

# 曲率对有限曲面狭缝阵列传输特性的影响\*

蒙志君<sup>†</sup> 王立峰 吕明云 武哲

(北京航空航天大学航空科学与工程学院, 北京 100191)

(2010年4月4日收到; 2010年5月15日收到修改稿)

扩展互导纳法用于研究有限曲面狭缝阵列的传输特性, 分析了一维弯曲效应以及单元列数、曲率等因素对磁流分布、散射方向图及频率响应曲线的影响. 结果表明, 曲面张角是衡量弯曲效应的主要参数. 当曲面张角较大时 ( $120^\circ$  以上), 弯曲效应显著, 单元磁流分布剧烈起伏, 散射方向图波束展宽且副瓣电平升高, 谐振频率、传输带宽及功率透射系数等频率响应特性均发生较大变化. 当曲面张角较小时 ( $60^\circ$  以下), 仅边缘附近的单元磁流分布受到曲率影响, 散射方向图与传输特性均接近于有限平面阵列, 表明此时可近似忽略弯曲效应.

**关键词:** 频率选择表面, 狭缝阵列, 传输特性, 曲率

**PACS:** 73.20.-r

## 1. 引言

广泛应用于天线和雷达罩等领域的频率选择表面 (frequency selective surface, FSS) 技术一直是研究的热点. 带通 FSS 结构一般是在金属屏上加工一系列的缝隙单元, 并由一层或多层介质加载, 呈现出带通滤波特性, 使电磁波能在所需频段通过而屏蔽其他频段, 尤其适用于雷达舱的带外隐身<sup>[1,2]</sup>. 理论研究的 FSS 物理模型大多数情况下假设为无限大周期平面阵列<sup>[3,4]</sup>, 但 FSS 在实际工程应用中都是有限平面或曲面. 因此, 研究有限曲面 FSS 具有重要意义.

曲面 FSS 的研究工作相对较少. Pelton 和 Munk 将周期性缝隙阵列用于锥形雷达罩<sup>[5]</sup>, 但仅仅只是基于平面 FSS 设计并进行实验测试, 缺乏理论和计算方法上的发展. 文献[6]研究了一维截断的曲面带状光栅阵列, 包含了严格数值解和局部平面近似解, 并对两者进行了比较, 分析了边缘电流分布相对于无限平面光栅的变化, 此后局部平面近似成为研究曲面 FSS 的一个基本假设<sup>[7]</sup>. 尽管任意单元的有限曲面计算目前尚不能达到准确、快速的水平, 但已经有多种尝试. Parker 和 Philips 等人提出了两种分析方法: 一种是基于 Pocklington 方程法<sup>[8]</sup>, 研究天线与 FSS 的耦合、曲率对 FSS 单元电流分布的

影响等<sup>[9,10]</sup>; 另一种是基于射线追踪法<sup>[11]</sup>, 研究介质层加载的有限曲面 FSS, 理论上可用于任意结构, 缺点是内存消耗大, 计算速度慢. 此外, 近年还出现了基于体-面积分方程<sup>[12]</sup>及近似阻抗边界条件<sup>[13]</sup>的分析方法, 获得相应的积分方程, 用矩量法求解, 能用于任意形状和较大尺寸的对象.

上述有限曲面 FSS 的研究成果都基于局部平面近似方法, 求解结果并不能保证全方位的有效性, 甚至仅能在一定范围内获得与实验吻合的结果<sup>[7]</sup>, 因而具有一定的局限性. 另一方面, 已有的研究主要关注曲面 FSS 的计算方法及宏观传输特性, 对 FSS 阵列弯曲效应的机理分析较少.

本文扩展互导纳法<sup>[2]</sup>及一维有限平面 FSS 的谱域分析方法<sup>[14]</sup>, 采用严格数值方法研究狭缝 FSS 阵列的弯曲效应, 分析狭缝阵列一维弯曲时磁流分布、散射方向图及传输特性的变化, 旨在深入了解阵列弯曲时的物理本质及宏观电磁特性.

## 2. 模型与方法

### 2.1. 曲面阵列的互导纳法

如图 1(a) 所示, 位于自由空间的无限平面周期性狭缝阵列在  $x$  方向截断并弯曲为圆柱面, 沿缝隙长度的  $z$  方向仍为无限周期分布. 等效问题如图 1

\* 国家自然科学基金重大研究计划 (批准号: 90305026) 资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: mengzhijun@buaa.edu.cn

(b)所示,将单曲面狭缝阵列等效为无限长理想导体圆柱面两侧分布的磁流阵列,鉴于严格数值求解的需要,狭缝单元的长度方向不会受到弯曲的影响.

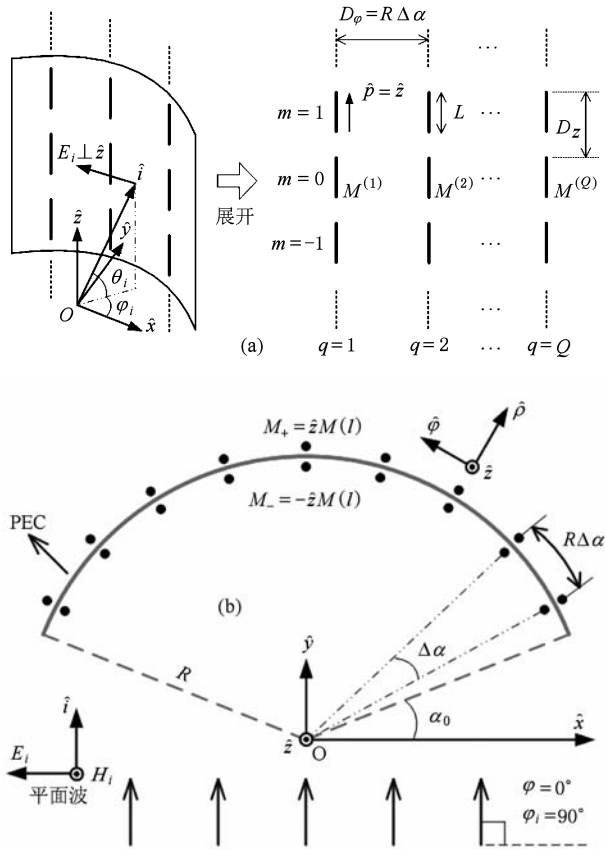


图1 一维曲面狭缝阵列 (a)一维弯曲狭缝阵列的展开( $L = 12 \text{ mm}, D_\phi = 13 \text{ mm}, D_z = 13 \text{ mm}$ ); (b)缝隙阵列的等效问题

将有限平面的谱域求解方法<sup>[14]</sup>扩展应用于一维有限曲面狭缝阵列,求解过程为入射场在各列缝隙单元上产生感应电流,通过各列感应电流及相互之间的导纳求出缝隙上的等效磁流分布,最后即可求出磁流阵列的辐射场.

假设将单元划分为  $K$  个子单元,则每一列形成  $K$  个相同周期的子单元列,则入射场在第  $q$  列的第  $k$  个子单元列参考单元上的感应电流为

$$I^{(q,k)} = \mathbf{H}_i(\mathbf{R}_{q,k}) \cdot \hat{\mathbf{z}} P_z^{(q,k)t}, \quad (1)$$

式中  $P_z^{(q,k)t}$  为模式函数,  $\mathbf{H}_i(\mathbf{R}_{q,k})$  为参考单元上基准点  $\mathbf{R}_{q,k}$  处的入射磁场.

然后求解各子单元列之间的互导纳,因  $Q$  列单元均划分为  $K$  个子单元阵,故形成的导纳矩阵大小为  $n_A \times n_A$  ( $n_A = Q \times K$ ),矩阵中的  $(i, j)$  单元中,  $i$  为接收子单元列,  $j$  为发射子单元列. 对于缝隙型 FSS, 导纳  $Y^{i,j}$  由理想导体两侧的导纳并联而成<sup>[2]</sup>, 即

$$Y^{i,j} = Y_1^{i,j} + Y_2^{i,j}, \quad (2)$$

对于自由空间的单层 FSS,

$$Y_1^{i,j} = Y_2^{i,j}$$

$$= \frac{\beta Y_0}{4D_z} \sum_{z_n=-\infty}^{+\infty} e^{-j\beta(z_i-z_j)r_z} r_\rho^2 \cdot H_0^{(2)}(\beta r_\rho | \boldsymbol{\rho}_i - \boldsymbol{\rho}_j |) P_z^{(j)} P_z^{(i)t}, \quad (3)$$

式中  $H_0^{(2)}$  表示 0 阶第 2 类 Hankel 函数,  $P_z^{(j)}$  和  $P_z^{(i)t}$  为模式函数,  $n$  为 Floquet 模,

$$r_z = s_z + n \frac{\lambda}{D_z},$$

$$r_\rho = \begin{cases} \sqrt{1-r_z^2}, & r_z^2 \leq 1, \\ -j \sqrt{r_z^2-1}, & r_z^2 > 1. \end{cases} \quad (4)$$

根据求得的感应电流向量  $[\mathbf{I}]_{n_A \times 1}$  和导纳矩阵  $[\mathbf{Y}]_{n_A \times n_A}$  即可由下式的线性方程组求解子单元列上参考单元基准点的未知磁流幅度向量  $[\mathbf{M}]_{n_A \times 1}$ ,

$$\mathbf{Y}\mathbf{M} = \mathbf{I}. \quad (5)$$

当单元列数  $Q$  较多时,采用共轭梯度法加快方程求解速度.

最终得到阵列在观察点  $\mathbf{R}_1(\rho_1, \varphi_1, z_1)$  的透射总场为

$$\mathbf{H}_1(\mathbf{R}_1) = - \sum_{q,k} \frac{\beta Y_0 M_{q,k}}{2D_z} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{-j\beta(z_1-z_{q,k})r_z} P_z^{(q,k)}$$

$$\cdot \{ j r_z r_\rho H_1^{(2)}(\beta r_\rho | \boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_{q,k} |) \hat{\boldsymbol{\rho}} + r_\rho^2 H_0^{(2)}(\beta r_\rho | \boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_q |) \hat{\mathbf{z}} \}. \quad (6)$$

## 2.2. 传输特性求解

以归一化功率波瓣图的形式描述阵列的透射场在横截面内的方向性( $z$  方向为无限周期,故不予考虑). 由(6)式及相应电场求出  $xoy$  平面内任一观察点  $\mathbf{R}(\rho, \varphi, z)$  处的 Poynting 矢量沿  $\hat{\boldsymbol{\rho}}$  方向分量的幅值为

$$S(\rho, \varphi) = \frac{1}{2} \text{Re}[\mathbf{E}_t(\mathbf{R}) \times \mathbf{H}_t^*(\mathbf{R})] \cdot \hat{\boldsymbol{\rho}}, \quad (7)$$

则归一化的功率波瓣图(dB)为

$$P(\rho, \varphi) = 10 \cdot \lg[S(\rho, \varphi)/S_{\max}(\rho, \varphi)]. \quad (8)$$

若  $\rho$  远大于阵列尺寸或波长,上式即为归一化的远场功率波瓣图.

功率透射系数是阵列传输特性和频率响应特性的重要指标,以无穷远处圆弧面上的能流量与入射的能流之比表示总的功率透射系数

$$|T|^2 = \frac{P_t}{P_i} = \frac{\lim_{\rho \rightarrow \infty} \int_0^\pi \mathbf{S}_t(\varphi) \cdot \hat{\boldsymbol{\rho}} d\varphi}{W_i \mathbf{S}_i(\varphi) \cdot \hat{\boldsymbol{\gamma}}}, \quad (9)$$

式中  $S_i$  和  $S_r$  分别表示透射场和入射场的 Poynting 矢量,  $W_i$  表示控制体中入射能流的截面宽度.

### 3. 分析与讨论

#### 3.1. 缝隙表面磁流分布

缝隙阵列上的磁流分布是 FSS 传输特性的关键因素,为观察一维有限单曲面狭缝阵列中每列单元上的磁流分布规律,采用一个基函数假设,根据(5)式求解任一列单元上的磁流. 考察谐振频率点(12 GHz)时的磁流分布,并与无限平面 FSS 的基准磁流  $M_0$  进行比较,如图 2 所示. 以单元列数  $Q = 20$  为算例,给出了不同曲率半径的狭缝单元磁流分布,曲率半径  $R$  的选取由单元列数  $Q$  和曲面张角  $\alpha$  确定,图中分别考察了  $\alpha = 180^\circ, 120^\circ, 60^\circ, 30^\circ$  这 4 种情形,而有限平面 FSS 则相当于  $\alpha = 0^\circ (R = \infty)$ .

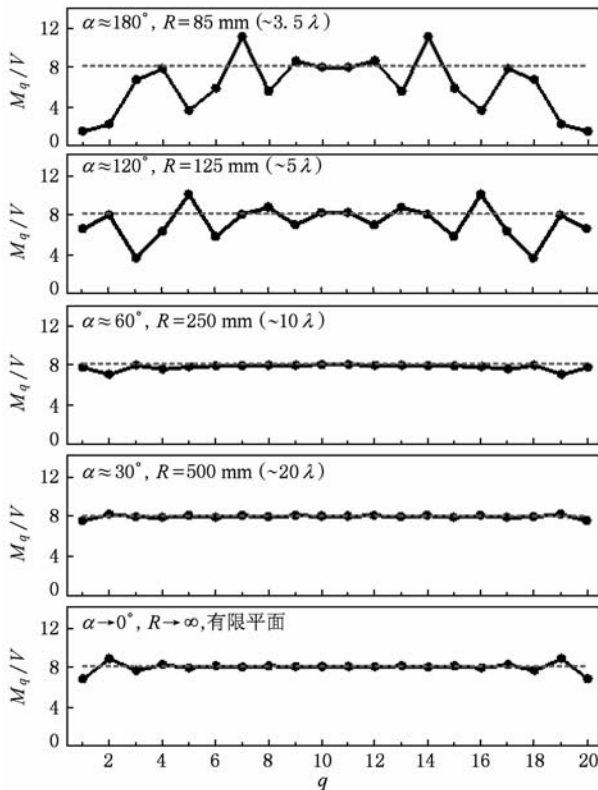


图 2 曲面张角对缝隙磁流分布的影响 ( $\theta_i = 0^\circ, \varphi_i = 90^\circ, f = 12$  GHz,  $Q = 20$ )

结果表明曲率对磁流分布的影响主要由曲面张角决定,当曲面张角较大时 ( $\alpha \geq 120^\circ$ ),各列的磁流分布在  $M_0$  附近强烈振荡;曲面张角较小时 ( $\alpha \leq$

$60^\circ$ ),磁流分布逐渐稳定于  $M_0$  附近,仅边缘附近的单元列受到影响. 曲面张角越大,阵列弯曲程度越强,入射平面波与各单元列之间的感应与平面阵列区别越大,导致阵列磁流分布起伏剧烈. 对  $Q = 5, 10, 50$  等其他单元列数分析表明,磁流分布规律与曲率半径的具体值无关,曲面张角相同时,曲率半径的大小和单元列数影响截断效应,与有限平面 FSS 的规律相似.

#### 3.2. 透射场方向图

考察一维有限曲面阵列的远场散射方向图特性,取单元列数为  $Q = 5, 10, 20, 50, 100, 200$ ,分别计算曲面张角为  $\alpha = 180^\circ, 120^\circ, 60^\circ, 30^\circ, 0^\circ$  时的前向散射方向图. 以  $Q = 20$  时不同曲面张角下的散射方向图为例(图 3),随曲面张角减小(曲率半径增大),阵列的散射方向图波束逐渐变窄,副瓣电平逐渐降低;张角小至  $30^\circ$  时与有限平面阵列 ( $\alpha \rightarrow 0^\circ$ ) 的散射图特性基本相同,此时半功率波束宽度和第一副瓣电平分别为  $5^\circ$  和  $-13.1$  dB,如表 1 所示.

表 1 给出了所有单元列数和曲面张角变化时的半功率波束宽度和第一副瓣电平,总体趋势如下: 1) 相同单元列数时曲面张角越小,即曲率半径越大,则散射方向图特性越接近有限平面阵列 ( $\alpha \rightarrow 0^\circ, R \rightarrow \infty$ ) 的散射特性,  $\alpha \leq 60^\circ$  时均可近似为有限平面阵列; 2) 相同曲面张角时,单元列数越多,曲率半径越大,则散射方向图越接近无限平面阵列的散射方向图(一条直线),如图 4 所示.

#### 3.3. 功率透射系数

图 5 为  $Q = 20, 100$  在不同曲面张角时的频率响应曲线,并与相应的无限平面 FSS 进行比较,对中心频率、最高透射系数和  $-3$  dB 带宽等特征量的统计如表 2 所示. 结果表明,张角为  $\alpha = 180^\circ, 120^\circ$  时,谐振频率较低,带宽较大,透射系数较低;当张角减小至  $\alpha = 60^\circ, 30^\circ$  时,传输曲线非常接近无限平面 FSS,仅透射系数略低. 因此,单元列数不变时,曲面张角越小,曲率半径越大,传输特性越接近无限平面 FSS,这与磁流分布及散射方向图的结论一致,曲面张角  $\alpha \leq 60^\circ$  时,弯曲效应不再明显.

另一点值得关注的是曲面张角为  $\alpha = 180^\circ, 120^\circ$  时的传输曲线不仅与无限平面阵列差别显著,而且带外具有明显的起伏特征,这是由两方面的原

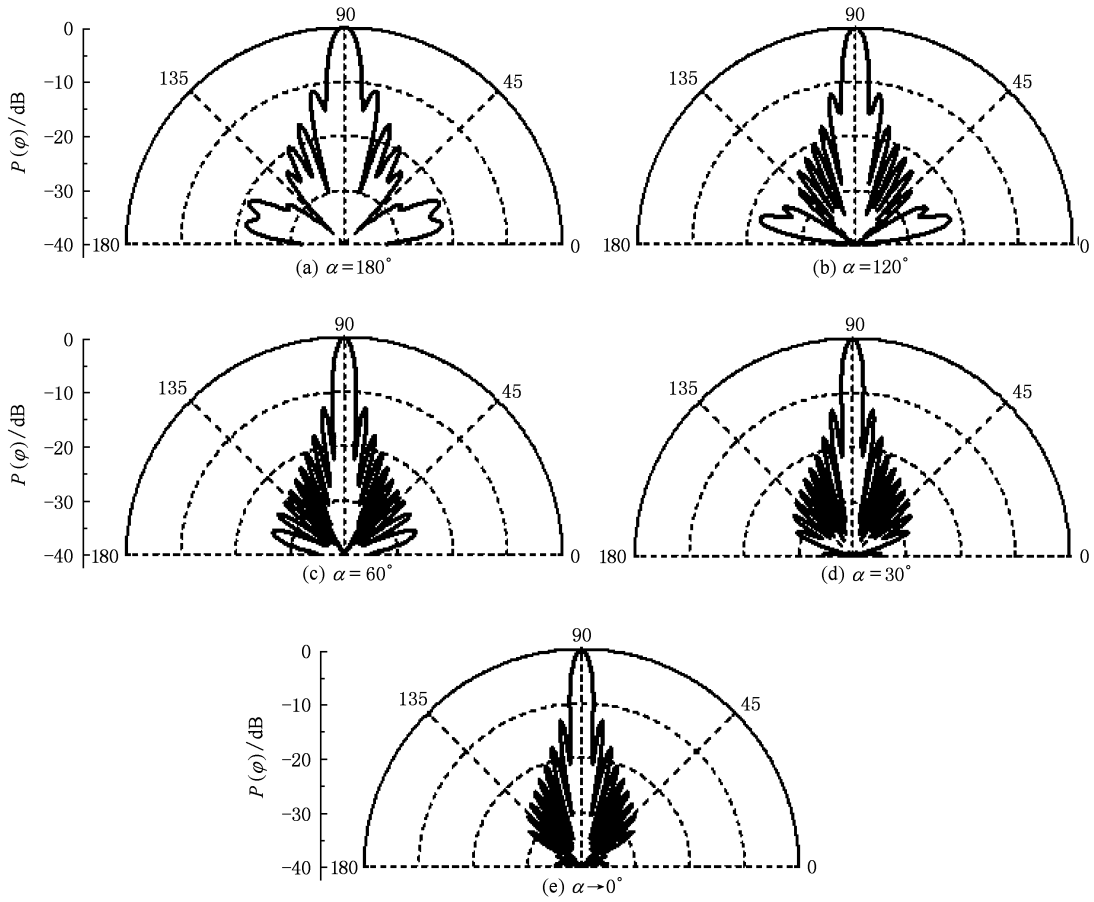


图3 曲面的张角对散射方向图的影响 ( $Q=20$ ) ( $\theta_i=0^\circ, \varphi_i=90^\circ, f=12\text{ GHz}, Q=20$ )

表1 远场散射方向图特性随  $Q$  和  $\alpha$  的变化

	$Q$	$\alpha=180^\circ$	$\alpha=120^\circ$	$\alpha=60^\circ$	$\alpha=30^\circ$	$\alpha\rightarrow 0^\circ$
$\Delta\varphi_{-3\text{ dB}}/(\circ)$	5	25	22	21	20	21
	10	14	12	10	10	10
	20	7	6	5	5	5
	50	3	2	2	2	2
	100	1.5	1	$\approx 0$	$\approx 0$	$\approx 0$
	200	1	0.5	$\approx 0$	$\approx 0$	$\approx 0$
$P_{\text{SL}-1}/\text{dB}$	5	-14.2	-11.8	-11.6	-11.9	-12.5
	10	-11.1	-12.3	-12.8	-12.9	-13.0
	20	-11.3	-12.1	-12.9	-13.1	-13.1
	50	-11.8	-12.0	-13.2	-13.3	-13.0
	100	-25.0	-22.6	-29.1	-31.6	-31.9
	200	-30.2	-22.3	-30.1	-32.8	-33.0

注:  $\alpha\rightarrow 0^\circ$  表示相应列数的有限平面阵列, 即  $R\rightarrow\infty$ ;  $\Delta\varphi_{-3\text{ dB}}$  为半功率波束宽度,  $P_{\text{SL}-1}$  为第一副瓣电平。

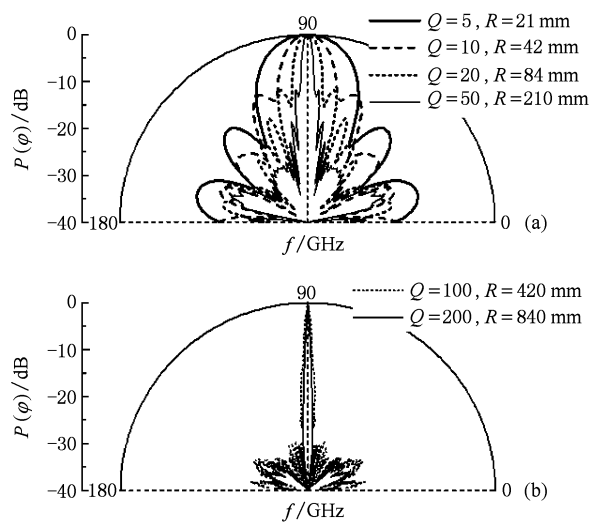


图4 单元列数对散射方向图的影响 ( $\theta_i=0^\circ, \varphi_i=90^\circ, f=12\text{ GHz}, \alpha=180^\circ$ )

因造成的: 1) 阵列弯曲造成单元磁流分布起伏剧烈 (图2), 因而辐射的透射场比曲面张角较小时变化

更为复杂; 2) 阵列弯曲造成入射波相对部分单元列为大入射角, 导致频率较高时这部分单元列出现栅

瓣,与其他正常单元列的辐射场叠加,可能出现无规律的起伏特性. 另外,部分单元列为大入射角还导致局部入射状态实际为 TM 极化大入射角的情形,因而传输曲线带宽偏大.

上述透射系数结果均基于(9)式,表示透射侧整个半无限空间的透射能量. 若考虑到天线的实际接收状态,透射系数将低于图 5 所示的全方位功率透射系数. 降低的程度将取决于阵列的透射场方向图,单元列数越多,方向图的主瓣波束宽度越小(阵列辐射的方向性越强),则接收方位变窄时影响相对较小,透射系数下降程度较小.

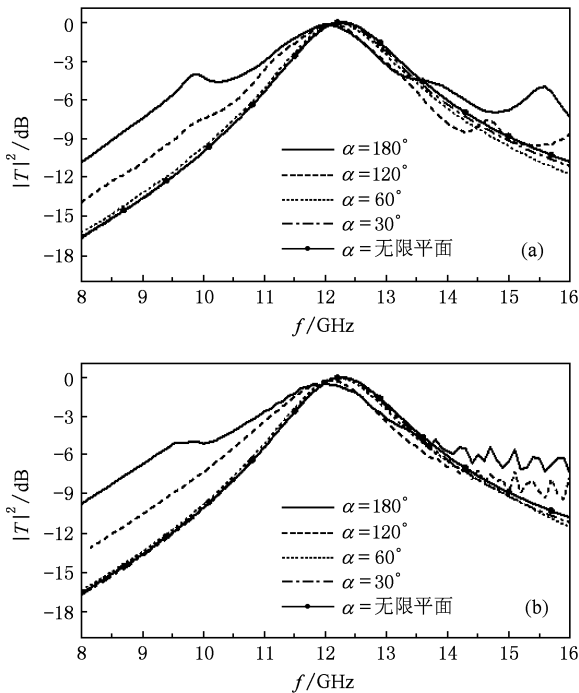


图 5 曲面张角对功率透射系数的影响 (a)  $Q=20$ ; (b)  $Q=100$

表 2 一维曲面阵列的传输特性统计

$Q$	$\alpha/(\circ)$	180	120	60	30	0	$\infty$
20	$f_0/\text{GHz}$	12.1	12.1	12.2	12.2	12.3	12.3
	$C_{T_{\max}}/\text{dB}$	-0.17	-0.18	-0.082	-0.075	-0.067	-0.005
	$\Delta f_{-3\text{ dB}}/\text{GHz}$	1.9	1.9	1.7	1.7	1.7	1.7
50	$f_0/\text{GHz}$	11.8	12.0	12.2	12.2	12.3	12.3
	$C_{T_{\max}}/\text{dB}$	-0.42	-0.20	-0.053	-0.040	-0.031	-0.005
	$\Delta f_{-3\text{ dB}}/\text{GHz}$	2.1	1.8	1.7	1.7	1.7	1.7
100	$f_0/\text{GHz}$	12.0	12.0	12.2	12.2	12.3	12.3
	$C_{T_{\max}}/\text{dB}$	-0.48	-0.26	-0.038	-0.027	-0.019	-0.005
	$\Delta f_{-3\text{ dB}}/\text{GHz}$	2.1	1.8	1.7	1.7	1.7	1.7

注:  $f_0$  表示中心频率 (GHz),  $C_{T_{\max}}$  表示中心频率点的透射系数 (dB),  $\Delta f_{-3\text{ dB}}$  表示 -3 dB 带宽 (GHz);  $\alpha \rightarrow 0^\circ$  表示相应列数的有限平面阵列,  $\infty$  表示相应条件下的无限平面 FSS.

### 4. 结 论

本文扩展互导纳法用于一维有限曲面 FSS 分析,深入研究狭缝阵列一维弯曲时磁流分布、散射方向图及传输特性的变化,并考察了单元列数、曲面张角等因素的影响. 当曲面张角较大时 ( $\alpha \geq 120^\circ$ ),弯曲效应显著,各列的磁流分布在无限平面阵列的磁流  $M_0$  附近强烈振荡,散射方向图主瓣波束展宽且副瓣电平升高,频率响应曲线变化较大,透射系数降低,谐振带外出现起伏特性. 曲面张角较小时 ( $\alpha \leq 60^\circ$ ),弯曲效应较弱,磁流分布逐渐稳定于  $M_0$  附近,仅边缘附近的单元列受到影响,散射方向图与传输特性均接近于有限平面阵列. 这一结论将对曲面 FSS 的平面近似设计具有参考价值.

[1] Mittra R, Chan C H, Cwik T 1988 *Proceedings of the IEEE* **76** 1593

[2] Munk B A 2000 *Frequency Selective Surfaces: Theory and Design* (New York: John Wiley)

[3] Gao J Song, Li X Q, Sun L C, Zhao J L 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 3803 (in Chinese) [高劲松、李小秋、孙连春、赵晶丽 2008 *物理学报* **57** 3803]

[4] Feng X G, Gao J S, Jia H Y 2009 *Chin. Phys. B* **18** 1227

[5] Pelton E L, Munk B A 1974 *IEEE Trans. on Antennas and Propagation* AP **22** 799

[6] Cwik T, Mittra R 1988 *IEEE Trans. on Antennas and Propagation* **36** 612

[7] Caroglanian A, Webb K J 1991 *IEEE Trans. on Antennas and Propagation* **39** 211

[8] Allam A M, Parker E A 1987 *IEE proceedings H, Microwave, Antennas & Propagation* **134** 521

[9] Philips B, Parker E A, Langley R J 1993 *Electronics Letters* **29** 882

[10] Parker E A, Philips B 1996 *IEE Colloquium on Advances in Electromagnetic Screens, Radomes and Materials* 5/1

[11] Philips B, Parker E A, Langley R J 1995 *IEE Proceedings of Microwaves, Antennas & Propagation* **142** 193

[12] Yu C, Lu C C 2005 *Microwave & Optical Tech. Letters* **45** 107

[13] Stupfel B, Pion Y 2005 *IEEE Trans. on Antennas and Propagation* **53** 1415

[14] Munk B A 2003 *Finite Antenna Arrays and FSS* (New York: John Wiley)

## Influence of curvature on transmission properties of finite curved slot arrays\*

Meng Zhi-Jun<sup>†</sup> Wang Li-Feng Lü Ming-Yun Wu Zhe

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

(Received 4 April 2010; revised manuscript received 15 May 2010)

### Abstract

Transmission properties of finite curved slot arrays were investigated based on an extension of mutual admittance approach. One-dimensional curvature effects were analyzed, with the influence of column number and flare angle on magnetic current distribution, scattering patterns and frequency response curves. Results show that the curvature effect depends on the flare angle. When the flare angle is large (above  $120^\circ$ ), strong curvature effect leads to violent fluctuation of magnetic current distribution, wide beamwidth and high side lobes, and considerable changes also occur in frequency-response characteristics, including resonant frequency, transmission bandwidth and transmission coefficient. When the flare angle is small enough, generally below  $60^\circ$ , only the magnetic current distributions of marginal elements would get influenced, consequently the scattering patterns and transmission characteristics are similar to those of finite planar arrays. The curvature effect may become very weak and be ignored on this condition.

**Keywords:** frequency selective surface, slot arrays, transmission properties, curvature

**PACS:** 73.20.-r

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 90305026).

<sup>†</sup> E-mail: mengzhijun@buaa.edu.cn