

单周期控制 Boost 变换器 Hopf 分岔控制及电路实现

马伟[†] 王明渝 聂海龙

(重庆大学输配电装备及系统安全与新技术国家重点实验室, 重庆 400044)

(2010年11月30日收到; 2010年12月27日收到修改稿)

用平均模型分析了单周期控制 Boost 变换器的运行, 分析表明在参考电压变化的情况下, 单周期控制 Boost 变换器会出现 Hopf 分岔. Hopf 分岔使得变换效率下降, 器件应力增加. 为了消除 Hopf 分岔, 提出了采用 washout 滤波器的方法. 建立了采用 washout 滤波器的单周期控制 Boost 变换器平均模型, 对于 washout 滤波器中的两个新参数, 可以用 Routh-Hurwitz 准则来确定. 仿真和电路实验验证了所提方法的效果.

关键词: washout 滤波器, 单周期控制, Boost 变换器, Hopf 分岔

PACS: 02.30.Oz, 05.45.-a

1. 引言

电力电子变换器中的非线性现象引起了广泛关注, 许多类型的变换器都能表现出不同的非线性现象, 比如倍周期分岔、Hopf 分岔、混沌等^[1-3]. 对这些非线性现象进行分析, 首先需要合适的变换器模型. 现有文献提出的模型可以分为两种, 第一种是采样数据模型(频闪映射模型)^[4], 这种模型在特定时刻对变换器状态变量进行采样, 把变换器这种分段线性系统用离散模型来描述, 它能够用来分析开关频率尺度上的非线性现象. 第二种模型是平均模型^[5,6], 建立这种模型时, 需要在一个开关周期内对状态变量进行平均, 这种模型能够用来分析变换器中的慢时标非线性现象.

虽然已有很多文献报道了线性控制的变换器中出现的非线性现象, 但是对于采用其他控制方式的变换器中出现的非线性现象认识很少. 单周期控制是一种大信号非线性控制方式^[7], 这种控制方式有很多优点, 比如能够在一个开关周期内抑制输入扰动, 可以实现恒定开关频率运行, 动态响应快等等. 因此这种控制方式得到了越来越多的应用. 文献[4]使用采样数据模型分析了一个单周期控制 Buck 变换器, 文献[8]研究了单周期控制 Buck 变换器中的降频现象. 在实际设计电路时, 如果参考电压小于输入电压, 按照文献[4]的分析, Buck 变换器

能够稳定工作. 而对于另一种常用的拓扑结构——单周期控制 Boost 变换器, 文献[9]采用闭环输出-基准电压传递函数进行分析, 得到了单周期控制 Boost 变换器会出现低频波动现象的结论, 但是没有提出如何消除这种波动的方法. 由于低频波动降低变换效率, 增加开关器件应力, 所以必须消除. 本文将采用前面所述的变换器平均模型分析如何消除单周期控制 Boost 变换器中的低频波动, 并用仿真和实验验证所提方法的可行性. 从平均模型的观点来看, 低频波动就是 Hopf 分岔. 本文所采用的方法实现起来较方便.

2. 单周期控制 Boost 变换器的工作原理及平均模型

单周期控制 Boost 变换器如图 1 所示, 由电压源 V_{in} , 电感 L , 电容 C , 开关管 S 和二极管 D 组成. 在每个开关周期的初始时刻, 时钟产生一个脉冲, 使得 RS 触发器 Q 端输出为 1, 从而使开关管 S 导通, 电源对电感 L 充电, 同时 \bar{Q} 端输出为 0, 所以积分电容 C_0 两端并联的开关断开, 二极管 D 两端的电压通过 R_0 进行积分. 当积分器输出电压小于 $-(V_{ref} - V_{in})$ 时, 比较器输出高电平, RS 触发器复位, 开关管 S 关断, 电源通过电感和二极管对电容充电. 同时, 积分器复位, 为下一个周期做准备.

这个变换器可以描述为

[†] E-mail: Great-ma@cqu.edu.cn

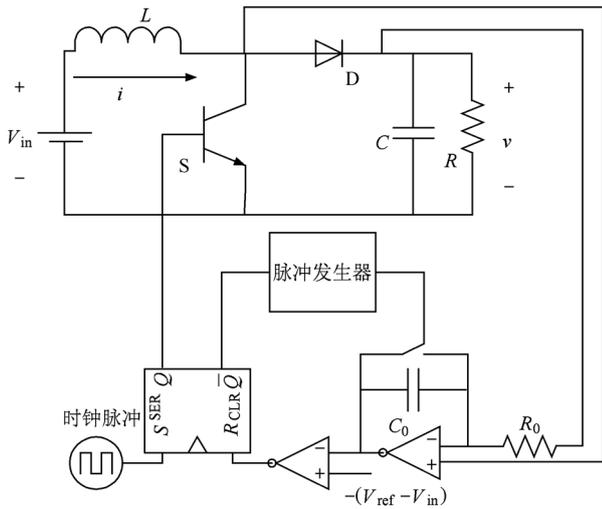


图1 单周期控制 Boost 变换器

$$\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= \frac{V_{in}}{L} - \frac{1-s}{L}v, \\ \frac{dv}{dt} &= -\frac{v}{RC} + \frac{1-s}{C}i, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $s = 1$ 代表开关管导通, $s = 0$ 代表开关管关断. 为了得到变换器的平均模型, 需要用占空比 d 代替(1)式中的 s . 根据变换器工作原理, 占空比 d 由下式得到

$$\frac{1}{R_0 C_0} \int_0^T v dt = V_{ref} - V_{in}, \quad (2)$$

其中 T 为开关周期. 实际电路一般选择 $R_0 C_0 = T$, 由此得到(2)式的平均模型

$$vd = V_{ref} - V_{in} \quad (3)$$

把(3)式中的 d 替换(1)式中的 s , 就能得到单周期控制 Boost 变换器完整的平均模型

$$\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= \frac{V_{in}}{L} - \frac{v}{L} \left(1 - \frac{V_{ref} - V_{in}}{v} \right), \\ \frac{dv}{dt} &= -\frac{v}{RC} + \frac{i}{C} \left(1 - \frac{V_{ref} - V_{in}}{v} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

本文中所使用的电路参数为: $V_{in} = 5 \text{ V}$, $L = 430 \mu\text{H}$, $C = 220 \mu\text{F}$, $R_0 = 11.36 \text{ k}\Omega$, $C_0 = 2.2 \text{ nF}$, $R = 50 \Omega$, $T = 25 \mu\text{s}$.

对变换器稳定性的分析可以通过(4)式得到. 为此, 首先计算其平衡点. 令(4)式中导数为零, 得到

$$\begin{aligned} V &= V_{ref}, \\ I &= \frac{V_{ref}}{V_{in} R}, \end{aligned} \quad (5)$$

在此平衡点处求得 Jacobian 矩阵为

$$J = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{V - V_{ref} + V_{in}}{CV} & -\frac{1}{RC} + \frac{I(V_{ref} - V_{in})}{CV^2} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

变换器在平衡点处 Jacobian 矩阵的特征值 λ 由下式得到

$$\det[\lambda I - J] = 0, \quad (7)$$

变换器的稳定性即由特征值 λ 决定.

由于参考电压 V_{ref} 在电路设计当中最重要, 因此本文仅限于考虑 V_{ref} 对变换器稳定性的影响. 把电路参数代入(6)式, 通过计算得到变换器的特征值如图2所示, 其中箭头代表 V_{ref} 从 9V 增加到 11 V.

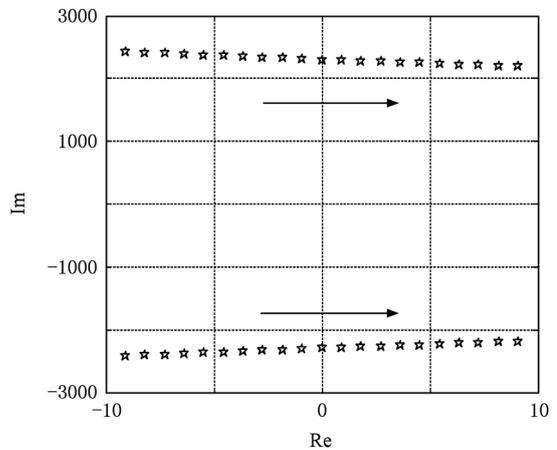


图2 单周期控制 Boost 变换器特征值随参考电压变化的轨迹

可以看到, 变换器的特征值为一对共轭复数, 当参考电压小于 10 V 时, 共轭复数对的实部为负, 因此变换器稳定, 当参考电压大于 10 V 时, 共轭复数对的实部为正, 因此变换器不稳定. 并且满足下列条件:

$$\text{Re}(\lambda) \Big|_{V_{ref}=10} = 0, \quad (8)$$

$$\text{Im}(\lambda) \Big|_{V_{ref}=10} \neq 0, \quad (9)$$

$$\frac{d}{dV_{ref}} \text{Re}(\lambda) \Big|_{V_{ref}=10} \neq 0, \quad (10)$$

当参考电压为 10 V 时, 变换器表现出超临界 Hopf 分岔. 在 MATLAB 中, 建立图 1 所示的电路并进行仿真, 当参考电压为 $V_{ref} = 8 \text{ V}$ 和 $V_{ref} = 11 \text{ V}$ 时, 变换器中的电压和电流波形分别如图 3 和图 4 所示. 这和从变换器平均模型得到的结论一致.

如果参考电压进一步增加, 变换器会出现其他非线性现象, 这些非线性现象不能用平均模型来解释, 在本文中不加以讨论.

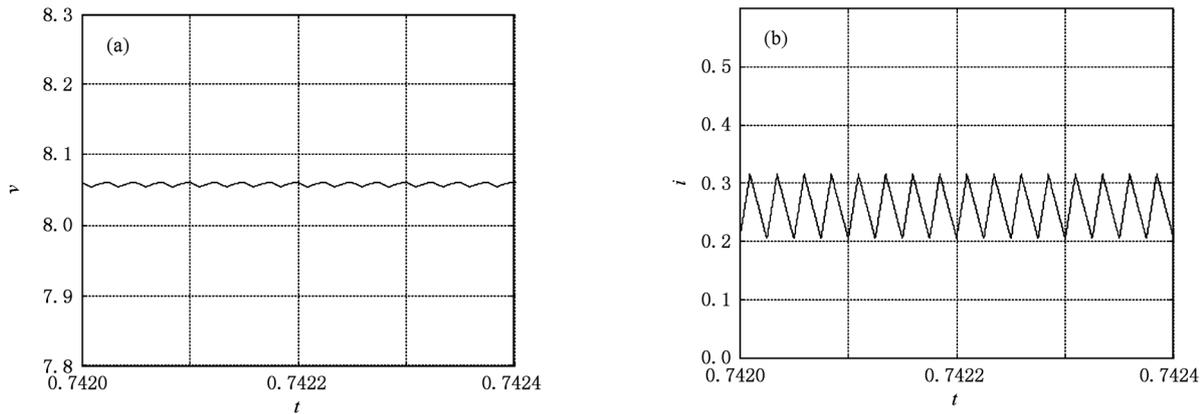


图3 当参考电压为8 V时,(a)变换器输出电压波形;(b)变换器电感电流波形

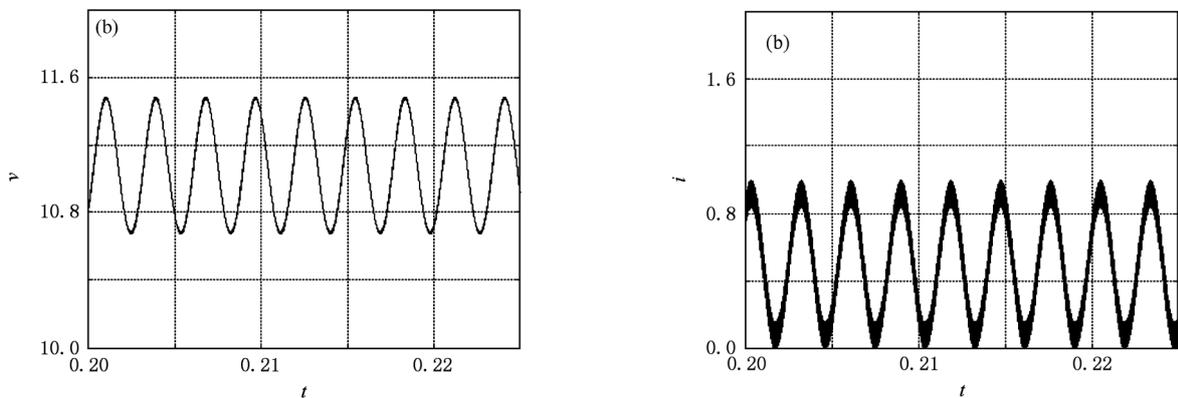


图4 当参考电压为11 V时,(a)变换器输出电压波形;(b)变换器电感电流波形

3. 单周期控制 Boost 变换器 Hopf 分岔控制

变换器中的非线性现象增加了开关器件应力,降低了变换效率,所以在实际电路设计中,需要消除这些非线性现象,以使得变换器能稳定工作,文献[10]和[11]建立了 PWM DC-DC 变换器的采样数据模型,通过使用离散 washout 滤波器实现了对开关频率尺度上的倍周期分岔进行控制. 由于使用离散形式的滤波器,所以实现起来代价较大,上述文献只给出了仿真结果. 文献[12]通过匹配滤波器实现了 PWM Buck 变换器的混沌控制,这也是对快时标非线性现象进行控制. 而对于变换器中的慢时标非线性现象进行控制的研究较少,在此,可以借鉴其他非线性系统中控制慢时标非线性现象的方法^[13, 14]. 文献[15—20]分别研究了 washout 滤波器在 Hodgkin-Huxley 模型、Colpitts 振荡器、参数受扰混沌系统和永磁同步电动机中的应用,但这些文

献只给出了仿真结果,这是由于 washout 滤波器用在上述系统中,实现起来较困难. 根据单周期控制 Boost 变换器的结构特点,本文采用 washout 滤波器来消除 Hopf 分岔,实现起来非常容易.

在非线性系统中使用 washout 滤波器时,一般把系统的一个或多个状态变量作为滤波器输入,而把滤波器输出加到系统微分方程的右边. (4)式中两个方程的右边都含有 V_{ref} 这一常量,所以把滤波器输出加到这个常量上,只要采用加法器就可以实现. 这里把变换器输出电压作为滤波器输入更方便. 采用 washout 滤波器的单周期控制 Boost 变换器如图 5 所示. washout 滤波器的输入为变换器的输出电压, washout 滤波器的输出加到了参考电压上来和积分器输出进行比较.

设 washout 滤波器中电容电压为 γ , 则 washout 滤波器可以描述为

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{v - \gamma}{R_1 C_1} = \frac{v - \gamma}{d_w},$$

$$v_0 = -\frac{R_f}{R_1}(v - \gamma) = k_w(v - \gamma). \quad (11)$$

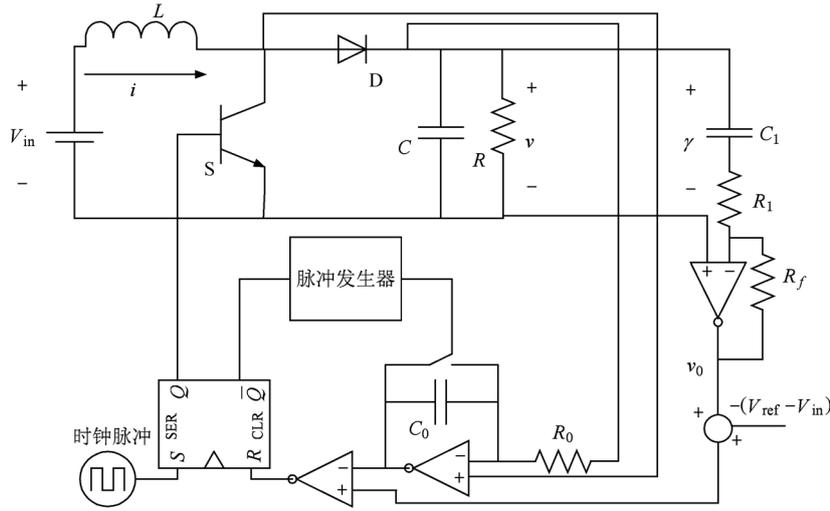


图5 采用 washout 滤波器的单周期控制 Boost 变换器

图5所示的整个变换器的平均模型为

$$\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= \frac{V_{in}}{L} - \frac{v}{L} \left(1 - \frac{V_{ref} + k_w(v - \gamma) - V_{in}}{v} \right) \\ \frac{dv}{dt} &= -\frac{v}{RC} + \frac{i}{C} \left(1 - \frac{V_{ref} + k_w(v - \gamma) - V_{in}}{v} \right), \\ \frac{d\gamma}{dt} &= \frac{1}{d_w}(v - \gamma). \end{aligned} \quad (12)$$

在 washout 滤波器中引入了两个量: d_w 和 k_w , 这两个量对图5所示变换器的稳定性有影响. 为了分析图5所示变换器的稳定性, 先求其平衡点. 从(12)式可以得到

$$\begin{aligned} V &= V_{ref}, \\ I &= \frac{V_{ref}}{V_{in}R}, \\ \Gamma &= V. \end{aligned} \quad (13)$$

由于 washout 滤波器中存在一个电容, 所以使得整个电路的阶数增加一阶. 但是这种方法的优点是电路容易实现, 而且原系统的平衡点得到保持. 这一点通过对比(13)和(5)式可以得到.

在(13)式平衡点处的 Jacobian 矩阵

$$J = \begin{pmatrix} 0 & \frac{k_w - 1}{L} & -\frac{k_w}{L} \\ \frac{V_{in}}{CV} & -\frac{1}{RC} + \frac{I(V_{ref} - k_w\Gamma - V_{in})}{CV^2} & \frac{k_w I}{CV} \\ 0 & \frac{1}{d_w} & -\frac{1}{d_w} \end{pmatrix}. \quad (14)$$

为了消除 Hopf 分岔, 必须使得(14)式的特征值具有负的实部. 特征方程为

$$\begin{aligned} f(\lambda) &= p_0\lambda^3 + p_1\lambda^2 + p_2\lambda + p_3 \\ &= \lambda^3 - \left(\frac{I(V_{ref} - k_w\Gamma - V_{in})}{CV^2} - \frac{1}{RC} - \frac{1}{d_w} \right) \lambda^2 \\ &\quad - \left(\frac{1}{d_w} \left(\frac{I(V_{ref} - k_w\Gamma - V_{in})}{CV^2} - \frac{1}{RC} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{k_w I}{d_w CV} + \frac{V_{in}(k_w - 1)}{LCV} \right) \lambda \\ &\quad + \frac{V_{in}}{d_w LCV}. \end{aligned} \quad (15)$$

根据 Routh-Hurwitz 准则^[21], 设

$$H_p = \begin{pmatrix} p_1 & p_0 & 0 \\ p_3 & p_2 & p_1 \\ 0 & 0 & p_3 \end{pmatrix},$$

要使得所有特征值实部为负, 必须使得 H_p 的各阶主子式大于零, 即满足

$$\begin{aligned} D_1 &= p_1 > 0, \\ D_2 &= p_1 p_2 - p_3 p_0 > 0, \\ D_3 &= p_3 D_2 > 0. \end{aligned} \quad (16)$$

因此, d_w 和 k_w 就可以根据(16)式来确定. 在本文中, 当 $V_{ref} = 11$ V 时, 选取 $d_w = 0.0001$ 可以得到较好的响应速度, 当 k_w 从 -10 变化到 -1 时, 特征值的轨迹如图6所示, 其中箭头表示 k_w 从 -10 变化到 -1 . 可以看到, 此时变换器的特征值为一对共轭复数和一个负实数.

如果选 $k_w = -3$, 变换器输出电压、电感电流和滤波器输出电压仿真波形如图7所示. 可以看到, 变换器稳定运行, 没有出现 Hopf 分岔. 同时, 和参考电压相比, washout 滤波器输出电压很小.

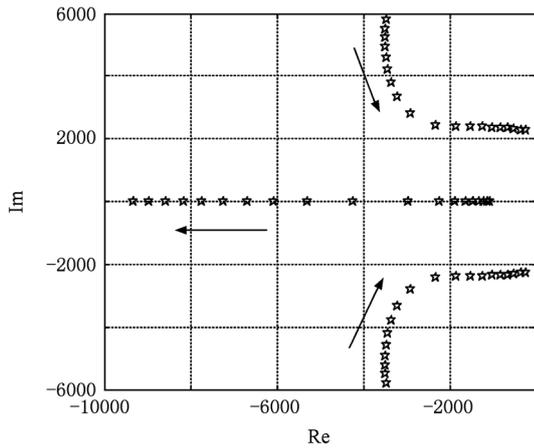


图6 特征值随 k_w 变化的轨迹

4. 电路实现

为了验证本文所提方法的正确性,按照文中参数搭建了具体电路.当参考电压为 8 和 11 V 时,没有采用 washout 滤波器的变换器输出电压、电感电流分别如图 8 和图 9 所示.对比图 3,4 和图 8,9 可以看到,按照平均模型进行的分析与实际电路运行符合.

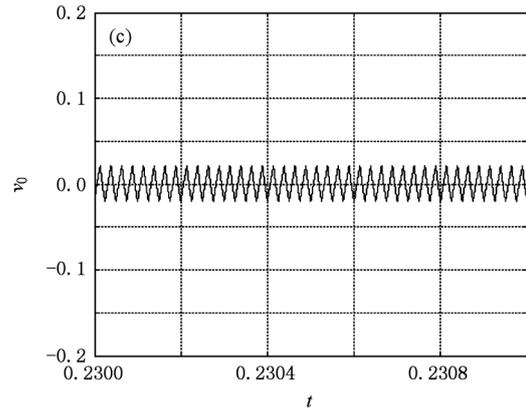
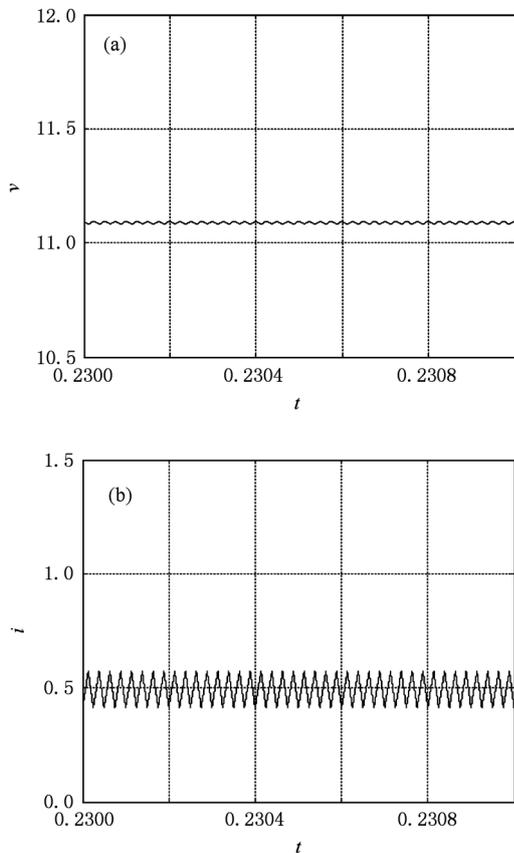


图7 采用 washout 滤波器的单周期控制 Boost 变换器当参考电压为 11 V 时,(a)变换器输出电压波形;(b)变换器电感电流波形;(c)滤波器输出电压波形

当参考电压为 11 V 时,采用 washout 滤波器的变换器输出电压、电感电流和滤波器输出电压如图 10 所示.其中,电感电流通过用一个和电感串联的 0.1Ω 电阻得到.

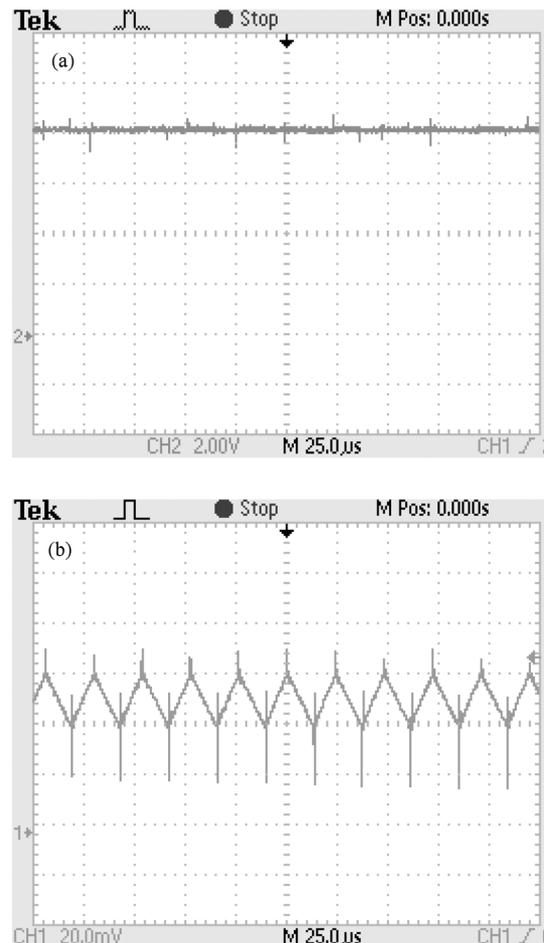


图8 当参考电压为 8 V 时,(a)变换器输出电压波形;(b)变换器电感电流波形

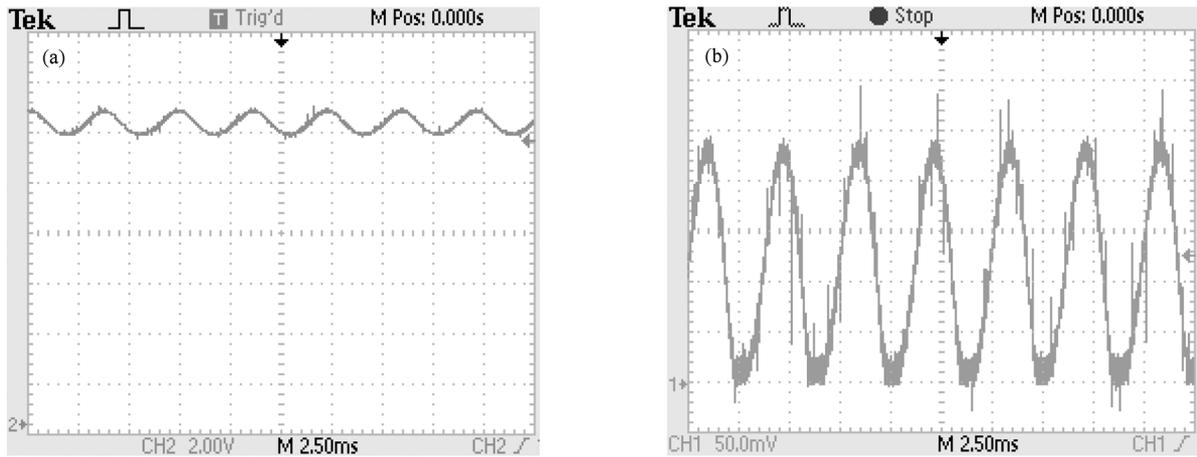


图9 当参考电压为 11 V 时, (a) 变换器输出电压波形; (b) 变换器电感电流波形

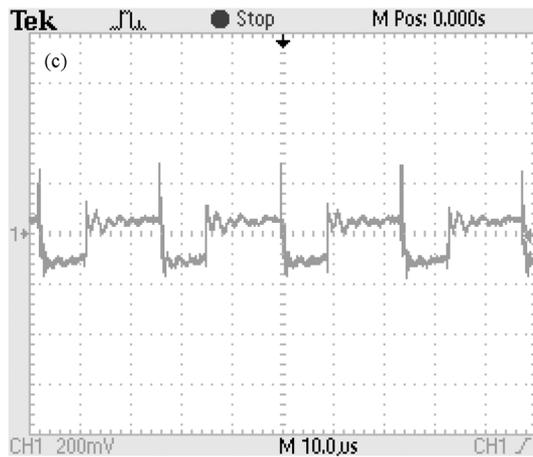
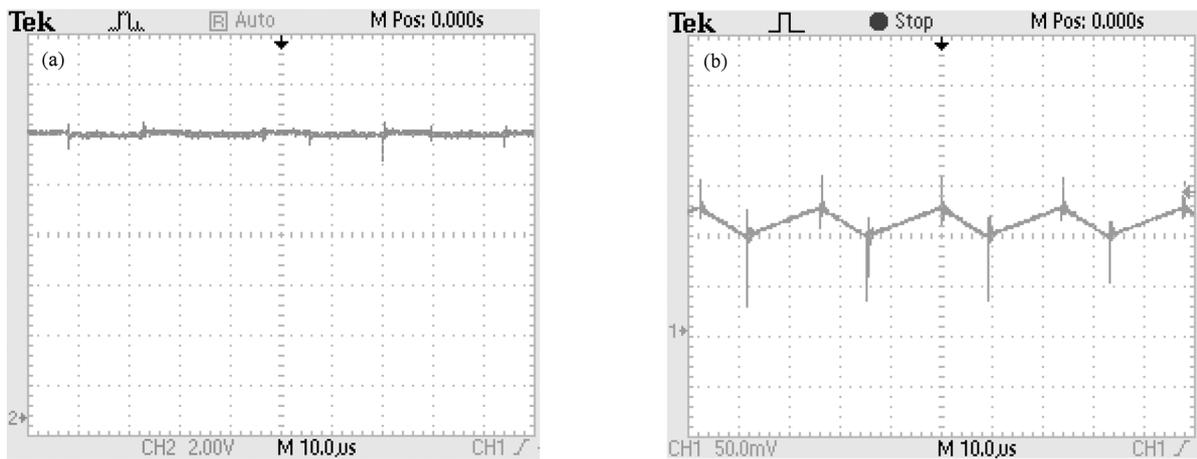


图 10 当参考电压为 11 V 时采用 washout 滤波器的变换器波形 (a) 变换器输出电压波形; (b) 变换器电感电流波形; (c) washout 滤波器输出电压波形

图 10 中, washout 滤波器输出电压和图 7 中的仿真波形不完全一致, 这是因为实际器件有很多寄

生参数的原因, 尤其是电容有等效串联电阻. 但是可以看到, 滤波器输出电压幅值很小.

5. 结 论

本文用平均模型分析了单周期控制 Boost 变换器,仿真和实验结果表明,平均模型能够准确预测变换器中的 Hopf 分岔,因此平均模型是分析变换器慢时标分岔的一种较好的模型. 本文采用 washout 滤波器的方法消除变换器中的 Hopf 分岔,对于滤波器引入的两个参数,可以用 Routh-Hurwitz 准则来选

取. 平均模型为选择 washout 滤波器中的参数提供了一个有效的途径.

虽然本文只讨论了 washout 滤波器在单周期控制 Boost 变换器中的应用,但是这种方法可以推广. 其他类型的非线性系统,如果在描述系统的微分方程的右边包含常量的时候(比如采用单周期控制), washout 滤波器也能方便有效地控制这些系统的 Hopf 分岔.

-
- [1] Banerjee S, Verghese G C 2001 *Nonlinear Phenomena in Power Electronics* (Hoboken: John Wiley & Sons) 27
- [2] Tse C K 2004 *Complex behavior of switching power converters* (Boca Raton: CRC Press LLC) 57
- [3] Maity S, Tripathy D, Bhattacharya T K, Banerjee S 2007 *IEEE Trans. Circ. Syst. I* **54** 1120
- [4] Fang C C 2001 *IEEE Trans. Power Electron.* **16** 345
- [5] Tse C K, Lai Y M, Iu H H C 2000 *IEEE Trans. Circ. Syst. I* **47** 448
- [6] Zhou Y F, Qiu S S, Chen J N 2004 *Proc. CSEE* **24** 96 (in Chinese) [周宇飞、丘水生、陈军宁 2004 中国电机工程学报 **24** 96]
- [7] Smedley K M, Cuk S 1995 *IEEE Trans. Power Electron.* **10** 625
- [8] Wang F Q, Zhang H, Ma X K 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2842 (in Chinese) [王发强、张浩、马西奎 2008 物理学报 **57** 2842]
- [9] Wang F Q, Zhang H, Ma X K 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1522 (in Chinese) [王发强、张浩、马西奎 2008 物理学报 **57** 1522]
- [10] Fang C C, Abed E H 2002 *Nonlinear Dyn.* **27** 295
- [11] Wang J M, Xu Z L 2005 *Inf. Control* **34** 269 (in Chinese) [汪剑鸣、许镇琳 2005 信息与控制 **34** 269]
- [12] Lu W G, Zhou L W, Luo Q M, Zhang X F 2008 *Phys. Lett. A* **372** 3217
- [13] Chen G R, Moiola J L, Wang H O 2000 *Int. J. Bifurc. Chaos* **10** 511
- [14] Ren H P, Li W C, Liu D 2010 *Chin. Phys. B* **19** 511
- [15] Xie Y, Chen L, Kang Y M, Aihara K 2008 *Phys. Rev. E* **77** 061921
- [16] Ding L, Hou C 2010 *Nonlinear Dyn.* **60** 131
- [17] Wang J, Chen L, Fei X 2007 *Chaos Soliton. Fract.* **31** 247
- [18] Zhang H, Ma X K 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2415 (in Chinese) [张浩、马西奎 2003 物理学报 **52** 2415]
- [19] Zhao Y B, Luo X S 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6258 (in Chinese) [赵益波、罗晓曙 2007 物理学报 **56** 6258]
- [20] Li C L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 8134 (in Chinese) [李春来 2009 物理学报 **58** 8134]
- [21] Dorf R C, Bishop R H 2008 *Modern Control Systems* 11th ed. (Upper Saddle River: Pearson Education, Inc.) 361

Control of Hopf bifurcation in the one-cycle controlled Boost converter and its experimental implementation

Ma Wei[†] Wang Ming-Yu Nie Hai-Long

(State Key Laboratory of Power Transmission Equipment & System Security and New Technology, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

(Received 30 November 2010; revised manuscript received 27 December 2010)

Abstract

The one-cycle controlled Boost converter is analyzed by using its averaged model. The results show that the one-cycle controlled Boost converter loses stability via a supercritical Hopf bifurcation, which may jeopardize the performance of the converter. A washout filter is proposed in this paper to suppress the Hopf bifurcation. This method can be easily implemented due to the structure of the one-cycle controlled Boost converter. The averaged model of the washout filter-aided one cycle controlled Boost converter is derived. Two new parameters in the washout filter can be chosen by Routh-Hurwitz stability criterion. The washout filter-aided method is verified by simulation and experiment.

Keywords: washout filter, one cycle control, Boost converter, Hopf bifurcation

PACS: 02.30.Oz, 05.45.-a

[†] E-mail: Great-ma@cqu.edu.cn