

一类新的混沌神经放电的动力学特征 的实验和数学模型研究*

古华光[†] 朱 洲 贾 冰

(陕西师范大学生命科学学院, 西安 710062)

(2010年12月30日收到; 2011年1月24日收到修改稿)

神经元电活动理论模型 Hindmarsh-Rose (HR) 模型提示有位于周期 1 和周期 2 放电模式之间的一类特殊的混沌放电, 但长期以来对其没有获得足够认识. 依据回归映射的确定性结构和非线性预报的短期可预报性, 确认了在大鼠的实验性神经起步点的实验中发现的位于周期 1 和周期 2 放电模式之间的非周期放电是混沌放电模式, 还将该混沌放电模式区分为 3 个不同表观样式. 其中 1 个表观形式与 HR 模型的仿真结果相类似, 验证了 HR 模型的理论预期; 其余 2 个样式与仿真结果并不相似. 进一步揭示了 3 个表观样式的动力学特征以及相互之间的区别与联系, 并与位于周期 2 和周期 3 节律之间、周期 3 和周期 4 节律之间的混沌比较了异同, 也区别了从周期 1 到混沌再到周期 2 放电模式的节律转迁历程与其他的从周期 1 到周期 2 节律的分岔过程的不同. 研究结果确认了该类特殊混沌节律和相应分岔过程的新特征, 丰富了混沌放电节律和节律分岔序列的种类. 还对仿真该混沌的多样性和非光滑特性, 以及揭示该类混沌的产生途径等进行了讨论.

关键词: 混沌, 神经放电模式, 分岔, 节律

PACS: 05.45.-a, 87.19.L-

1. 引言

混沌对于自然科学而言是一个重要的概念^[1,2]. 近些年来, 研究者更多地关注于混沌同步、时空混沌^[3,4]的同时, 也还继续关注单振子或单纯时域内的混沌^[5-10]. 例如, 近期对于神经混沌放电节律的非光滑特性以及通向混沌的阵发 (Intermittency) 途径的研究等^[10]. 混沌已经在多类系统——生命系统中的神经系统和心脏系统的实验中被证实是普遍存在的^[1,2,5-32]. 人们也期望混沌在神经系统能够发挥某些特殊的作用. 例如, 有科研者认为神经系统的混沌有利于适应环境^[17]和提高信息传递效率^[18]; 混沌神经放电节律对外界刺激的反应比周期放电节律更敏感等^[19].

较早的关于混沌神经放电节律的研究是外界信号激励下的神经系统产生的, 包括倍周期分岔到混沌, 拟周期到混沌和阵发混沌^[20-22]. 基于这

些实验结果建立的数学模型已经用于电路实现和实际应用. 后来, 在神经系统的数学模型和生物学实验中陆续发现了自发混沌放电节律^[5-10,23-32]. 大多数生物学实验研究往往只是根据单纯的非线性时间序列分析结果来判断混沌^[12-16,33-36]. 而基于是否存在通向混沌的途径并结合时间序列分析结果来判断混沌可以得到更为可信的结果^[5-10,25-32]. 例如, 在实验性神经起步点的放电节律的实验中已经发现了位于周期 2 与周期 3 放电之间的混沌^[5,6,8-10,25,27-29,32], 周期 3 和周期 4 之间的混沌放电^[5,6,8-10,25,32], 以及从周期 1 到周期 2 到周期 4 再到混沌放电等^[31]. 近期则进一步确认了实验中的混沌节律的产生途径, 如倍周期分岔和阵发, 并且将阵发混沌与不连续映射建立了联系^[10,31,37-40]. 这些研究结果不仅充分展示了神经放电节律的复杂性和多样性, 也有助于进一步揭示神经编码和信息处理的机理. 生物学实验研究已表明, 在某些状态下神经放电节律模式是比放

* 国家自然科学基金 (批准号: 11072135, 10772101) 和中央高校基本科研业务费基金 (批准号: GK200902025) 资助的课题.

[†] E-mail: guhuaguang@263.net

电频率能更好地揭示神经编码和信息处理机理的指标^[41,42]. 因此,从动力学和生物学两个角度都应该加强对神经放电节律特别是混沌节律的研究.

上世纪 80—90 年代,著名的神经元模型, Hindmarsh-Rose (HR) 模型^[23] 和 Chay 模型^[24] 展示了一系列的神经放电模式的分岔序列结构,构成了认识复杂神经放电节律及其变迁规律的框架^[7,31]. 两个数学模型能够仿真一系列的实验性神经起步点产生的神经放电节律的分岔序列的整体结构^[5,6,8—10,25,31,32,43], 例如,带有混沌的加周期分岔,带有随机节律的加周期分岔,倍周期分岔到混沌,阵发混沌等. 但通过对这些众多研究的分析发现,到目前对一类混沌节律的研究很少,对其认识还不清晰. 这就是 HR 模型模拟出的位于周期 1 和周期 2 节律之间的混沌放电节律^[23]. 十几年来,仅有很少报道在实验性神经起步点发现了有位于周期 1 和周期 2 节律之间的混沌节律,被认为是与 HR 模型的混沌相关^[6,7,26]. 但是,仔细分析发现,这些混沌与 HR 模型的混沌并不完全一致. 那么,HR 模型的混沌在现实系统究竟是否存在,现实系统中位于周期 1 和周期 2 之间的混沌节律究竟有多少类表现形式? 具有什么样的动力学特征? 此外,该类混沌与以前研究的较为充分的位于周期 2 和周期 3 节律之间、周期 3 与周期 4 节律之间的混沌节律有何区别与联系? 以及从周期 1 到混沌再到周期 2 放电的节律变迁过程与其他的从周期 1 到周期 2 节律的分岔过程有什么区别? 将是本文的主要研究内容.

在本研究中,我们首先模拟出 HR 模型中的位于周期 1 和周期 2 之间的混沌,主要研究目标是放电的峰峰间期 (interspike interval, ISI) 序列;然后在实验性神经起步点对该类混沌节律进行全面系统的实验研究,展示了该混沌节律的多类表现样式和复杂的动力学特征,其中有的与以前的实验报道类似,有的与 HR 模型相一致,也有一些崭新的样式. 还与位于周期 2 和周期 3 之间、周期 3 和周期 4 之间的混沌节律比较了异同,也与其他从周期 1 到周期 2 节律的分岔过程比较了异同. 研究结果全面阐释了该类混沌节律的动力学特征,丰富了现实系统中混沌和分岔的表现形式. 同时,本文还引出了新的问题,如何建立新的模型来模拟多样性的实验现象,如何揭示该混沌节律的产生途径,是需要进一步研究的问题.

2. HR 模型与仿真结果

2.1. HR 模型

HR 模型如下^[23]:

$$\frac{dx}{dt} = y - ax^3 + bx^2 - z + I, \quad (1)$$

$$\frac{dy}{dt} = c - dx^2 - y, \quad (2)$$

$$\frac{dz}{dt} = r(S(x - x_1) - z), \quad (3)$$

t 是时间, x 是膜电位, y 恢复电流, z 慢调整电流. 其他参数如下, $a = 1.0$, $b = 3.0$, $c = 1.0$, $d = 5.0$, $S = 4.0$, $I = 2.5$, $r = 0.023$. 本研究以 x_1 为分岔参数.

2.2. 数据分析方法

本文采用首次回归映射、非线性预报 (nonlinear prediction)^[44] 结合替代数据 (surrogate data) 分析方法分析混沌放电节律. 本文采用 Theiler 等人提出的打乱数据排列次序的替代数据法^[45]: 对实验和模型中得到的原始时间序列, 打乱其排列次序 (使其数据排列顺序随机化). 这样经随机化得到的数据称为原始数据的替代数据. 替代数据的均值、标准差等数值统计特征虽与原始数据相同,但其数据序列中的排列方式及相互时间关系却与高斯白噪声相同,与原始数据不同. 对替代数据和原始数据分别进行同一特征量的分析,比较结果. 若原数据遵循确定性规律,则由两个数据算得的特征量的值应有较大差别. 若原始数据遵循随机规律,原始数据和替代数据的特征量取值应接近. 因此,只要比较原数据与替代数据特征量取值的差别大小,即可判断原始数据是否来自确定性机理.

非线性预报是检测时间序列确定性特征常用指标,本文采用以下算法^[45]: 对于一个时间序列 t_i ($i = 1, 2, \dots, N$), 首先选择 m 维的嵌入 R^m 空间,得到 $N - m + 1$ 嵌入矢量点. 对于 R^m 中的每一个点 $V_0 = (t_{i_0}, \dots, t_{i_0+m-1})$, 寻找最靠近它的 $n = b(N - m + 1)$ 个点,表示为 $U_k = (t_{j_k}, \dots, t_{j_k+m-1})$ ($1 \leq k \leq n$). 则 V_0 的第 h 步的预报值是 $p_{j_0} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n t_{j_k+h}$, V_0 的 h 步以后的真实演化值是 t_{i_0+h} , 标准预报误差 (normalized prediction error, NPE) 为

$$\text{NPE} = \frac{\langle (p_{j_0} - t_{i_0+h})^2 \rangle^{\frac{1}{2}}}{\langle (\bar{t} - t)^2 \rangle^{\frac{1}{2}}}, \quad (4)$$

\bar{t} 为时间序列的平均值,当 NPE 的值接近于 1.0 时,表明该序列是不可预报的,是随机的;若 NPE 小于 1,则表明序列是可预报.

本文中, $m = 4, b = 1\%$.

2.3. 仿真结果

HR 模型中位于周期 1 和周期 2 放电之间的非周期节律 ($x_1 = -1.6$) 的放电轨迹图如图 1(a) 所示,是不规律的;峰峰间期 (ISI) 序列如图 1(b) 所示,有长、中、短 3 个带;ISI 序列的首次回归映射如图 1(c) 所示;ISI 序列的替代数据的回归映射如图 1(d) 所示. 比较图 1(c) 和 (d),可以看出替代数据的回归映射有 9 个点团,每个点团内部的;而原始数据的回归映射只有 7 个点团,每个点团

内部也都有自己的顺序结构;比替代数据回归映射少的两个点团是连续两个短的 ISI 和 1 个短 ISI 一个长 ISI 的连续出现. 这说明原始数据内部确实有内在的确定型结构.

对原始 ISI 序列进行非线性预报,发现预报步长较短时预报误差 (NPE) 较小,预报步长较长时预报误差接近 1,如图 1(e) 所示,说明原始 ISI 序列可以进行短期预报,不可以进行长期预报;对替代数据进行非线性预报,短期预报误差和长期预报误差都接近于 1,说明替代数据既不能进行短期预报,也不能进行长期预报. 这些结果说明该非周期节律具有混沌特征.

以 x_1 为分岔参数,降低 x_1 ,可以发现周期 1 放电可以经过混沌放电进入周期 2 放电,如图 2 所示.

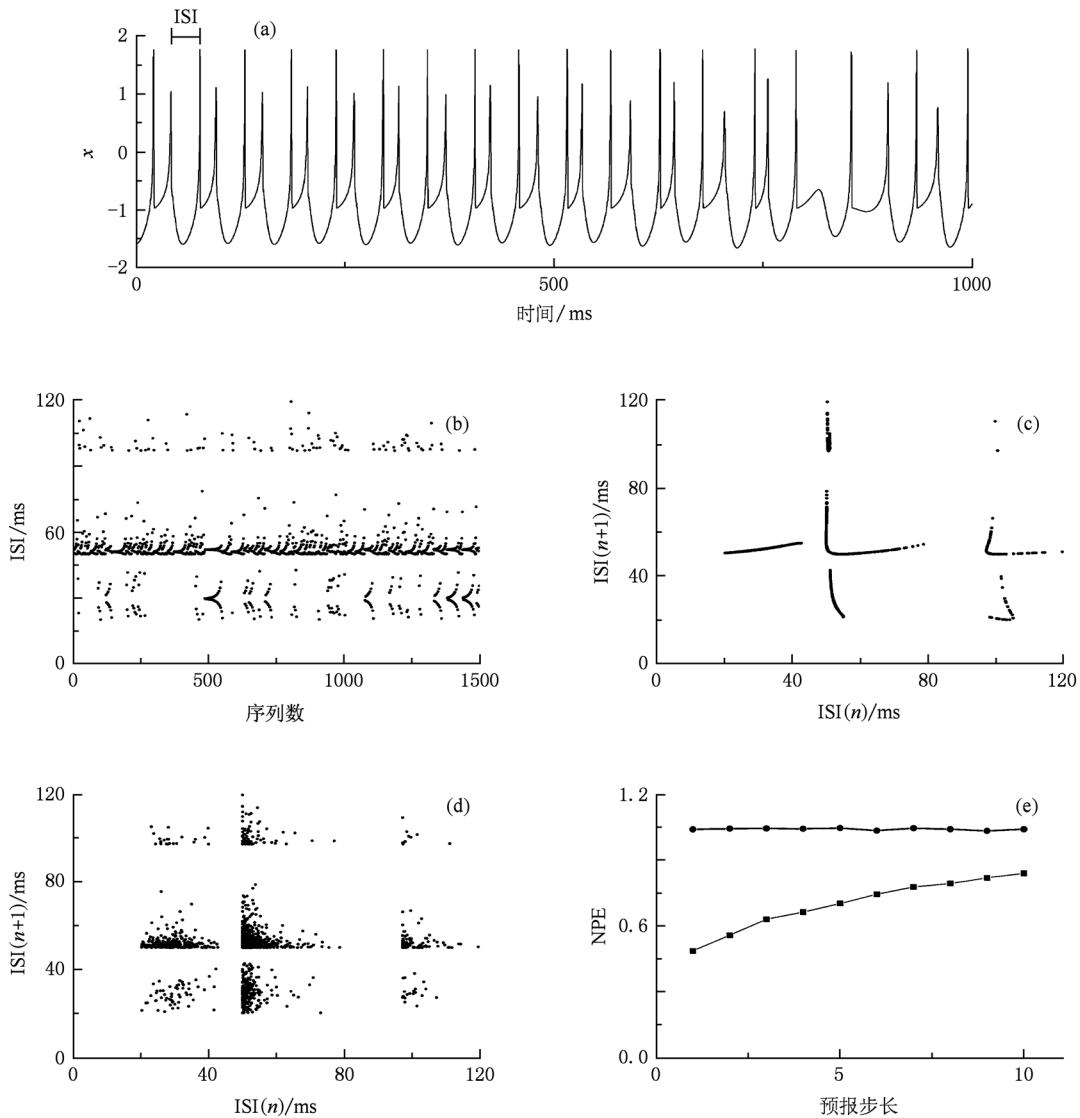


图 1 Hindmarsh-Rose 模型中的位于周期 1 和周期 2 之间的混沌放电模式 (a) 放电轨迹; (b) ISI 序列; (c) ISI 序列的首次回归映射; (d) ISI 序列的替代数据的首次回归映射; (e) ISI 序列 (方块) 和其替代数据 (圆点) 的非线性预报

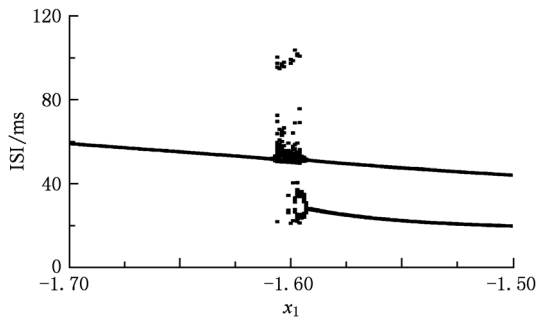


图2 HR模型中的从周期1经混沌到周期2放电模式的分岔过程

3. 生物学实验和实验结果

3.1. 实验方法

实验在大鼠坐骨神经上开展. 选用健康的成年雄性 Sprague dawley (SD) 大鼠(体重 200—300 g) 制备实验性神经起步点模型^[8,43]. 实验动物由西安交大医学院实验动物中心提供. 术后 6—12 天, 将大鼠用乌拉坦麻醉后, 暴露神经起步点, 使之浸没在 34 °C 克氏液中, 在距起步点约 20 mm 处的中枢端暴露坐骨神经, 以 34 °C 石蜡油浸浴, 离断神经细束, 使之仅与起步点相连以确保实验记录到的放电来自于起步点. 将神经细束置于铂金丝引导电极上, 通过 PowerLab (Australia) 系统观察、监视其自发放电, 放大并记录单个 A_δ 纤维的放电, 采样频率为 10.0 kHz. 实验中, 逐渐改变克氏液中的钙离子浓度 (Ca²⁺) 以引起放电模式的变化. 对记录到的放电轨迹进行 ISI 检测, 获得 ISI 的时间序列.

3.2. 位于周期 1 节律和周期 2 节律之间的混沌放电节律

在 37 例实验性神经起步点发现有位于周期 1 和周期 2 之间的混沌节律, 根据 ISI 时间序列图和回归映射等差别, 可以初步分为 3 个表观样式. 其中样式 1 与 HR 模型的结果类似, 其余的则不相同.

3.2.1. 样式 1

共 3 例. 典型示例如下. 灌流液 Ca²⁺ 从 0 mmol/L 到 2 mmol/L 逐渐变化时, 放电模式从周期 2 (600—620 s) 到非周期 (620—660 s) 到周期 1 (660—680 s) 放电模式, 如图 3(a) 所示. 非周期节律的原始数据和替代数据的回归映射分别如图 3

(b) 和 (c) 所示, 两者有明显的区别, 原始数据只分布在有限空间, 而替代数据则布满整个空间; 原始数据和替代数据的非线性预报结果如图 3(d) 所示, 原始数据预报步长较小时的 NPE 小于 1, 替代数据的 NPE 无论预报步长是长是短都接近 1, 说明原始数据具有短期可预报性. 回归映射和非线性预报的结果都提示该类非周期节律具有确定性特征, 因而可能是混沌节律.

此样式的放电的 ISI 序列也呈现出长、中、短三个带, 类似 HR 模型中的混沌. 其 ISI 首次回归映射的结构也发生了明显的变化, 与 HR 模型得到的仿真结果相类似. 实验 ISI 的原始数据的回归映射也具有 7 个点团, 点团的位置与 HR 模型也是类似的. 原始数据内部没有连续两个短 ISI 以及一短一长两个连续 ISI 的出现. 而替代数据的回归映射也有 9 个点团, 与 RH 模型的结果也类似.

3.2.2. 样式 2

共有 8 例. 代表性示例如下. 灌流液 Ca²⁺ 从 2 mmol/L 到 0 mmol/L 逐渐变化时, 放电模式从周期 1 (1400—1500 s) 到非周期 (1500—1900 s) 到周期 2 节律 (900—1950 s), 如图 4(a) 所示. 非周期节律的原始数据和替代数据的回归映射分别如图 4(b) 和 (c) 所示, 两者有明显的区别, 原始数据只分布在有限空间, 而替代数据则布满整个空间; 原始数据和替代数据的非线性预报结果如图 4(d) 所示, 原始数据预报步长较小时的 NPE 小于 1, 替代数据的 NPE 无论预报步长是长是短都接近 1, 说明原始数据具有短期可预报性. 回归映射和非线性预报的结果都提示该类非周期节律具有确定性特征, 因而可能是混沌节律.

该类样式与 HR 模型的映射结构在整体上不同, 但还是与 HR 模型的映射结构的左下部分类似.

3.2.3. 样式 3

共 26 例. 典型示例如下. 实验性神经起步点的灌流液的 Ca²⁺ 从 0 mmol/L 到 2.5 mmol/L 逐渐变化时, 放电模式从周期 2 (1820—1980 s) 到非周期 (1890—2065 s) 再到周期 1 (2065—2170 s), 如图 5(a) 所示. 非周期节律的原始数据和替代数据的回归映射分别如图 5(b) 和 (c) 所示, 两者有明显的区别, 原始数据只分布在有限空间, 而替代数据则布满整个空间; 原始数据和替代数据的非线性预报结果如图 5(d) 所示, 原始数据预报步长较短时的 NPE 小于 1, 替代数据的 NPE 无论预报步长是长是短都

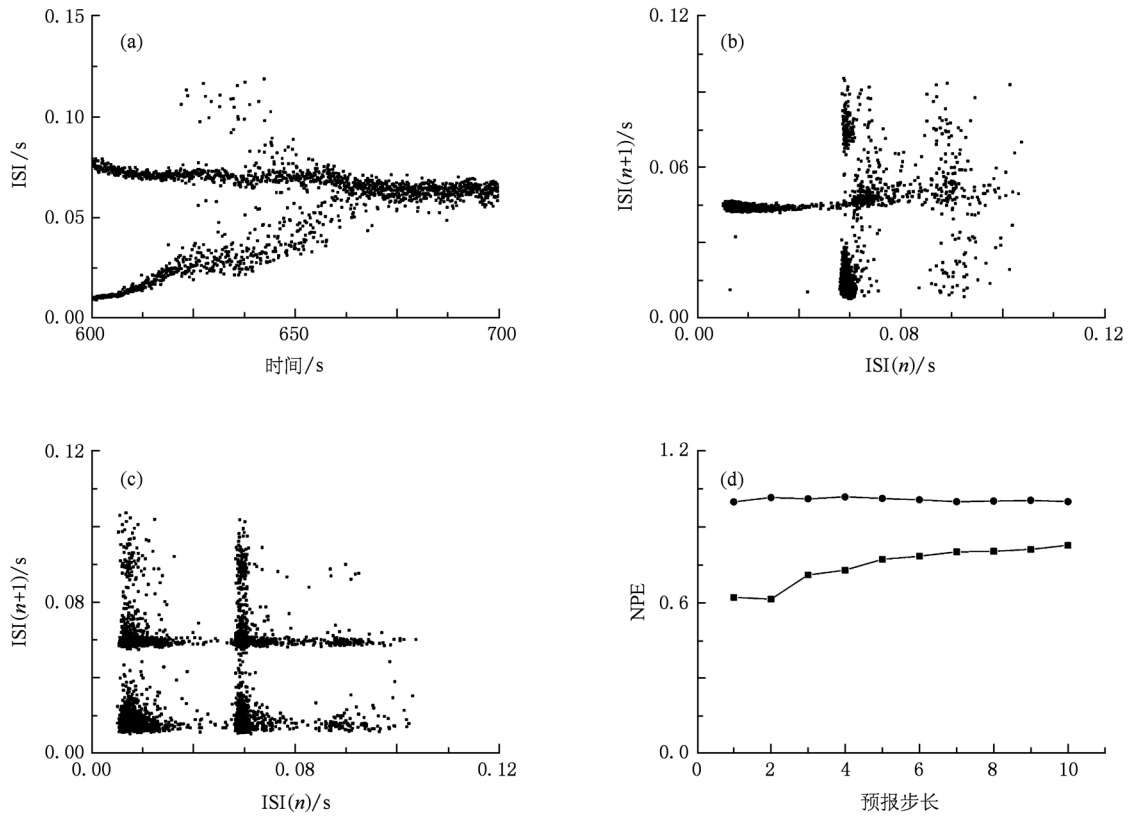


图3 神经起步点实验中记录到的位于周期1和周期2节律之间的混沌节律 (a) ISI序列; (b) 混沌节律 ISI 的原始数据的首次回归映射; (c) 混沌节律 ISI 的替代数据的首次回归映射; (d) 混沌节律的原始数据(方块)和替代数据(圆点)的 NPE

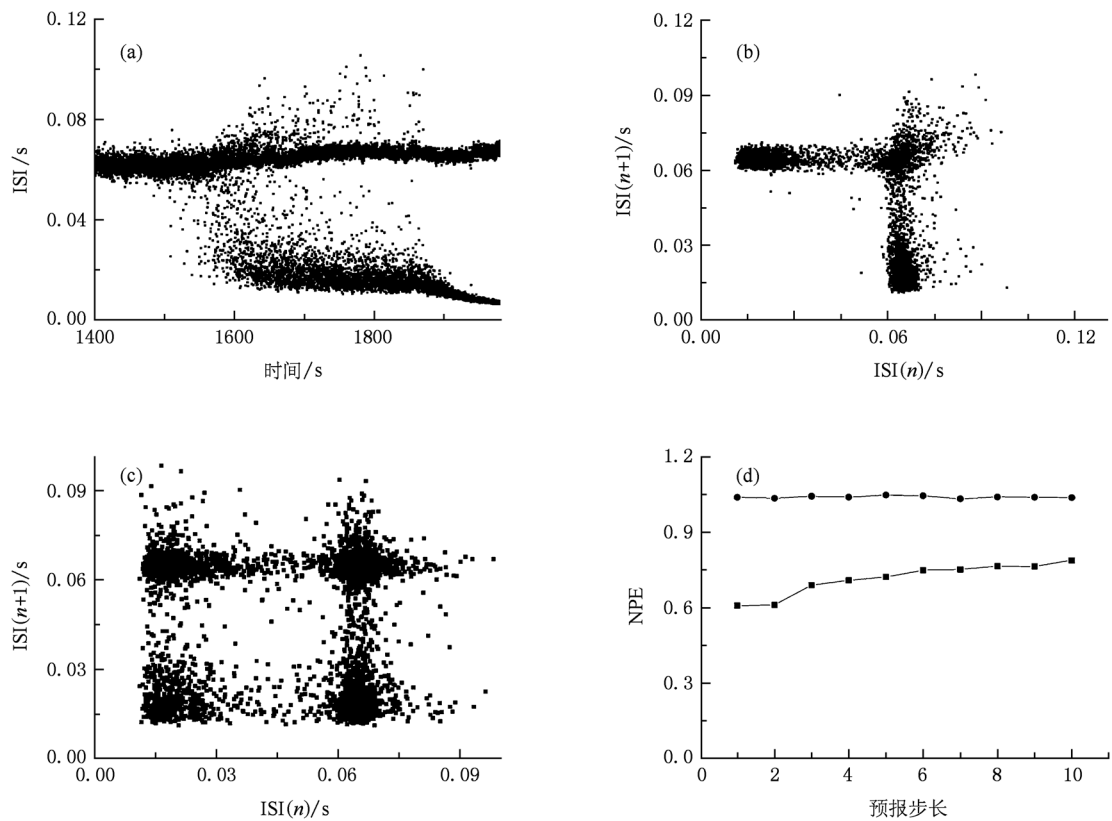


图4 神经起步点实验中记录到的位于周期1和周期2节律之间的混沌节律 (a) ISI序列; (b) 混沌节律 ISI 的原始数据的首次回归映射; (c) 混沌节律 ISI 的替代数据的首次回归映射; (d) 混沌节律的原始数据(方块)和替代数据(圆点)的 NPE

接近 1, 说明原始数据具有短期可预报性. 回归映射和非线性预报的结果都提示该类非周期节律具有确定性特征, 因而可能是混沌节律.

与 HR 模型的仿真结果相比较, 实验的 ISI 的映

射结构在整体上与 HR 模型明显不同, 仅仅相当于 HR 模型映射结构的左下部分, 只有一横一竖的两个点带.

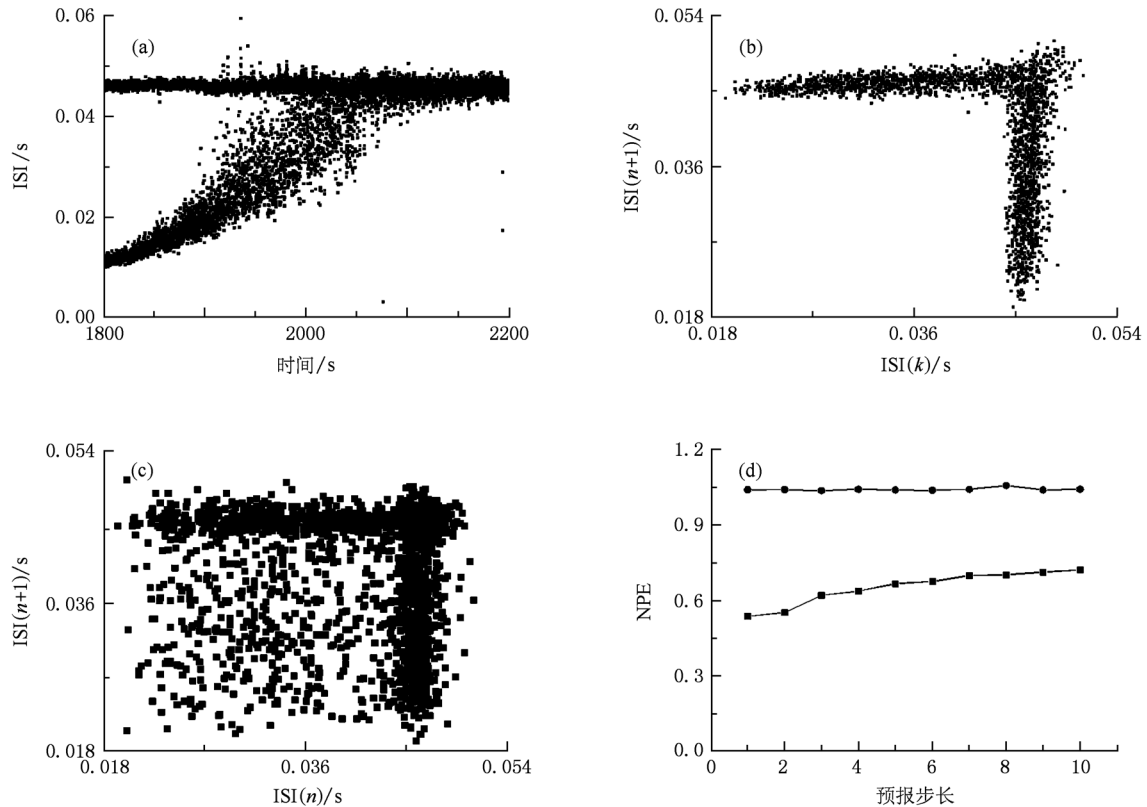


图 5 神经起步点实验中记录到的位于周期 1 和周期 2 节律之间的混沌节律 (a) ISI 序列; (b) 混沌节律 ISI 的原始数据的首次回归映射; (c) 混沌节律 ISI 的替代数据的首次回归映射; (d) 混沌节律 ISI 的原始数据 (方块) 和替代数据 (圆点) 的 NPE

3.3. 3 个表现样式的区别与联系

对比 3 个样式, 从样式 3 到样式 1, 混沌节律的 ISI 映射结构变得逐步简单. 样式 3 只有一横一竖两个点带. 样式 2 比样式 3 多了一些长的 ISI, 但这些长 ISI 与其余的 ISI 是连续的; 这些长 ISI 也改变了样式 2 的 ISI 的首次回归映射的结构, 除了原先的一横一束两个点带, 还有一些其他的对应长 ISI 的点, 主要出现在右上方, 这些点的出现使得映射结构变得复杂, 如图 5(b) 所示. 样式 1 与样式 2 和样式 3 相比, 有更长的 ISI 出现, 此长 ISI 与其余的 ISI 是分离的, 不是连续的; 因此, 样式 1 的回归映射结构则是在样式 2 的基础上在上部和右侧又多出了更多的点团, 这是由较长的、与其他 ISI 分离的 ISI 的出现引起的.

对比 3 个样式, 一横一竖的两个点带是 ISI 回

归映射的共同结构, 因此, 本文以样式 3 混沌的 ISI 序列和映射结构来阐明该类混沌的演化过程和动力学机制. 图 6 展示了从周期 2 到样式 3 混沌到周期 1 节律的 ISI 的时间模式. 图 6(a) 为周期 2 节律; 图 6(b) 到 (e) 为混沌放电的 4 个不同的先后时段, 展示了该类混沌从接近周期 2 到接近周期 1 的变化过程; 图 6(f) 为周期 1 节律. 可以看出, 图 6(b) 所示的混沌接近周期 2 节律, ISI 为一长一短交替的顺序结构, 但其短 ISI 有较大变异性; 图 6(c) 所示的混沌的 ISI 还是一长一短交替的顺序结构, 长 ISI 基本不变, 短 ISI 在变长, 使得两个连续 ISI 的差异在变小; 图 6(d) 所示的混沌的 ISI 序列主要还是一长一短交替的顺序结构 (类似周期 2 节律), 两个连续 ISI 的差异更小, 有少量的两个连续长的 ISI (周期 1) 出现; 该混沌 ISI 序列是周期 1 ISI 和类似周期 2 ISI 的交替出现; 图 6(e) 所示 ISI 序列已经变为主要是连续长的

ISI(周期1节律)以及部分类似周期2的ISI序列的交替.结果说明了从周期2节律变为混沌节律的过程中,类似周期2节律的长ISI基本不变,短ISI逐步增加使得两个ISI的差异逐步变小,两个ISI的差异小

到一定程度使得部分类似周期2的ISI消失变为周期1 ISI,最终全部变为周期1 ISI.在整个过程中没有两个连续短的ISI的出现,这就是ISI首次回归映射结构只有一横一竖两个点带结构的根本原.

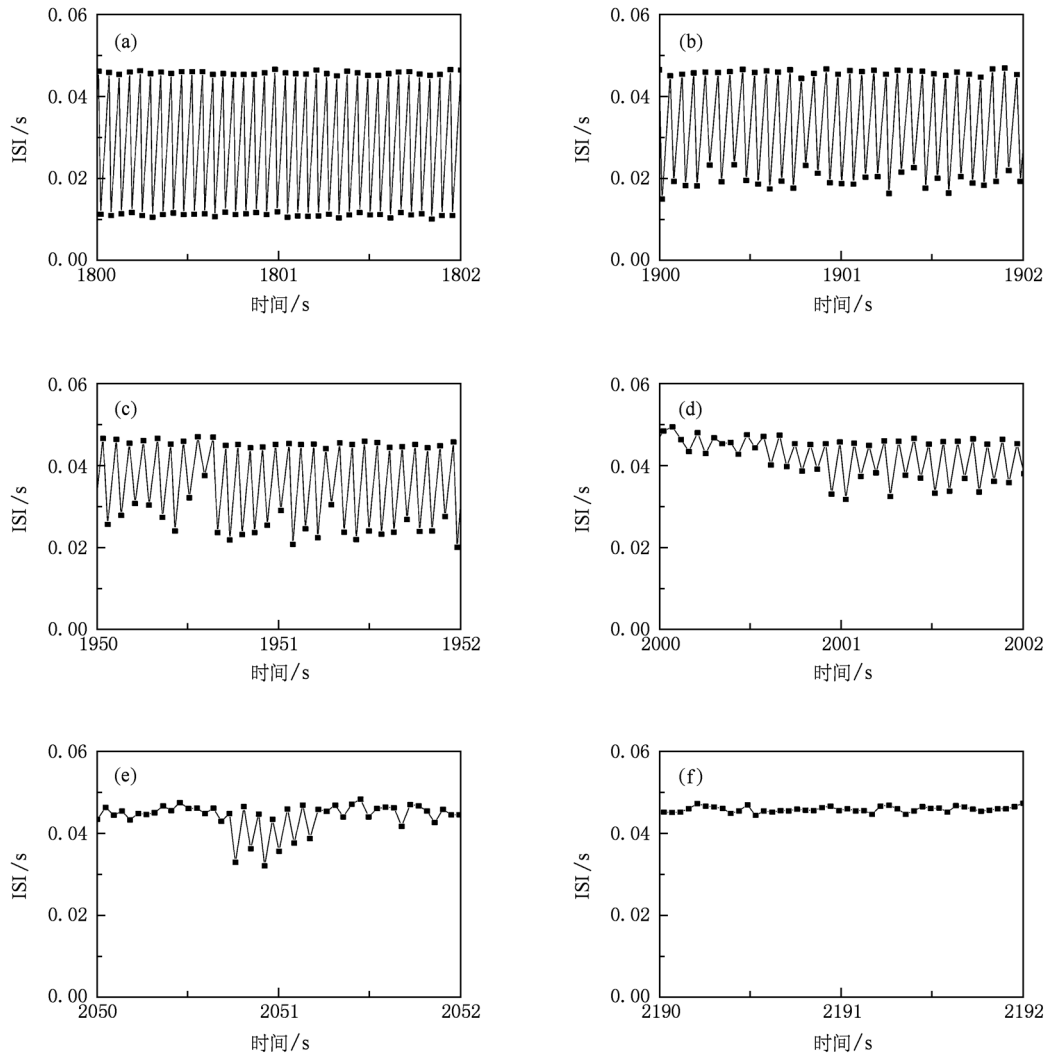


图6 周期2节律到样式3的混沌节律再到周期1节律的ISI序列,对应图5(a)周期2(1800—1802 s);(b)混沌(1900—1902 s);(c)混沌(1950—1952 s);(d)混沌(2000—2002 s);(e)混沌(2050—2052 s);(f)周期1(2190—2192 s).

本文以样式1混沌的ISI序列和映射结构来阐明样式1和样式2混沌的演化过程和动力学机理.图7(a)是周期2节律,图7(b),(c)和(d)是混沌节律,图7(e)是周期1节律.图7(b)所示的混沌节律为类似周期2的ISI与长ISI的交替;图7(c)所示的混沌节律为长ISI,周期1ISI与类似周期2ISI的交替;此长ISI不是图中的与其他ISI分离的ISI,而是比周期1ISI稍长的ISI;实际上,该时段的混沌节律与样式2的节律类似;图7(d)所示的混沌为周期

1 ISI与周期2 ISI的交替,类似图6(d)或(e).

3.4. 与其他混沌节律的比较

在实验性神经起步点发现的位于周期2和周期3节律之间、位于周期3和周期4节律之间的混沌节律的ISI的首次回归映射如图8所示,两者都具有汉字“几”字形结构,与位于周期1和周期2节律之间的混沌节律明显不同.

但是,仔细分析发现这些混沌都有一个特点,

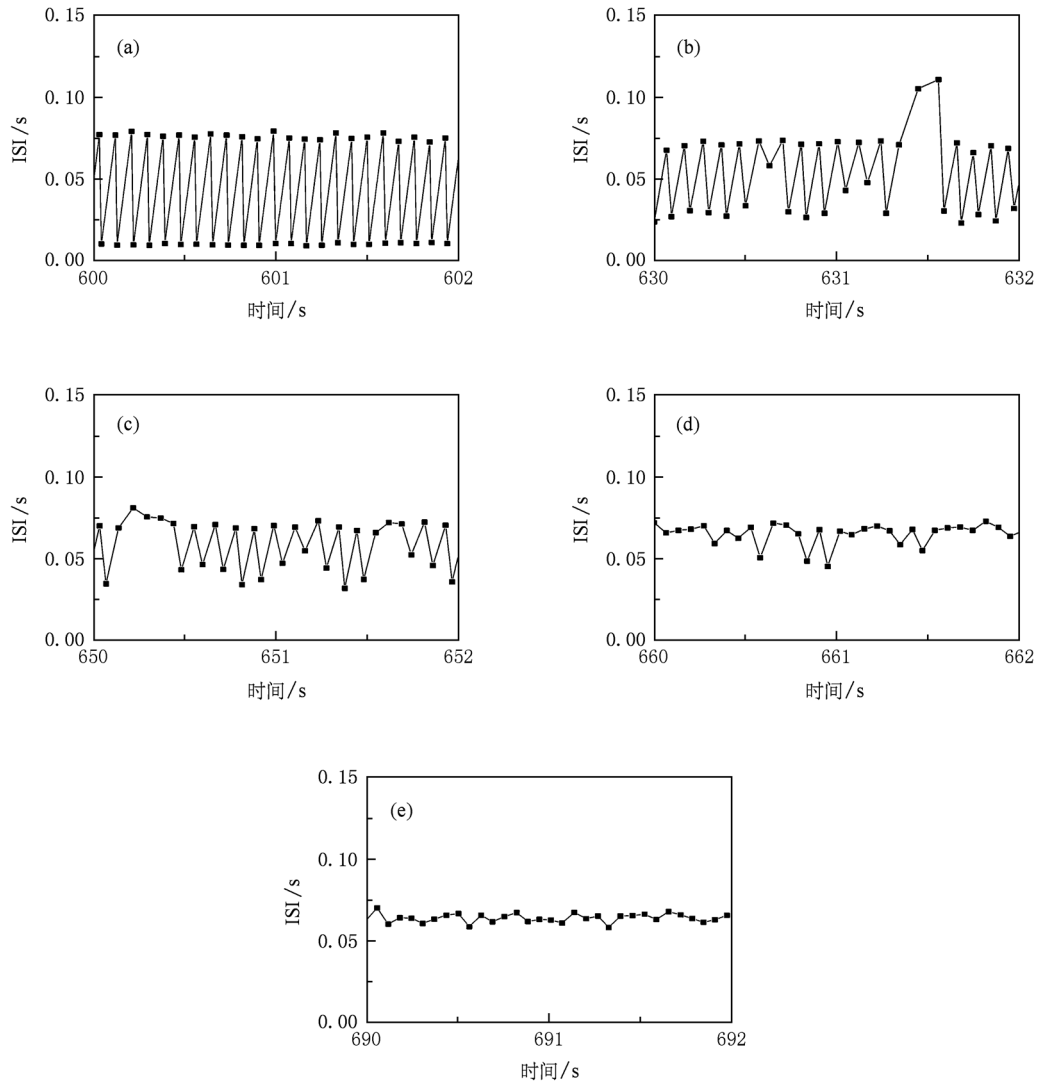


图 7 周期 2 节律到样式 3 的混沌节律再到周期 1 节律的 ISI 序列, 对应图 3 (a) 周期 2 (600—602 s); (b) 混沌 (630—632 s); (c) 混沌 (650—652 s); (d) 混沌 (660—662 s); (e) 周期 1 (690—692 s)

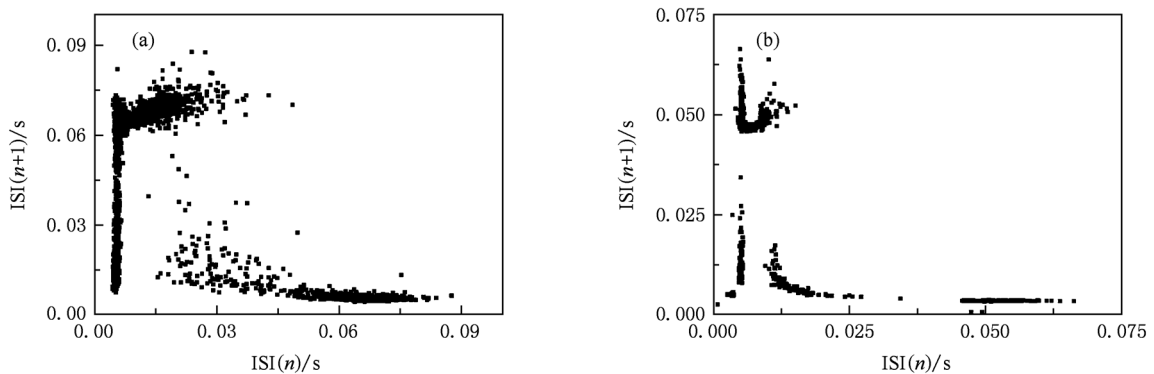


图 8 混沌节律的 ISI 的首次回归映射 (a) 位于周期 2 和周期 3 节律之间的混沌节律; (b) 位于周期 3 和周期 4 节律之间的混沌节律

其 ISI 首次回归映射都有接近非光滑的结构和特性. 周期 2 和周期 3 之间、周期 3 和周期 4 节律间的

混沌节律的 ISI 的首次回归映射的左支,都具有非光滑的特性;而位于周期 1 和周期 2 节律之间的混沌节律的竖的点团也具有接近非光滑的特性.这说明这些混沌节律虽有明显不同,也有着可能一致的机制,如非光滑特性.

3.5. 与其他周期 1 到周期 2 节律的分岔过程的比较

实验性神经起步点的实验中也发现,从周期 1 到周期 2 节律有直接的转迁,如图 9(a)所示;也有经过随机节律的转迁,如图 9(b)所示.图 9(a)所示的周期 1 直接变成了周期 2 节律,但 ISI 是相对缓慢

变化的.在图 9(b)中,周期 1 节律(0—700 ISI)经过随机节律(701—3300 ISI)再到周期 2 节律(3301—4200 ISI).随机节律的短的 ISI 是突然出现的.位于周期 1 和周期 2 节律之间的随机节律的 ISI 序列的回归映射如图 9(c)所示,其行为是周期 1 节律和周期 2 节律的交替;说明该随机节律是周期 1 节律和周期 2 节律的随机组合,从该随机节律的放电轨迹图(图 9(d)所示)也可以看出这一点.关于该类随机节律的详细研究见文献[8,42],与本文研究的混沌节律明显不同.这说明,从周期 1 到混沌再到周期 2 节律是一类不同于上述两种分岔过程的新分岔过程.

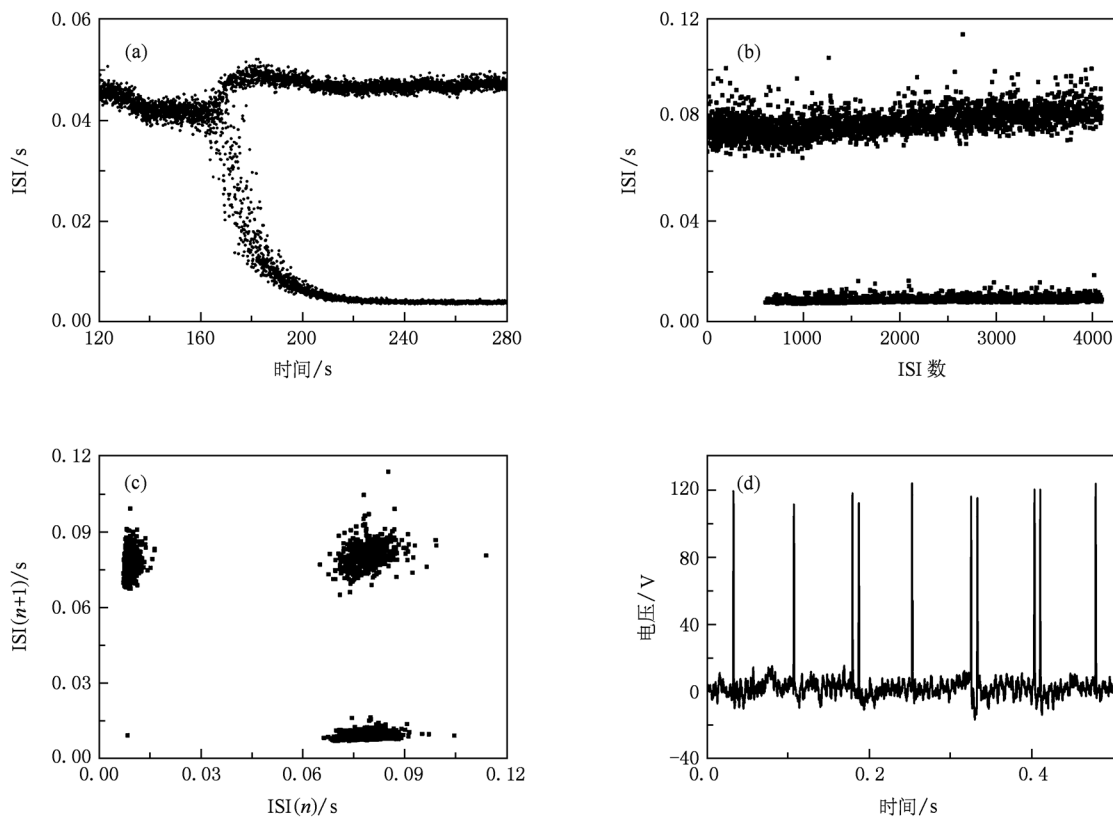


图 9 实验性神经起步点产生的从周期 1 到周期 2 节律的分岔过程 (a)周期 1 直接到周期 2 节律; (b)周期 1 节律到随机节律再到周期 2 节律; (c)随机节律的 ISI 的首次回归映射. (d)随机节律的放电轨迹图

4. 讨论与结论

在实验性神经起步点自发神经放电节律的实验研究中,发现了表观样式呈现多样性的位于周期 1 和周期 2 节律之间的混沌节律,其中样式 1 类似 HR 模型的结果,实验验证了 HR 模型的理论预期.但其他样式的与 HR 模型的结果并不完全一致.样

式 3 类似以前的实验结果^[26],样式 1 和 2 是全新的实验发现.这充分说明了现实的神经系统表现出的位于周期 1 和周期 2 之间的混沌节律是多样性的,是比 HR 模型仿真结果更为复杂的混沌节律.通过与周期 2 和周期 3 节律之间、周期 3 与周期 4 之间的混沌节律的比较,可以确认该类混沌节律是一类全新的混沌节律.通过与其他从周期 1 到周期 2 节律的分岔过程的比较,可以确认本文研究的从周期

1 到混沌再到周期 2 节律的分岔历程也是一个新的分岔过程. 这些实验结果也进一步提示, 应该建立更为合理或复杂的模型来进一步描述位于周期 1 和周期 2 节律之间的混沌节律.

在实验性神经起步点产生的混沌节律, 无论是位于周期 2 和周期 3 节律之间的混沌节律, 还是周期 3 与周期 4 节律之间^[25], 或是靠近周期 3 节律的阵发混沌^[10], 其 ISI 首次回归映射都基本类似汉字的“几”字形, 与本文研究的位于周期 1 和周期 2 节律之间的混沌节律的映射结构明显不同. 对于周期 2 和周期 3 节律之间的混沌节律, 靠近周期 2 节律的往往是通过被周期分岔产生的, 而靠近周期 3 节律的混沌, 则往往是通过阵发产生的^[10,30]. 而本文研究的位于周期 1 和周期 2 之间的混沌节律, 有 3 类表观形式和特征; 但也表现出了一些一致的特征, 例如回归映射上都有一横一竖的两个点带, 都没有两个连续短的 ISI 的出现, 以及从周期 2 到周期 1 的演化过程等. 靠近周期 1 的混沌节律是周期 1 和类似周期 2 的行为的交替, 靠近周期 2 的节律以类似周期 2 的 ISI 行为为主, 是否是通过某种阵发途径或其他途径产生, 到目前还不清晰, 有待于

进一步研究; 虽有研究提及是通过阵发或“激变 (crisis)”机理产生^[23,26], 但都没有通过详细研究得出可信的结论.

无论是周期 1 和周期 2 节律之间的混沌节律, 还是周期 2 和周期 3 节律间的混沌节律、周期 3 和周期 4 节律之间的混沌节律, 其 ISI 序列的回归映射都表现出具有非光滑特性. 在 HR 模型的早期研究中, 就初步建立了其混沌节律与非光滑映射之间的关系^[23]. 后来, 何大韧等建立了 HR 模型的非光滑映射模型^[37-40], 也有研究者建立了 Chay 模型的非光滑映射模型^[47,48], 对其中的倍周期分岔、加周期分岔或阵发混沌进行了研究, 加深了对倍周期分岔中出现的奇异费根鲍姆常数^[37,39]、加周期分岔的边界碰撞分岔^[48]和阵发混沌的表现出的位于 I 型和 V 型阵发间的层流相的标度律^[10,37]的认识, 揭示了类似神经系统的具有快慢变量的表现出非光滑或“拟不连续”的特征是产生这些现象的原因^[10,37-40,47,48]. 这些研究结果提示通过建立非光滑映射进一步揭示该类混沌的动力学机理可能是可行的办法.

- [1] Garfinkel A, Spano M L, Ditto W L 1992 *Science* **257** 1230
- [2] Schiff S J, Jerger K, Duong D H 1994 *Nature* **370** 615
- [3] He G G, Zhu P, Chen H P, Xie X P 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 5307 (in Chinese) [何国光、朱萍、陈宏平、谢小平 2010 物理学报 **59** 5307].
- [4] Wang Z S, Zhang H G, Wang Z L 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2687 (in Chinese) [王占山、张化光、王智良 2006 物理学报 **55** 2687].
- [5] Gu H G, Yang M H, Li L, Ren W, Lu Q S 2007 *Dyn. Continuous Discrete Impulsive Syst.* (Ser. B Appl. Algorithms) **14** 6
- [6] Lu Q S, Gu H G, Yang Z Q, Duan L X, Shi X, Zheng Y H 2008 *Acta Mech. Sin.* **24** 593
- [7] Wu X B, Mo J, Yang M H, Zheng Q H, Gu H G, Ren W 2008 *Chin. Phys. Lett.* **25** 2799
- [8] Yang M H, Liu Z Q, Li L, Xu Y L, Liu H J, Gu H G, Ren W 2009 *Int. J. Bif. Chaos* **19** 453
- [9] Lu Q S, Yang Z Q, Duan L X, Gu H G, Ren W 2009 *Chaos Solitons Fractals* **40** 577
- [10] Wang D, Mo J, Zhao X Y, Gu H G, Qu S X, Ren W 2010 *Chin. Phys. Lett.* **27** 070503
- [11] Thomas E, William J R, Zbigniew J K, James E S, Karl E G, Niels B 1994 *Physiol. Rev.* **74** 1
- [12] Lovejoy L P, Shepard P D, Canavier C C 2001 *Neuroscience* **104** 829
- [13] Quyen M L V, Martinerie M J, Adam C, Varela F J 1997 *Phys. Rev. E* **56** 3401
- [14] Pei X, Moss F 1996 *Nature* **379** 618
- [15] Kanno T, Miyano T, Tokudac I, Galvanovskisd J, Wakui M 2007 *Physica D* **226** 107
- [16] So P, Francis J T, Netoff T I, Gluckma B J, Schiff S J 1998 *Biophys. J.* **74** 2776
- [17] Rabinovich M I, Abarbanel H D I 1998 *Neuroscience* **87** 5
- [18] Schweighofer N, Doya K, Fukai H, Chiron J V, Furukawa T, Kawato M 2004 *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **101** 4655
- [19] Hu S J, Yang H J, Jian Z, Long K P, Duan Y B, Wan Y H, Xing J L, Xu H, Ju G 2000 *Neuroscience* **101** 689
- [20] Hayashi H, Ishzuka S, Ohta M, Hirakawa K 1982 *Phys. Lett. A* **88** 435
- [21] Hayashi H, Ishzuka S, Hirakawa K 1983 *Phys. Lett. A* **98** 474
- [22] Aihara K, Matsumoto G, Ikegaya Y 1984 *J. Theor. Biol.* **109** 249
- [23] Fan Y S, Holden A V 1993 *Chaos Solitons Fractals* **3** 439
- [24] Chay T R 1985 *Physica D* **16** 233
- [25] Ren W, Hu S J, Zhang B J, Xu J X, Gong Y F 1997 *Int. J. Bif. Chaos.* **7** 1867

- [26] Duan Y B, Jian Z, Hu S J, Ren W 1998 *Acta Biophys. Sin.* **14** 466 (In Chinese) [段玉斌、菅忠、胡三觉、任维 1998 生物物理学报 **14** 466]
- [27] Xu J X, Gong Y F, Ren W, Hu S J, Wang F Z 1997 *Physica D* **100** 212
- [28] Gong Y F, Xu J X, Ren W, Hu S J, Wang F Z 1998 *Biol. Cybern.* **78** 159
- [29] Ren W, Gu H G, Jian Z, Lu Q S, Yang M H 2001 *NeuroReport* **12** 2121
- [30] Xie Y, Xu J X, Kang Y M, Hu S J, Duan Y B 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1112 (in Chinese) [谢勇、徐健学、康艳梅、胡三觉、段玉斌 2003 物理学报 **52** 1112]
- [31] Li L, Gu H G, Yang M H, Liu Z Q, Ren W 2004 *Int. J. Bif. Chaos* **14** 1813
- [32] Gu H G, Yang M H, Li L, Liu Z Q, Ren W 2004 *Dyn. Continuous Discrete Impulsive Syst. (Ser. B Appl. Algorithms)* **11** 19
- [33] Gong P L, Xu J X, Hu S J, Long K P 2002 *Int. J. Bif. Chaos* **12** 319
- [34] Jian Z, Xing J L, Yang G S, Hu S J 2004 *NeuroSignals* **13** 150
- [35] Wan Y H, Jian Z, Hu S J 2000 *NeuroReport* **11** 3295
- [36] Huber M T, Krige J C, Braun H A, Pei X, Neiman A, Moss F 2000 *Neurocomputing* **32-33** 823
- [37] Wu S G, He D R 2001 *J. Phys. Soc. Jpn.* **70** 69
- [38] Wu S G, He D R 2000 *Chin. Phys. Lett.* **17** 398
- [39] Wu S G, He D R 2001 *Commun. Theor. Phys.* **35** 272
- [40] Wang Y M, Wang X M, Chen H S, Wan W X, Zhao J G, He D R 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1457 (in Chinese) [汪颖梅、王旭明、陈贺胜、王文秀、赵金刚、何大韧 2002 物理学报 **51** 1475]
- [41] Braun H A, Wissing H, Schäfer K, Hirsch M C 1994 *Nature* **367** 270
- [42] Yang M H, An S C, Gu H G, Liu Z Q, Ren W 2006 *Neuro. Report* **17** 995
- [43] Gu H G, Yang M H, Li L, Liu Z Q, Ren W 2003 *Phys. Lett. A* **319** 89
- [44] Sauer T 1994 *Phys. Rev. Lett.* **72** 3811
- [45] Theiler J, Eubank S, Longtin A, Galdrinkian B 1992 *Physica D* **58** 77
- [46] Xu Y L, Li L, Yang M H, Liu Z Q, Liu H J, Gu H G, Ren W 2007 *Dyn. Continuous Discrete Impulsive Syst. (Ser. B Appl. Algorithms)* **14** 41
- [47] Medvedev G S 2005 *Physica D* **202** 37
- [48] Mo J, Li Y Y, Wei C L, Yang M H, Liu Z Q, Gu H G, Qu S X, Ren W 2010 *Chin. Phys. B* **19** 080513

Dynamics of a novel chaotic neural firing pattern discovered in experiment and simulated in mathematical model^{*}

Gu Hua-Guang[†] Zhu Zhou Jia Bing

(College of Life Science, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, China)

(Received 30 December 2010; revised manuscript received 24 January 2011)

Abstract

A special chaotic firing pattern lying between period-1 and period-2 firing pattern simulated in theoretical neuronal firing model, Hindmarsh-Rose (HR) model, has not been adequately understood for a long time. The non-periodic neural firing patterns lying between period-1 and period-2 firing pattern discovered in the biological experiments on neural pacemakers of rats are identified to be chaotic bursting and divided into three styles in appearance, according to the deterministic structures of the first return map and the short-term predictability of nonlinear prediction. One style of the experimental chaos exhibits characteristics similar to the numerical simulations of the theoretical model, verifying the theoretical participation of HR model, while other styles display different characteristics. The characteristics of the three styles and the relationship and distinction among 3 styles of the chaotic rhythms are identified, and compared with those lying between period-2 and period-3 firing pattern, and between period-3 and period-4 firing pattern. In addition, the distinction between the transition procedure from period-1 to chaos and then to period-2 and other bifurcation scenarios from period-1 to period-2 firing pattern is also identified. The results confirm the novel chaos lying between period-1 and period-2 and the corresponding novel bifurcation scenario, enriching the kinds of the chaotic rhythms and bifurcation scenarios of neural firing. Finally simulations of the diversity and non-smooth characteristics of the chaotic rhythms discovered in the experiment and identification of the routine to chaos are also discussed.

Keywords: chaos, neural firing pattern, bifurcation, rhythm

PACS: 05.45.-a, 87.19.L-

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11072135, 10772101), and the Fundamental Research Funds for the Central Universities, China (Grant No. GK200902025).

[†] E-mail: guhuaguang@263.net