5 K 时(图 6(b) 中 A 线)  $\Gamma$  随  $z_0$  的增加逐渐变小, 这跟图 6(a) 中曲线相类似, 但是在  $z_0=4.25$  nm 和  $z_0=2.5$  nm 左右时的 B, D 曲线显示有一个波谷, 在此之后  $\Gamma$  又开始

增加, 此时弛豫率的值分别为  $\Gamma=3.4 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$  和  $\Gamma=7.5 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ ; 表明在此之后温度的增加对弛豫率  $\Gamma$  的影响逐渐超过量子点纵向高度  $z_0$  的增加对  $\Gamma$  的影响.

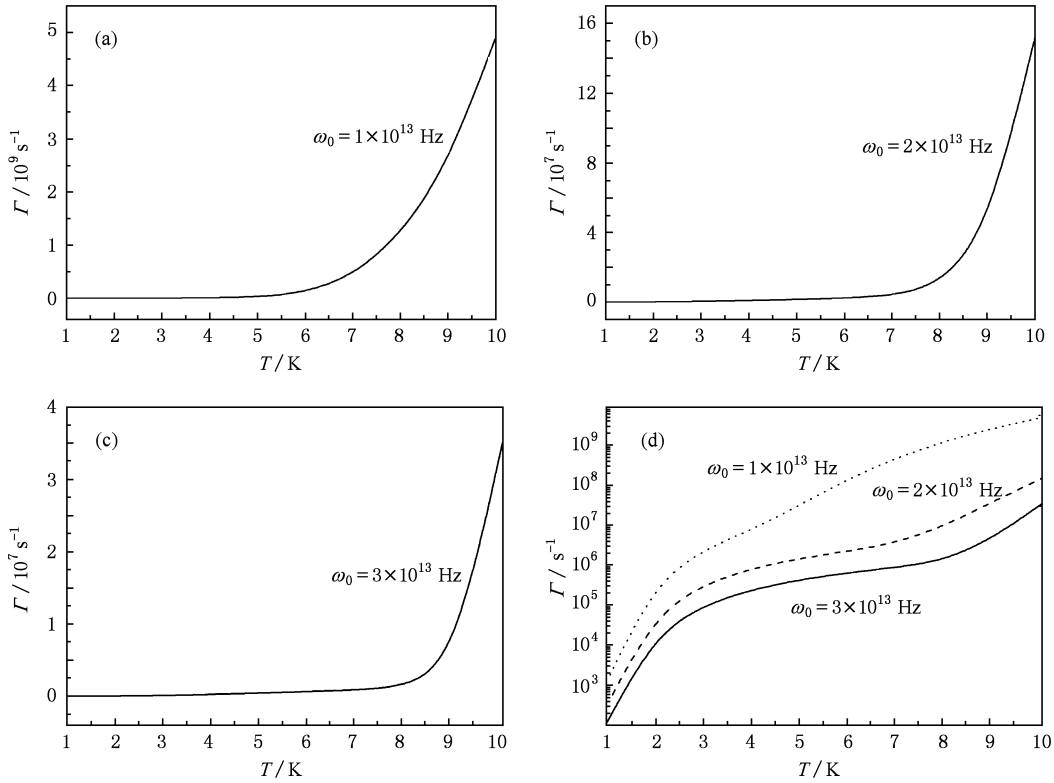


图 5 不同  $\omega_0$  下弛豫率  $\Gamma$  随温度  $T$  的变化关系

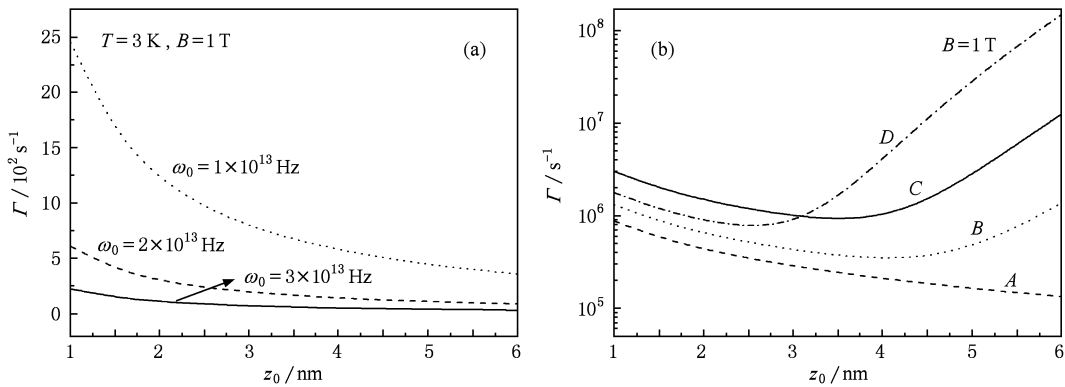


图 6 弛豫率  $\Gamma$  随与量子点高度  $z_0$  的变化关系 (a) 在不同的  $\omega_0$  时的情况; (b) 不同的温度  $T$  时的情况 (A, B, C 及 D 对应温度 5, 6, 5 和 7 K)

#### 4.4. 不同 $\omega_0$ 时弛豫率 $\Gamma$ 与 $B$ 的关系

InAs 量子点中, 外加的磁场将引起电子能级的塞曼劈裂, 相同的  $n, l$  时自旋向上和向下的能级差

由于磁场的增加而变大, 相应的能级间电子自旋反转跃迁将受到抑制. 相同的温度和限制势频率下, 电子自旋的弛豫率  $\Gamma$  随着磁场  $B$  的增加先变大后减小形成一个明显的峰, 如图 7(a) 所示. 而随着横

向限制势频率  $\omega_0$  的增加(即量子点横向尺寸  $d$  的减少)峰值变小,可见横向限制势对自旋弛豫有明显抑制作用.  $\Gamma$  在不同  $\omega_0$  处的峰值几乎出现在同一磁场值的位置  $B \approx 0.45$  T,这是因为在 InAs 量子点中的  $g$  因子  $|g| \approx 14$ ,随着磁场的增加  $\hat{H}_z$  的作用远

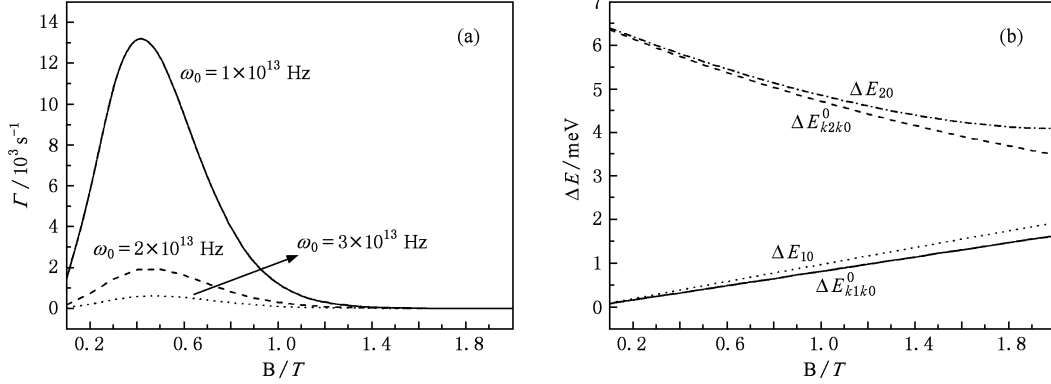


图7 磁场  $B$  改变时,(a)弛豫率  $\Gamma$  在不同  $\omega_0$  下的情况和(b)  $\omega_0 = 1 \times 10^{13}$  Hz 时的考虑 SO 耦合作用前后的能级差

## 5. 结 论

本文引入 InAs 单电子量子点哈密顿模型,计算了在 Fock-Darwin 本征函数下自旋轨道 SO 耦合作用的矩阵元,利用其对能级和波函数作二阶修正,并且考虑新的能级对  $g$  因子和有效质量  $m^*$  的影响,最后计算得到在声子协助下的电子自旋弛豫率  $\Gamma$  的表达式.

本文给出 InAs 量子点中电子自旋弛豫率  $\Gamma$  对于限制势频率  $\omega_0$ 、磁场  $B$ 、温度  $T$  以及纵向高度  $z_0$  等参量有不同的依赖关系.总的说来,InAs 量子点中温度对于电子的自旋弛豫起着主导作用,横向限制势频率次之,磁场和纵向高度的作用再次之.在 InAs 量子点中  $\Gamma$  在不同的温度下是随  $\omega_0$  的增加而递减的,温度对  $\Gamma$  的影响很明显,温度超过一定值时声子协助的自旋反转弛豫迅速增加. InAs 量子点高度  $z_0$  主要通过  $|F(q_z)|^2$  的积分值体现对  $\Gamma$  的影响,在同一个  $z_0$  值时  $\Gamma$  随  $\omega_0$  的增加而变小,  $\Gamma$  总的量级为  $10^0 - 10^3$  s $^{-1}$ . 计算在不同温度  $T$  下弛豫率  $\Gamma$  随  $z_0$  的变化时,我们发现 InAs 量子点在 6 K 之后  $\Gamma$  的曲线显示有波谷的出现.  $\Gamma$  随磁场  $B$  变化的关系相类似在变化关系曲线上均形成一个峰,由于 SO 耦合作用在 InAs 量子点中峰值几乎出现在同一点,这归因于 InAs 有相当大的  $g$  因子使得随磁场变化

大于  $\hat{H}_{SO}$ ,这时 SO 耦合并不足以对能级间差值造成太大影响,即  $\Delta E_{10}$  和  $\Delta E_{k_1 k_0}$ ,  $\Delta E_{20}$  和  $\Delta E_{k_2 k_0}$  差别很小,图 7(b) 给出了在  $\omega_0 = 1 \times 10^{13}$  Hz 时的能级差.于是在不同的  $\omega_0$  时弛豫率  $\Gamma$  随磁场  $B$  有相同的变化规律,且它们的峰值几乎出现在同一  $B$  值处.

时  $\hat{H}_z$  对能级产生影响超过  $\hat{H}_{SO}$ . 本文的研究,对于深入了解 III-V 族低维材料的电子自旋特征以及相关自旋器件的研制都具有重要意义.

## 附录 A 二阶微扰下的本征能量和本征函数

方程(9)的本征能量  $E_i$ ,最低的三个能级分别为  $E_0$ ,  $E_1, E_2$ ,对应的波函数为  $|\varphi_0\rangle$ ,  $|\varphi_1\rangle$  和  $|\varphi_2\rangle$ ,它们的展开式为

$$E_0 = E_{k_0}^0 + |\langle k_3 | \hat{H}_{SO} | k_0 \rangle|^2 / (E_{k_0}^0 - E_{k_3}^0) + |\langle k_5 | \hat{H}_{SO} | k_0 \rangle|^2 / (E_{k_0}^0 - E_{k_5}^0), \quad (A1)$$

$$E_1 = E_{k_1}^0 + |\langle k_2 | \hat{H}_{SO} | k_1 \rangle|^2 / (E_{k_1}^0 - E_{k_2}^0) + |\langle k_4 | \hat{H}_{SO} | k_1 \rangle|^2 / (E_{k_1}^0 - E_{k_4}^0), \quad (A2)$$

$$E_2 = E_{k_2}^0 + |\langle k_1 | \hat{H}_{SO} | k_2 \rangle|^2 / (E_{k_2}^0 - E_{k_1}^0) + |\langle k_7 | \hat{H}_{SO} | k_2 \rangle|^2 / (E_{k_2}^0 - E_{k_7}^0) + |\langle k_9 | \hat{H}_{SO} | k_2 \rangle|^2 / (E_{k_2}^0 - E_{k_9}^0); \quad (A3)$$

$$|\varphi_0\rangle = |k_0\rangle + C_{k_0 k_3} |k_3\rangle + C_{k_0 k_5} |k_5\rangle + C_{k_0 k_6} |k_6\rangle + C_{k_0 k_8} |k_8\rangle + C_{k_0 k_{10}} |k_{10}\rangle, \quad (A4)$$

其中各项系数为

$$C_{k_0 k_3} = \langle k_3 | \hat{H}_{SO} | k_0 \rangle / (E_{k_0}^0 - E_{k_3}^0),$$

$$C_{k_0 k_5} = \langle k_5 | \hat{H}_{SO} | k_0 \rangle / (E_{k_0}^0 - E_{k_5}^0),$$

$$\begin{aligned}
 C_{k_0k_6} &= \langle k_6 | \hat{H}_{SO} | k_3 \rangle \langle k_3 | \hat{H}_{SO} | k_0 \rangle \\
 &\quad / [ (E_{k_0}^0 - E_{k_6}^0) (E_{k_0}^0 - E_{k_3}^0) ], \\
 C_{k_0k_8} &= \langle k_8 | \hat{H}_{SO} | k_3 \rangle \langle k_3 | \hat{H}_{SO} | k_0 \rangle \\
 &\quad / [ (E_{k_0}^0 - E_{k_8}^0) (E_{k_0}^0 - E_{k_3}^0) ] \\
 &\quad + \langle k_8 | \hat{H}_{SO} | k_5 \rangle \langle k_5 | \hat{H}_{SO} | k_0 \rangle \\
 &\quad / [ (E_{k_0}^0 - E_{k_8}^0) (E_{k_0}^0 - E_{k_5}^0) ]; \\
 | \varphi_1 \rangle &= | k_1 \rangle + C_{k_1k_2} | k_2 \rangle + C_{k_1k_4} | k_4 \rangle + C_{k_1k_7} | k_7 \rangle \\
 &\quad + C_{k_1k_9} | k_9 \rangle + C_{k_1k_{11}} | k_{11} \rangle, \quad (A5)
 \end{aligned}$$

其中各项系数为

$$\begin{aligned}
 C_{k_1k_2} &= \langle k_2 | \hat{H}_{SO} | k_1 \rangle / (E_{k_1}^0 - E_{k_2}^0), \\
 C_{k_1k_4} &= \langle k_4 | \hat{H}_{SO} | k_1 \rangle / (E_{k_1}^0 - E_{k_4}^0), \\
 C_{k_1k_7} &= \langle k_7 | \hat{H}_{SO} | k_2 \rangle \langle k_2 | \hat{H}_{SO} | k_1 \rangle \\
 &\quad / [ (E_{k_1}^0 - E_{k_7}^0) (E_{k_1}^0 - E_{k_2}^0) ], \\
 C_{k_1k_9} &= \langle k_9 | \hat{H}_{SO} | k_2 \rangle \langle k_2 | \hat{H}_{SO} | k_1 \rangle \\
 &\quad / [ (E_{k_1}^0 - E_{k_9}^0) (E_{k_1}^0 - E_{k_2}^0) ] \\
 &\quad + \langle k_9 | \hat{H}_{SO} | k_4 \rangle \langle k_4 | \hat{H}_{SO} | k_1 \rangle
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\quad / [ (E_{k_1}^0 - E_{k_9}^0) (E_{k_1}^0 - E_{k_4}^0) ], \\
 C_{k_1k_{11}} &= \langle k_{11} | \hat{H}_{SO} | k_4 \rangle \langle k_4 | \hat{H}_{SO} | k_1 \rangle \\
 &\quad / [ (E_{k_1}^0 - E_{k_{11}}^0) (E_{k_1}^0 - E_{k_4}^0) ]; \\
 | \varphi_2 \rangle &= | k_2 \rangle + C_{k_2k_1} | k_1 \rangle + C_{k_2k_7} | k_7 \rangle \\
 &\quad + C_{k_2k_4} | k_4 \rangle + C_{k_2k_9} | k_9 \rangle, \quad (A6)
 \end{aligned}$$

各项系数为

$$\begin{aligned}
 C_{k_2k_1} &= \langle k_1 | \hat{H}_{SO} | k_2 \rangle / (E_{k_2}^0 - E_{k_1}^0), \\
 C_{k_2k_7} &= \langle k_7 | \hat{H}_{SO} | k_2 \rangle / (E_{k_2}^0 - E_{k_7}^0), \\
 C_{k_2k_9} &= \langle k_9 | \hat{H}_{SO} | k_2 \rangle / (E_{k_2}^0 - E_{k_9}^0), \\
 C_{k_2k_4} &= \langle k_4 | \hat{H}_{SO} | k_1 \rangle \langle k_1 | \hat{H}_{SO} | k_2 \rangle \\
 &\quad / [ (E_{k_2}^0 - E_{k_4}^0) (E_{k_2}^0 - E_{k_1}^0) ] \\
 &\quad + \langle k_4 | \hat{H}_{SO} | k_9 \rangle \langle k_9 | \hat{H}_{SO} | k_2 \rangle \\
 &\quad / [ (E_{k_2}^0 - E_{k_9}^0) (E_{k_2}^0 - E_{k_4}^0) ].
 \end{aligned}$$

上面各式中  $| k_j \rangle (j=0, \dots, 11)$  表示在计及微扰前  $\hat{H}_0$  的本征函数  $| nl\sigma \rangle$  最低的前 12 个态函数,  $E_{k_j}^0$  表示  $| k_j \rangle$  对应的本征能量.

特别感谢南京大学施毅老师给予的鼓励和帮助.

- 
- [1] Datta S, Das B 1990 *Appl. Phys. Lett.* **56** 665
- [2] Loss D, DiVincenzo D P 1998 *Phys. Rev. A* **57** 120
- [3] Kouwenhoven L P, Elzerman J M, Hanson R, Willems van Beveren L H, Vandersypen L M K 2006 *Phys. Status Solidi B* **243** 3682
- [4] Lee S, Dobrowolska M, Furdyna J K 2006 *J. App. Phys.* **99** 08F702
- [5] Liao Y Y, Chen Y N, Chuu D S, Brandes T 2006 *Phys. Rev. B* **73** 085310
- [6] Li D F, Shi J R 2009 *Chin. Phys. B* **18** 282
- [7] Wu Y, Jiao Z X, Lei L, Wen J H, Lai T S, Lin W Z 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2961 (in Chinese) [吴羽、焦中兴、雷亮、文锦辉、赖天树、林位株 2006 物理学报 **55** 2961]
- [8] Rugar D, Budakian R, Mamin H J, Chui B W 2004 *Nature* **430** 329
- [9] Elzerman J M, Hanson R, Willems van Beveren L H, Witkamp B, Vandersypen L M K, Kouwenhoven L P 2004 *Nature* **430** 431
- [10] Hanson R, Witkamp B, Vandersypen L M K, Willems van Beveren L H, Elzerman J M, Kouwenhoven L P 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 196802
- [11] Pfund A, Shorubalko I, Ensslin K, Leturcq R 2009 *Phys. Rev. B* **79** 121306
- [12] Žutić I, Fabian J, Sarma S D 2004 *Rev. Mod. Phys.* **76** 323
- [13] Cheng J L, Wu M W, Lü C 2004 *Phys. Rev. B* **69** 115318
- [14] Reimann S M, Manninen M 2002 *Rev. Mod. Phys.* **74** 1283
- [15] Destefani C F, Ulloa Sergio E, Marques G E 2004 *Phys. Rev. B* **70** 205315
- [16] Winkler R 2003 *Spin-orbit coupling effects in two-dimensional electron and hole systems* (Berlin: Springer) p69
- [17] Bulaev D V, Loss D 2005 *Phys. Rev. B* **71** 205324
- [18] Olendski O, Shahbazyan T V 2007 *Phys. Rev. B* **75** 041306(4)
- [19] Golovach V N, Khaetskii A, Loss D 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 016601



# Parametric properties of the electron spin relaxation due to spin-orbit interaction in InAs quantum dots\*

Jiang Hong-Liang<sup>1)2)†</sup> Zhang Rong-Jun<sup>2)</sup> Zhou Hong-Ming<sup>2)</sup> Yao Duan-Zheng<sup>2)</sup> Xiong Gui-Guang<sup>2)</sup>

1) (Basic Department, The Jinling Institute of Technology, Nanjing 211169, China)

2) (Department of Physics, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

(Received 31 December 2009; revised manuscript received 5 May 2010)

## Abstract

To deal with the Hamiltonian model in InAs QDs with a single electron, we've taken the SO interaction as a perturbation term, calculated the SO matrix elements under Fock-Darwin eigenfunction which are used for second order corrections on the energies and wave functions, and considered the influence of new energy levels on  $g$  factor and effective mass  $m^*$ . The expression of phonon-assisted electron spin relaxation rate  $\Gamma$  in InAs QDs is deduced, which shows different dependences on confined potential frequency  $\omega_0$ , temperature  $T$ , vertical height  $z_0$  and magnetic field  $B$ . Among them, temperature for the electron spin relaxation plays a dominant role, followed by lateral confinement potential frequency, magnetic field and the vertical height, in order of importance. (1) Growth of  $\omega_0$ , which corresponds to the decrease of the effective transverse size  $d$  in InAs QDs, suppresses the increase of the rate  $\Gamma$ . (2) The temperature  $T$  affects the rate  $\Gamma$  evidently, which will reduce the inhibition of  $\omega_0$  on  $\Gamma$ . With increase of the temperature from 1 K to 7 K, the spin inversion relaxation rate grows explosively from  $10^3 \text{ s}^{-1}$  to  $10^8 \text{ s}^{-1}$ . (3) The rate  $\Gamma$  decreases with the growth of the vertical height  $z_0$  and have the order of magnitude  $10^0 - 10^3 \text{ s}^{-1}$  at  $T = 1 \text{ K}$ , whereas the influence of the temperature increase (at  $T = 6 \text{ K}$ ) on the rate will gradually exceed that of the height growth. (4) At different frequencies  $\omega_0$  all curves of the rate  $\Gamma$  versus magnetic field  $B$  have a peak that almost appears at the same field, which is attributed to the contribution of the Zeeman term  $\hat{H}_Z$  exceeding that of  $\hat{H}_{\text{so}}$  since there is a considerable  $g$  factor in InAs material.

**Keywords:** spin relaxation rate, spin-orbit (SO) interactions, InAs quantum dots, Fock-Darwin eigenfunction

**PACS:** 72.25.Rb, 72.80.Eg, 73.21.La

\* Project Supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10534030) and the Science Foundation of Jinling Institute of Technology.

† E-mail: jianghlyf@gmail.com