一种具有恒 Lyapunov 指数谱的混沌系统 及其电路仿真

周小勇†

(江苏技术师范学院电气信息工程学院,常州 213001) (2010年8月10日收到;2010年12月16日收到修改稿)

提出了一种新的具有恒 Lyapunov 指数谱的三维混沌系统,该系统含有六个参数,其中一个方程含有一个非线性乘积项,一个方程含有平方项.通过理论推导、数值仿真、Lyapunov 维数、Poincare 截面图、Lyapunov 指数谱和分岔图研究了系统的动力学特性,并分析了不同参数变化对系统动力学行为的影响,其中,平方项系统参数变化时,系统的 Lyapunov 指数谱保持恒定,输出信号中的两维信号的幅值与参数呈幂函数关系变化,其指数为 – 1/2,第三维信号的幅值保持在同样的数值区间.最后,设计了该混沌系统的硬件电路并运用 Multisim 软件对该电路进行仿真实验,证实了该混沌系统的可实现性.

关键词: 混沌系统, 恒 Lyapunov 指数谱, Poincare 截面图, 混沌电路 **PACS**: 05.45.-a

1. 引 言

自麻省理工学院的 Lorenz 于上世纪 60 年代发现第一个混沌系统以来,混沌理论的研究和应用在许多领域中得到了极大的关注^[1,2]. 在其基础上,先后发现了 Chen 系统^[3,4], Lü 系统^[5-7], Liu 系统^[8],近年来,新的混沌系统不断被发现^[9-11],但有关具有恒 Lyapunov 指数谱的混沌吸引子报道并不多见,李春彪等^[12]在 Colpitts 电路的基础上提出了一类具有恒 Lyapunov 指数谱的混沌系统,并给出系统的数值仿直和电路实现方法. 现今,混沌理论的研究虽然取得了巨大的发展,但寻找和发现新混沌或超混沌系统仍然是混沌理论研究的热点之一.

本文提出了一种新的具有恒 Lyapunov 指数谱的三维自治混沌系统,该系统含有六个参数,其中一个方程含有一个非线性乘积项,一个方程含有平方项.通过理论推导、数值仿真、Lyapunov 维数、Poincare 截面图、Lyapunov 指数谱和分岔图研究了系统的基本动力学特性,验证了系统的混沌特性.该系统最为显著的特点是:系统的动力学特性与参数之间的变化关系不对称,存在着某个参数 h 对于

系统动力学行为的影响较为特殊,当系统处于混沌状态时,调节h时不会改变系统的混沌性,即系统的Lyapunov 指数谱维持不变,但系统的两个输出信号的幅值与h之间会成幂函数为 $1/\sqrt{h}$ 关系变化,而另一维信号幅值保持在原有的值区间;另外,当调节其他某个或多个参数,使系统处于一个新混沌状态时,调节参数h,系统 Lyapunov 指数谱又在一个新的数值上维持不变,系统输出信号的幅度仍保持着同样的变化特点.论文还给出了该混沌系统的硬件电路原理图,并进行了电路仿真实验,证明了该系统的可实现性.

2. 新混沌系统的基本分析

2.1. 新混沌系统模型

本文提出的新的三维自治混沌系统,其数学模型描述为

$$\dot{x} = -ax + by,
\dot{y} = cx - xz - dy,
\dot{z} = -ez + hx^{2}.$$
(1)

式中, a,b,c,d,e,h 是实常数. 当 a = 15,b = 20,c =

[†] E-mail: zhouxy
99@ sohu. com

20, d = 1, e = 8, h = 1 时,系统存在一个典型的混沌吸引子.

2.2. 动力学特性分析

1) 耗散性和吸引子的存在性 由于

$$\nabla V = \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{y}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{z}}{\partial z} = -a - d - e, \qquad (2)$$

当 a+d+e>0 时,则系统(1)是耗散的,且以如下的指数形式收敛:

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = \mathrm{e}^{-(a+d+e)}, \tag{3}$$

即体积元 V_0 在 t 时刻收缩为体积元 V_0 $e^{-(a+d+e)t}$. 这意味着,当 $t\to\infty$ 时,包含系统轨线的每个体积元以指数率 -(a+d+e) 收缩到零. 因此,所有系统轨线最终会被限制在一个体积为零的集合上,且它渐进运动固定在一个吸引子上.

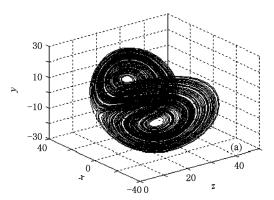
2)平衡点及稳定性

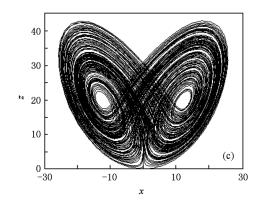
令系统(1)方程的右边等于零,即

$$-ax + by = 0,$$

$$cx - xz - dy = 0,$$

$$-ez + hx^{2} = 0.$$
(4)





解得三个平衡点为 $s_0 = (0,0,0)$,

$$\begin{split} s_1 &= \left(\sqrt{\frac{e(bc-ad)}{bh}}, \frac{a}{b} \sqrt{\frac{e(bc-ad)}{bh}}, \frac{bc-ad}{b} \right), \\ s_2 &= \left(-\sqrt{\frac{e(bc-ad)}{bh}}, -\frac{a}{b} \sqrt{\frac{e(bc-ad)}{bh}}, \frac{bc-ad}{b} \right). \end{split}$$

由于系统(1)参数满足 bc - ad > 0,因此系统有三个平衡点. 系统(1)在平衡点处线性化的特征多项式可统一表示为

$$f(\lambda) = \lambda^3 + A\lambda^2 + B\lambda + C. \tag{5}$$

另外,把系统(1)在平衡点处线性化,得 Jacobi 矩阵 J_0 和特征多项式 $f(\lambda)$,有

$$\boldsymbol{J}_{0} = \begin{bmatrix} -a & b & 0 \\ c - z_{0} & -d & -x_{0} \\ 2hx_{0} & 0 & -e \end{bmatrix},$$

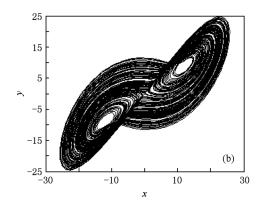
$$f(\lambda) = \lambda^{3} + (a + d + e)\lambda^{2} + (ad - bc + ae + de + bz_{0})\lambda + e(ad - bc + bz_{0}) + 2bhx_{0}^{2}.$$
 (6)

由(5)和(6)式可知,此时

$$A = a + d + e,$$

$$B = ad - bc + ae + de + bz_{0},$$

$$C = e(ad - bc + bz_{0}) + 2bhx_{0}^{2}.$$
(7)



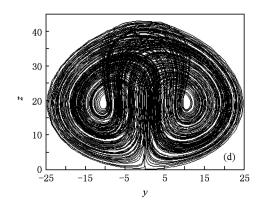


图 1 系统的混沌吸引子图 (a)x - z - y 相图;(b)x - y 相图;(c)x - z 相图;(d)y - z 相图

根据 Routh-Hurwitz 条件^[13],当且仅当 A > 0, B > 0, C > 0, AB - C > 0 时,所有的特征值都具有负实部,平衡点才为稳定点.因此,当 a = 15, b = 20, c = 20, d = 1, e = 8, h = 1 时,系统(1)在三个平衡点处的特征值都不具有负实部,平衡点 s_0 , s_1 和 s_2 都是不稳定的.

2.3. 混沌吸引子

当参数 a=15, b=20, c=20, d=1, e=8, h=1 时, 系统存在一个典型的混沌吸引子, 混沌吸引子相图如图 1 所示. 系统产生的序列具有非周期性, 而且对初始值极为敏感, 其时域波形如图 2 所示, 初始值敏感特性如图 3 所示, 即使初始值 x_0 只相差 0.000001, 其余初始值不变, 其波形大约在 t=10 后完全不相同. 系统的功率谱是连续谱, 如图 4 所示.

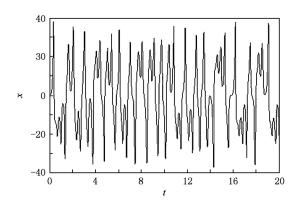


图 2 系统的 x 时域图

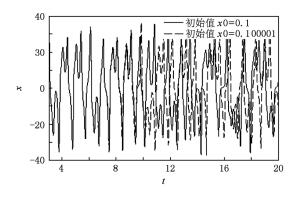


图 3 系统的 x 对初值的敏感性

此时系统在几个截面上的 Poincare 截面图如图 5 所示,可以看出, Poincare 截面上有一些成片的具有分形结构的密集点,吸引子的叶片清晰可见. 这些特征说明了系统(1)为混沌系统.

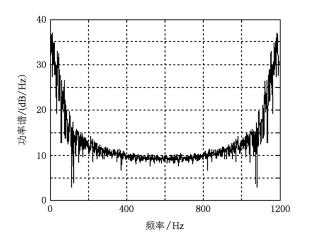


图 4 系统 x 的功率谱

2.4. Lyapunov 指数和 Lyapunov 维数

Lyapunov 指数是定量描述轨线相互排斥和相互吸引的量,特别是系统的最大 Lyapunov 指数是判断混沌系统的重要特征^[7]. 混沌吸引子的相邻轨线之间呈现出彼此相互排斥的趋势,并以指数速率相互分离. 现今,计算最大 Lyapunov 指数的方法有很多,本文利用奇异值分解的方法计算出系统(1)的三个 Lyapunov 指数为 $\lambda_1=1.1923$, $\lambda_2=0.0021$, $\lambda_3=-27.1009$, 其中一个 Lyapunov 指数为正,一个 Lyapunov 指数接近于零,一个 Lyapunov 指数按近于零,一个 Lyapunov 指数为负,说明该吸引子为奇怪吸引子,其运动是混沌的. 新混沌系统的 Lyapunov 维数为

$$D_{L} = j + \frac{1}{|\lambda_{j+1}|} \sum_{i=1}^{j} \lambda_{i} = 2 + \frac{\lambda_{1} + \lambda_{2}}{|\lambda_{3}|}$$
$$= 2 + \frac{1.1923 + 0.0021}{|-27.1009|} = 2.044.$$
(8)

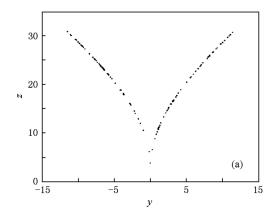
由此可见,这个新系统的 Lyapunov 维数为分数维数,验证了该系统为混沌系统.

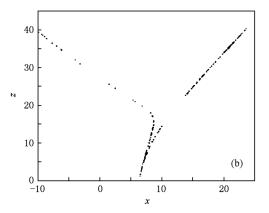
2.5. 系统参数的影响

随着系统参数的改变,系统平衡点的稳定性将会发生变化,从而系统也将处于不同的状态.用 Lyapunov 指数谱图(LE 谱)和分岔图可以直观地分析出各个系统参数变化时系统的状态变化情况.

1) 参数 b = 20, c = 20, d = 1, e = 8, h = 1 固定,改变 a, $a \in [3,40]$.

当 $a \in [3,40]$ 变化时,系统的 LE 谱以及关于 x 分岔图如图 6 所示. 当有一个 LE 大于零时,系统处于混沌状态[7,9]. 由图 6(a) 可见,随着 a 的变化.





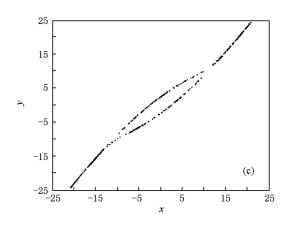


图 5 系统 Poincare 截面图 (a)x = 0; (b)y = 9; (c)z = 15

系统的 LE 也在变化. 当 3 < $a \le 9.5$ 和 11 < $a \le 11.5$ 时, LE 指数中出现了两个 LE 小于 0 和一个 LE 等于 0, 系统处于周期状态; 当 $a \in [9.5,11] \cup [11.5,23]$ 时, 系统的最大 LE 大于 0, 系统在该区间上处于混沌状态; 当 a > 23 时, 系统 LE 均小于 0, 系统为稳定状态, 在系统状态的变化过程中还存在拟周期状态, 图 6(b) 的 x 分岔图也说明了这一现象.

2) 参数 a = 15, c = 20, d = 1, e = 8, h = 1 固定,改变 b,使 $b \in [3,100]$.

当 $b \in [3,100]$ 变化时,系统的 LE 谱及关于 x 分岔图如图 7 所示. 由图 7(a) 可见,随着 b 的变化,系统的 LE 也在变化. 当 $3 < b \le 10.5$ 时,系统 LE 小于 0 ,系统为稳定状态;当 $10.5 < b \le 12$ 时,两个 LE 小于 0 和一个 LE 等于 0 ,系统处于周期状态;当 $12 < b \le 100$ 时,系统中最大 LE 几乎是大于 0 的,说明系统存在混沌状态,只是在 $56 < b \le 57.5$ 和 $69.5 < b \le 70.5$ 间,出现两个 LE 小于 0 和一个 LE 等于 0 ,系统出现了短暂的周期状态,并且随着 b 的增大,系统的最大 LE 越来越大,系统的混沌性增

强. 图 7(b)的 x 分岔图也反映了这些变化特点. 在系统状态变化过程中还存在拟周期状态.

3) 参数 a = 15, b = 20, d = 1, e = 8, h = 1 固定, 改变 c, 使 $c \in [2,60]$.

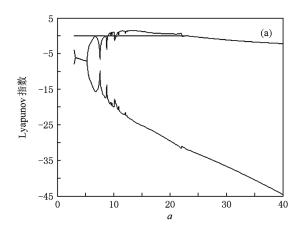
当 $c \in [2,60]$ 变化时,系统的 LE 谱以及关于x分岔图如图 8 所示. 由图 8(a)可见,随着c的变化,系统的 LE 也在变化. 当 2 < $c \le 12$ 时,系统 LE 指数小于0,系统为稳定状态;当 12 < $c \le 60$ 时,系统的最大 LE 几乎是大于0的,说明系统存在混沌状态,只是在 42. 5 < $c \le 43$ 和 56 < $c \le 58$. 5 间,出现两个 LE 小于0和一个 LE 等于0,系统处于短暂的周期状态,并且随着c的增大,系统的最大 LE 越来越大,系统的混沌性增强. 图 8(b)的x分岔图也说明了这些现象的存在.

4)参数 a = 15, b = 20, c = 20, e = 8, h = 1 固定,改变 d,使 $d \in [0.1,10]$.

当 $d \in [0.1,10]$ 变化时,系统的 LE 谱以及关于 x 分岔图如图 9 所示. 由图 9(a) 可见,随着 d 的变化,系统的 LE 指数也在变化. 当 $0.1 < d \le 6.5$ 时,系统的最大 LE 指数是大于 0 的,说明系统处于

混沌状态; 当 d > 6.5 时, LE 指数小于 0, 说明系统处于稳定状态. 图 9(b) 的 x 分岔图说明了系统存在

混沌状态.



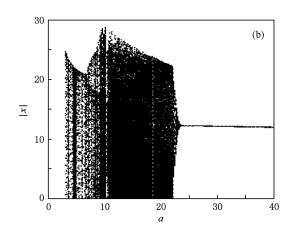
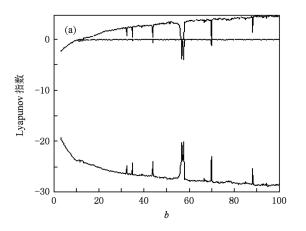


图 6 a 变化时系统的 LE 谱以及关于 x 的分岔图 (a) LE 谱图 ;(b) 关于 x 的分岔图



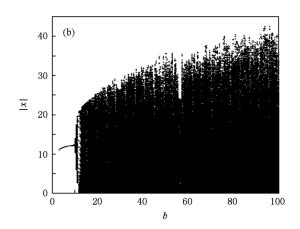
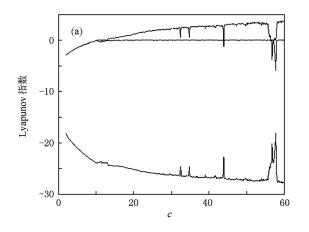


图 7 b 变化时系统的 LE 谱以及关于 x 的分岔图 (a) LE 谱图;(b) 关于 x 的分岔图



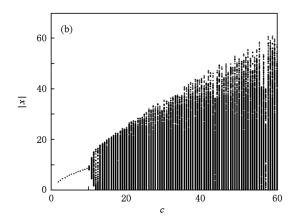
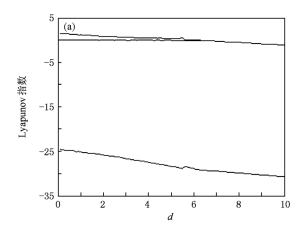


图 8 c 变化时系统的 LE 谱以及关于 x 的分岔图 (a) LE 谱图 ;(b) 关于 x 的分岔图



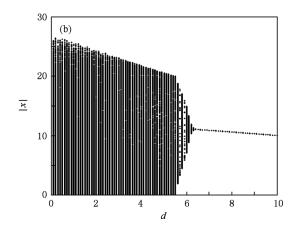
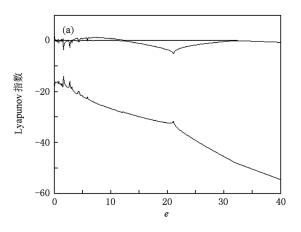


图9 d 变化时系统的 LE 谱以及关于 x 的分岔图 (a) LE 谱图; (b) 关于 x 的分岔图

5)参数 a = 15, b = 20, c = 20, d = 1, h = 1 固定,改变 e,使 $e \in [0,40]$.

当 $e \in [0,40]$ 变化时,系统的 LE 谱以及关于 x 分岔图如图 10 所示. 由图 10(a)可见,随着 e 的变化,系统的 LE 指数也在变化. 当 3 < $e \le$ 12.5 时,系

统的最大 LE 是大于 0 的,说明系统处于混沌状态;当 0 < $e \le 3$ 和 12.5 < $e \le 33$ 时,系统主要表现为周期或拟周期状态;但当 $e \ge 33$ 时,系统为稳定状态. 所以 $e \in [0,40]$ 时,系统(1)存在混沌状态,图 10(b)的 x 分岔图反映了系统这一变化特征.



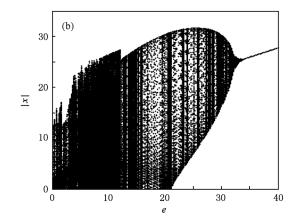


图 10 e 变化时系统的 LE 谱以及关于 x 的分岔图 (a) LE 谱图;(b) 关于 x 的分岔图

6) 参数 a = 15, b = 20, c = 20, d = 1, e = 8 固定,改变 h,使 $h \in [0.1,50]$.

当 $h \in [0.1,50]$ 变化时,系统的 LE 谱以及关于 x,y,z 分岔图如图 11 所示. 由图 11(a)可见,随着 h 的变化,系统的 LE 指数维持不变,此时的正 LE 指数实质就是系统在 a=15, b=20, c=20, d=1, e=8, h=1 时的最大 LE 值,而系统的输出信号 x,y 的幅度随着 h 的增大而减小,z 的幅度保持在一个固定的范围内,这一特点由图 11(b)(c)(d)的 x, y,z 分岔图可见.

从以上的分析可知,除参数 h 之外,参数 a,b,c,d 和 e 的变化影响着系统的状态,系统的动力学

特征十分丰富. 至于参数 h,因其变化对系统状态的独特影响,下面对其进行进一步地分析说明.

2.6. 恒 Lyapunov 指数谱特性及调幅特性分析

对于参数 h,由上面的系统动力学特性分析可以得到,在平衡点处,Jacobi 矩阵所对应的特征多项式((6)式)中虽含有变量 h,(7)式中的参数 C 也含有 h 变量,但当把 x_0 代入后就会消除参数 h,因此变量 h 不影响系统在平衡点上的动力学特征.实际上,系统(1)在任意相点处线性化所得的 Jacobi 矩阵所对应的特征多项式中都不含有变量 h,因而 h 不影响相空间上任意一点处的动力学特征,在参数 h 变化时,系统(1)的 Lyapunov 指数维持不变.但实际计

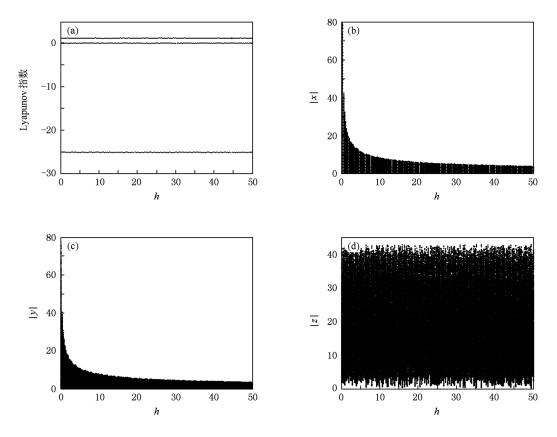


图 11 h 变化时系统的 LE 谱以及关于 x,y,z 的分岔图 (d)关于 z 的分岔图

(a)LE 谱图;(b)关于 x 的分岔图;(c)关于 y 的分岔图;

算时,因受到计算精度的影响,Lyapunov 指数围绕 一个固定值会发生微小的波动. 由上面的研究发 现,在系统的所有参数中,除 h 外,其他参数的变化 都会改变系统的 Lyapunov 指数谱,特别是参数 b,c, 从图7和图8可以发现,系统的最大 Lyapunov 指数 具有随着 b,c 增大而增大的趋势的. 若保持 a=15, c = 20, d = 1, e = 8 不变,取b = 65,当 $h \in [0.01,$ 50] 变化时,系统的 Lyapunov 指数谱如图 12(a),最 大 LE = 3.83, 说明系统随着 b 的增大混沌性增强. 若保持 a = 15, b = 20, d = 1, e = 8 不变, 取 c =50, 当 h ∈ [0.01,50] 变化时,系统的 Lyapunov 指 数谱如图 12(b),最大 LE = 3.30,说明系统随着 c的增大混沌性增强. 若保持 a = 15, d = 1, e = 8 不 变,取b = 65, c = 50, 当 $h \in [0.01,50]$ 变化时,系 统的 Lyapunov 指数谱如图 12(c),最大 LE = 5.24, 说明系统的混沌性比b,c单独增加时都强.因此,可 以根据需要调节相应的参数改变系统的混沌特性, 也就是改变系统的恒 Lyapunov 指数谱.

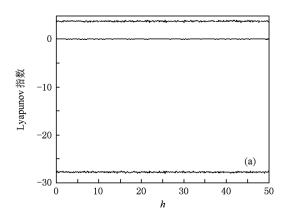
另外,在保持系统其他参数不变的情况下,调节h时,系统输出的三维信号的幅度变化呈现如下规律:即h增加时,系统x,y信号幅度随着h增大而

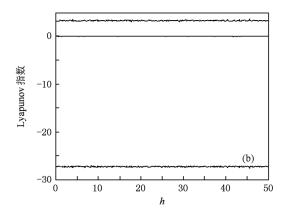
减小,h 减小时,系统 x,y 信号幅度增大,如图 13,图 14,图 15 所示,因此,可以说 h 对于系统的输出信号具有部分调幅功能.

进一步地由图 13,14,15 还可以发现,当 h=100 时,x,y 信号幅度为 h=1 时的 1/10 倍,当 h=0.01 时,x,y 信号幅度为 h=1 时的 10 倍,也就是说x,y 信号幅度与 h 具有一定的变化关系,这个关系就是x,y 幅度随 h 呈 $1/\sqrt{h}$ 关系变化,这一特点也可以由图 11(b),(c)的x,y 分岔图中看出.但 h 的变化,无论是增或是减,系统 z 信号的幅度保持在同一个值区间.系统输出信号的幅度随 h 的这一变化特点,还可以从系统的平衡点的表达式中进一步地分析说明,由系统的三个平衡点可知,除 s_0 点外, s_1 , s_2 对应坐标x,y 中均含有 h,而坐标值与 h 正呈 $1/\sqrt{h}$ 关系变化,而坐标z 中不含 h,信号幅度不随 h 变化.因此,只需保证 h>0,调节 h 就可调节系统输出信号x,y 的幅度大小,且幅度与 h 呈 $1/\sqrt{h}$ 关系变化.

2.7. 系统电路实现仿真研究

系统的电路如图 16 所示,即采用线性电阻、线





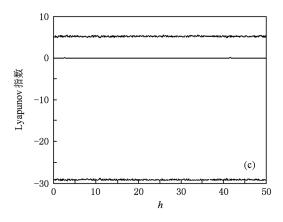


图 12 系统的恒 LE 谱变化特征 (a) b = 65 时恒 LE 谱图; (b) c = 50 时恒 LE 谱图; (b) b = 65, c = 50 时恒 LE 谱图

性电容、运算放大器、模拟乘法器来实现. 运算放大器采用 LM741,是用来进行加减运算,模拟乘法器采用 AD633 来实现,是完成系统中的非线性项的.

由于运算放大器 LM741 的容许电压为 ± 18V, 乘法器 AD633 的容许电压仅为 ± 10V, 为了可靠地进行电路实验, 把混沌信号的输出电平调小为原来的 1/10, 设

$$u = 10x, v = 10y, w = 10z,$$
 (9)

又由于系统变量的改变不影响其状态及性能,从而令

$$x = u, y = v, z = w,$$
 (10)

系统(1)可变为

$$\dot{x} = -ax + by,$$

$$\dot{y} = cx - 10xz - dy,$$

$$\dot{z} = -ez + 10hx^{2}.$$
(11)

根据系统的电路图及电路理论,可得系统电路 方程为

$$\dot{x} = -\frac{R_3}{R_2 R_4 C_1} x + \frac{R_3}{R_1 R_4 C_1} y,$$

$$\dot{y} = \frac{R_8}{R_{13} R_{10} C_2} x - \frac{R_8}{R_7 R_{10} C_2} x z - \frac{R_8}{R_9 R_{10} C_2} y, \quad (12)$$

$$\begin{split} \dot{z} &= -\frac{R_{15}}{R_{19}R_{16}C_3}z + \frac{R_{15}}{R_{14}R_{16}C_3}x^2 \,. \\ &\quad \ \, \hbox{将方程(11) 与(12) 相比较,可得} \\ a &= \frac{R_3}{R_2R_4C_1}, b = \frac{R_3}{R_1R_4C_1}, c = \frac{R_8}{R_{13}R_{10}C_2}, \\ d &= \frac{R_8}{R_9R_{10}C_2}, e = \frac{R_{15}}{R_{19}R_{16}C_3}, \\ 10 &= \frac{R_8}{R_7R_{10}C_2}, \quad 10h = \frac{R_{15}}{R_{14}R_{16}C_3} \,. \end{split}$$

当取 $C_1 = C_2 = C_3 = 1$ µF, R_4 , R_5 , R_6 , R_7 , R_8 , R_{11} , R_{12} , R_{17} , R_{18} 分别为 10 k Ω , R_1 , R_9 , R_{10} , R_{16} , R_{19} 为 100 k Ω , $R_2 = 220$ k Ω , $R_3 = 102$ k Ω , $R_{13} = 2.55$ k Ω 和 $R_{14} = R_{15} = 40$ k Ω 时,采用 Multisim 软件对电路进行了仿真实验,仿真结果如图 17 所示,可以看到仿真实验结果与数值仿真结果是一致的. 由于该软件采用直观的图形界面创建电路,软件仪器的控制面板及操作方式都与实物相似,可以实时显示测量结果,所以该混沌系统的仿真实验可以反映实际电路实验效果,因此仿真实验结果是有效的.

通过上述理论分析和仿真实验证实,本文提出

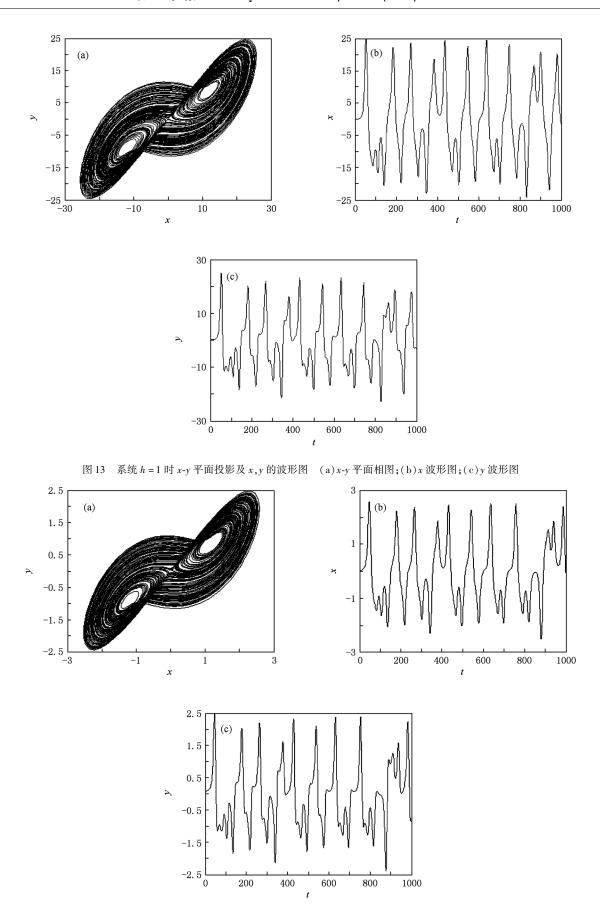


图 14 系统 h=100 时 x-y 平面投影及 x,y 的波形图 (a)x-y 平面相图;(b)x 波形图;(c)y 波形图

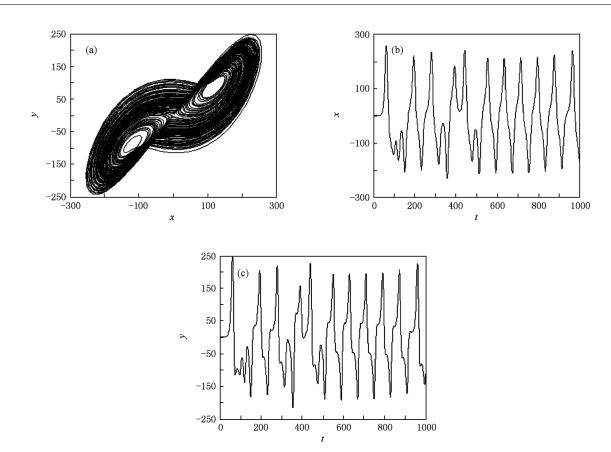


图 15 系统 h = 0.01 时 x-y 平面投影及 x,y 的波形图 (a) x-y 平面相图; (b) x 波形图; (c) y 波形图

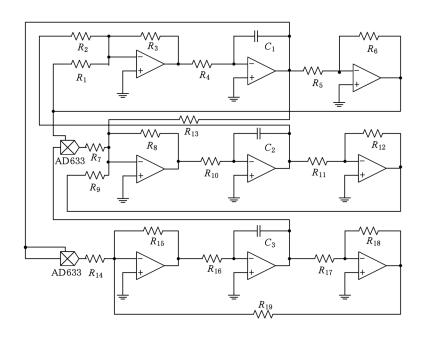
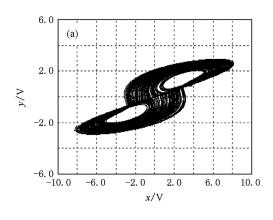
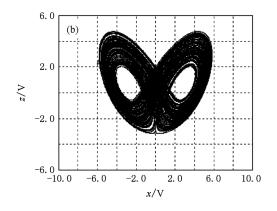


图 16 电路原理图

的非线性系统是一个新的混沌系统,它具有一切混沌系统的共同特征:确定性、有界性、对初值的极端敏感性、长期不可预测性、正的最大 Lyapunov 指数、

一定频率范围内的连续谱和遍历性等,同时该混沌系统还具有恒 Lyapunov 指数特征,是一种新的混沌系统.





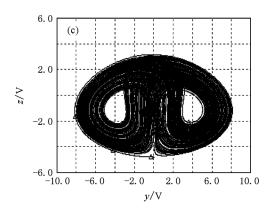


图 17 系统(1)的电路实现仿真相图 (a)x-y 平面相图;(b)x-z 平面相图;(c)y-z 平面相图

3. 结 论

本文提出了一种新的具有恒 Lyapunov 指数谱的三维混沌系统,系统含有六个参数,其中一个方程含有一个非线性乘积项,一个方程含有平方项.该系统的混沌吸引子形状有别于 Lorenz 系统和 Chen 系统.通过理论分析、数值仿真、Poincare 截面图、Lyapunov 指数谱和分岔图分析了新混沌系统的基本动力学特性,验证了系统丰富的混沌特性.该系统参数较多,并重点分析了系统参数对整个混沌系统的影响,给出了混沌系统随系统参数变化的 LE 谱和分岔图.其中最为重要的是,当系统其他参数固定在一个合适值时,仅参数 h 变化时,系统的

Lyapunov 指数谱保持在一个固定值,而当改变系统 其他参数使系统处于新的混沌状态,参数 h 变化时, 系统的 Lyapunov 指数谱将固定在一个新值上. 另 外,系统输出信号 x , y 信号的幅值随着参数 h 呈幂 函数 $1/\sqrt{h}$ 关系变化,z 信号的幅值范围保持不变. 本文还根据系统方程设计了系统硬件电路并通过 仿真平台加以验证,证实了该系统的物理可实现 性. 该混沌系统参数 h 可调区间大,理论上只需 h > 0,同时,本系统可调参数较多,特别是系统参数 b 和 c , 系统的混沌特性随着它们的增加而增强,使得 该系统能够实现混沌鲁棒控制,所以该系统在电子 测量、弱信号检测和保密通信等领域中有着广泛的 应用前景.

- [1] Lorenz E N 1963 J. Atmos. Sci. 20 130
- [2] Lorenz E N 1993 The Essence of Chaos (Washington: University of Washington Press)
- [3] Chen G R, Ueta T 1999 Int. J. Bifur. Chaos 9 1465
- [4] Celikovsky S, Chen G R 2002 Int. J. Bifur. Chaos 12 1789
- [5] Lü J H, Chen G R 2002 Int. J. Bifur. Chaos 12 659
- $[\,6\,]$ Lü J H, Chen G R, Cheng D Z 2002 Int. J. Bifur. Chaos 12 2917
- [7] Chen G R, Lü J H 2003 Dynamics of the Lorenz System Family;
 Analysis, Control and Synchronization (Beijing: Science Press)
 p150 (in Chinese) [陈关荣、吕金虎 2003 Lorenz 系统族的动

力学分析、控制与同步(北京:科学出版社)第150页]

- [8] Liu C X, Liu L, Liu K 2004 Chaos Soliton. Fract. 22 1031
- [9] Tang L R, Li J, Fan B 2009 Acta Phys. Sin. **58** 785 (in Chinese) [唐良瑞、李 静、樊 冰 2009 物理学报 **58** 785]
- [10] Cai G L, Zheng S, Tian L X 2008 Chin. Phys. B 17 4039
- [11] Liu C X, Liu L 2009 Chin. Phys. B 18 2188

- [12] Li C B, Wang H K, Chen S 2010 Acta Phys. Sin. **59** 0783 (in Chinese) [李春彪、王翰康、陈 谡 2010 物理学报 **59** 783]
- [13] Liu Z H 2006 Fundamentals and Applications of Chaotic Dynamics (Beijing: High Education Press) p18 (in Chinese) [刘宗华 2006 混沌动力学基础及其应用(北京:高等教育出版社)第18页]

A chaotic system with invariable Lyapunov exponent and its circuit simulation

Zhou Xiao-Yong[†]

(Department of Electric and Information Engineering , Jangsu Teachers University of Technology , Changzhou 213001 , China) (Received 10 August 2010; revised manuscript received 16 December 2010)

Abstract

A novel three-dimensional chaotic system with invariable Lyapunov exponent is proposed. The new system contains six system parameters, one quadratic cross-product term, and one square term. The dynamic properties of the new system are investigated via theoretical analysis, numerical simulation, Lyapunov dimension, Poincare diagrams, Lyapunov exponent spectrum, and bifurcation diagrams. The different dynamic behaviors of the new system are analyzed when each system parameter is changed. When the parameter of the square term varies, the Lyapunov exponent spectrum keeps invariable, the amplitudes of the signals of the first two dimensions change each as a power function with a minus half index, but the third one keeps its amplitude in the same range. Finally, the circuit of this new chaotic system is designed and realized by Multisim software, which confirms that the chaotic system can be achieved.

Keywords: chaotic system, invariable Lyapunov exponent spectrum, Poincare diagrams, chaotic circuit **PACS:** 05.45.-a

[†] E-mail: zhouxy99@ sohu.com