

典型随机信号特征参数统计分布的分形特性*

杨娟[†] 卞保民 闫振纲 王春勇 李振华

(南京理工大学信息物理与工程系, 南京 210094)

(2010年12月29日收到; 2011年1月22日收到修改稿)

建立了一种能够描述随机信号结构基本特征的双参数脉冲信号统计模型. 基于此模型, 脉冲信号群幅度计数分布 $q(l_v)$, 宽度计数分布 $p(l_r)$ 及给定宽度信号子集的幅度计数分布 $\varepsilon_{l_r}(l_v)$, 给定幅度信号子集的宽度计数分布 $\delta_{l_v}(l_r)$ 均能很稳定的服从以序列自然数为自变量的对数正态分布. 且计数分布的统计特征量 $\mu_{\ln v}, \mu_{\ln r}, \sigma_{\ln v}, \sigma_{\ln r}$ 与信号的特征参数 l_v, l_r 之间存在内在联系, 这种联系的形式即随机信号分形特性的表现, 表明随机信号特征参数的统计分布之间具有非整数维分形特征.

关键词: 分形, 随机信号, 双参数, 统计

PACS: 05.45.Df; 02.50.-r

1. 引言

分形一词由 Mandelbrot 创建^[1], 该概念的出现为人们认识事物局部与整体的关系提供了一种辩证的思维方式, 为描述自然界和社会的复杂现象提供了一种间接有力的几何语言, 目前已广泛应用于各类学科非线性问题的研究中^[2,3]. 许多现实信号具有明显或者不明显的分形特征, 即分形与信号之间存在着一种自然联系, 而正是这种联系, 奠定了分形理论用于信号处理的基础^[4-6]. 分形信号处理方法的研究主要集中在以下几个方面: 1) 分析信号是否具有分形特点, 是否满足特定的分形模型; 2) 利用各种分析工具对满足各种分形模型的信号进行处理; 3) 产生满足某种特定分形模型; 4) 利用迭代函数系统对信号进行除(如压缩等); 5) 利用多重分形分析方法对信号进行处理(如噪声处理等).

在悬浮粒子计数测量系统中, 粒子群对应的是离散的随机电压脉冲信号群, 脉冲信号的两个基本参数为脉冲宽度 τ 和脉冲幅度 $\Delta V = V - V_0$, V_0 为参考电压. 依观测时序为基准, 脉冲信号幅度、宽度表现出随机性, 进行大量样本统计后信号数随幅度或宽度的分布呈现出稳定的规律, 该分布规律是颗粒

群粒度反演算法的基础, 也是随机信号特征信息传输基本规律的重要体现. 而较高精度测量数据的分析计算结果表明, 用对数正态统计函数描述小离散度颗粒群粒度分布更加准确^[7], 此结论已成为纳米科学^[7,8]、土壤科学^[9]、环境科学^[10,11]、生物医学^[12] 等的重要研究基础.

基于此, 本文以单颗粒尘埃粒子激光散射装置的输出信号为典型的随机信号, 建立一种能够描述随机信号结构基本特征的双参数脉冲信号统计模型. 实验结果表明, 基于此模型, 随机信号具有不同层次的以序列自然数为自变量的对数正态分布, 且计数分布的统计特征量与信号的特征参数之间存在着内在联系, 这种联系的形式即随机信号分形特性的表现, 揭示了随机信号在此处理方式下具有的分形特性.

2. 典型随机信号的基本特征参数

一般意义上的随机信号对应于一时间序列集合 $F = \{f(t_i) (i = 1, 2, \dots, n, \dots)\}$, 图 1 给出 $\{f(t_i)\}$ 记录值的一段子样. 在信号等间隔 $\Delta t \equiv t_{i+1} - t_i$ 采样, 且采样时间 t_f 足够长 ($t_f/\Delta t \rightarrow \infty$) 条件下, 对有限自然数 n , 取度量周期 $T = n\Delta t$, 可将集合 F 按时间顺序划分成子集 $F_n \subset \{f(t_1), \dots,$

* 江苏省博士后科研资助计划(批准号:0902017C)和南京理工大学自主科研专项计划(批准号:2010GJPY028)资助的课题.

[†]E-mail: yang76811@yahoo.cn

$f(t_n)\}, \dots, \{f(t_{k+1}), \dots, f(t_{k+n})\}, \dots\}$. 若不同子集 F_n 内元素数值排序没有明显的结构相似性, 则称 $\{f(t_i)\}$ 为随机信号, 且逻辑形式上可将测量数据 $\{f(t_i)\}$ 作为连续形式函数 $f(t)$ 对待.

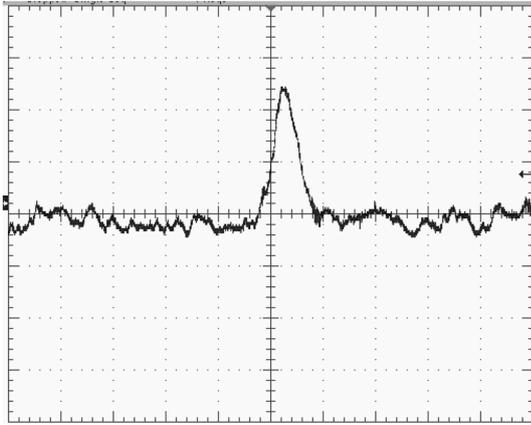


图1 随机信号的波形示意图

我们采用一种简单实验装置, 产生具有上述基本特征的典型随机信号. 该实验装置的基本组成有: 单颗粒尘埃粒子激光散射装置, 散射光探测器、前置信号及放大器, 20M 数字采集卡, 测量信号的数据输入计算机进行统计分析处理. 最小数据采样间隔时间 $\Delta t \sim 0.05 \mu\text{s}$, 正常采样周期 $t_f \sim 60 \text{ s}$, 一次采样信号数据总量约 10^9 , 统计结果具有很高的可信度.

在信号等间隔采样条件下, 可将信号记录为自然数序列 $f(i \cdot \Delta t)$, 或随机直方图序列 $s(i) \equiv \Delta t \cdot f(i \cdot \Delta t)$. 取一参考值 V_0 , 定义一种双参数变换模型表征 $\{f(i \cdot \Delta t)\}$ 的统计特征, 变换函数为

$$\tilde{f}(t, V_0) = f(t) - V_0 > 0, \quad f_{\max} > V_0 > f_{\min}, \quad (1)$$

集合 $\{\tilde{f}(t, V_0)\}$ 一般由时序不连续的序列脉冲组成, 任意脉冲 $\tilde{f}_j(t, V_0)$ 幅度为 V_j , 宽度为 τ_j , 脉冲单元结构参见图 2. 双参数 (V_j, τ_j) 是脉冲信号 $\tilde{f}_j(t, V_0)$ 的基本特征参数.

变换后的信号序列 $\{V_j(t)\}$ 为 $\{f(t_i)\}$ 的子集, 子集 $\{V_j(t)\}$ 的脉冲总数与参数 V_0 的取值有关, 且有自身的统计特征. 当宽度 $\tau_j = t_f$ 时, 对应一个脉冲; 而一般情况下, τ_j 为 Δt 的整数倍, 对应的最小脉冲宽度 $\tau_m = 2\Delta t$, 脉冲总数小于 $\frac{t_f}{2\Delta t}$. 幅度 V 为测量分辨率 ΔV 的整数倍, 对应于(1)式有最小脉冲信号幅度 $V_m = \Delta V$.

显然, 随机脉冲信号 $V_j(t)$ 除了幅度、宽度两个

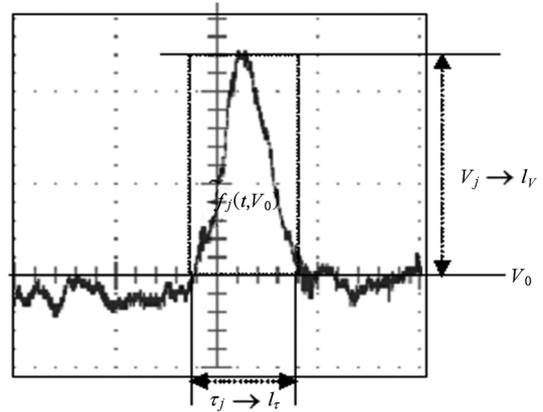


图2 典型的随机脉冲信号双参数结构示意图

基本的特征参数外, 还具有其他的更复杂意义的特征参量(参见图(2)): 如几何面积、上升时间、平均斜率、下降时间、半高宽等等. 对于任意可测量都有确定的值域范围和分布随机性, 这两种特征表明被测量是特定环境下实物之间相互作用的反映.

3. 随机脉冲信号群的统计描述及其性质

与图 2 对应的随机脉冲信号有两个基本参数 V, τ . 考虑实际测量精度 $\Delta t, \Delta V$, 也可用一对自然数 (l_τ, l_V) 描述随机脉冲信号(如图 2 所示), 对第 j 个脉冲有

$$l_\tau = \left[\frac{\tau_j}{\Delta t} - 1 \right], \quad l_\tau \in \left(1, 2, \dots, L_\tau = \frac{\tau_M}{\Delta t} - 1 \right),$$

$$l_V = \left[\frac{V_j}{\Delta V} \right], \quad l_V \in \left(1, 2, \dots, L_V = \frac{V_M}{\Delta V} \right). \quad (2)$$

描述随机量有两种形式: 一是连续性函数, 包括概率分布函数、概率密度函数; 二是统计特征量, 如平均值、均方差.

3.1. 随机脉冲信号集合的双参数统计模型.

取 N 代表一次测量周期 t_f 对应的脉冲总数, 由于随机性, 脉冲信号基本参数 V_j, τ_j 大小排序与脉冲时序 t_i 不同步. 依脉冲信号宽度 l_τ 排序后, 对应的信号幅度 l_V 序列表现出随机性; 反之, 依脉冲信号幅度 l_V 排序后, 对应的信号宽度 l_τ 序列也表现出随机性, 即基于 (l_τ, l_V) 可建立随机信号 $f(t_i)$ 的一种具有普遍意义的双参数统计模型. 设 ΔN_{l_τ} 为特征值满足 $\tau \in l_\tau \Delta t$ 的脉冲数, ΔN_{l_V} 为特征值满足 $V \in l_V \Delta V$

的脉冲数,则随机脉冲信号集合的基本概率分布函数分别为

$$p(l_\tau) \equiv \frac{\Delta N_{l_\tau}}{N},$$

$$q(l_V) \equiv \frac{\Delta N_{l_V}}{N}, \quad (3)$$

任意周期内的脉冲信号数 N_i 也具有随机性,但是, $p(l_\tau), q(l_V)$ 的值将随着子样本数 $\Delta N_{l_\tau}, \Delta N_{l_V}$ 的增大趋于稳定,这种稳定趋势代表了随机脉冲信号群的统计特征.

子集 ΔN_{l_V} 中的脉冲信号宽度 l_τ 也不都相同,其宽度分布函数定义为

$$\delta_{l_V}(l_\tau) \equiv \frac{\Delta N_{l_V}}{\Delta N_{l_V}} = \frac{1}{q(l_V)} \frac{\Delta N_{l_V}}{N}. \quad (4)$$

同理,子集 ΔN_{l_τ} 中脉冲信号幅度 l_V 的分布函数为

$$\varepsilon_{l_\tau}(l_V) \equiv \frac{\Delta N_{l_\tau}}{\Delta N_{l_\tau}} = \frac{1}{p(l_\tau)} \frac{\Delta N_{l_\tau}}{N}, \quad (5)$$

式中 $\Delta N_{l_\tau} = \Delta N_{l_\tau}$, 代表脉冲信号集合 N 中宽度对应于 l_τ 、幅度对应于 l_V 的脉冲数. 显然, $\delta_{l_V}(l_\tau)q(l_V) = \varepsilon_{l_\tau}(l_V)p(l_\tau) \equiv \rho(l_V, l_\tau)$, 且分布函数 $\rho(l_V, l_\tau)$ 随 ΔN_{l_V} 的增大趋于稳定.

相对于二元概率分布函数 $\rho(l_V, l_\tau)$, 一元概率分布函数 $p(l_\tau), q(l_V)$ 而言, $\delta_{l_V}(l_\tau), \varepsilon_{l_\tau}(l_V)$ 为条件概率分布函数,且上列三种概率分布函数的自变量均为自然数. 对于确定的被测信号,当测量精度很高,即信号特征量定义域内的分档数 L_V, L_τ 充分大条件下,对应概率分布函数在二维平面坐标图上的几何曲线表现为“连续”外观形式,上列概率分布函数形式上转化成概率密度函数.

3.2. 随机脉冲信号特征参数计数分布的统计特征量

通常用矩来描述随机信号特征参数计数分布的稳定特征. 如考察随机信号幅度参数 l_V , 其一阶矩形式为

$$E[l_V] = \frac{1}{N} \sum_{l_V=1}^{L_V} \Delta N_{l_V} l_V = \sum_{l_V=1}^{L_V} q(l_V) l_V = \mu_V, \quad (6)$$

式中的 μ_V 即为测量值的代数平均. 由于 $l_V \geq 1$, 则有几何平均值

$$g_V = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N l_{V_i}}, \quad (7)$$

根据几何平均值的定义公式,把上式取自然对数就有

$$\ln g_V = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^{L_V} \Delta N_{l_V} \ln l_{V_i} \right)$$

$$= \sum_{l_V=1}^{L_V} q(l_V) \ln l_V = E(\ln l_V) = \mu_{\ln V}, \quad (8)$$

当分档数“趋于无限”时,可取近似连续形式

$$\mu_{\ln V} = \sum_{l_V=1}^{\infty} q(l_V) \ln l_V \approx \int_1^{\infty} q(l_V) \ln l_V dl_V. \quad (9)$$

上述 $\mu_V, \mu_{\ln V}$ 为一阶矩统计特征量,对应的中心二阶矩统计特征量分别为

$$E\{(l_{V_i} - \mu_V)^2\} = \sum_{l_V=1}^{L_V} q(l_V) (l_V - \mu_V)^2 = \sigma_V^2,$$

$$E\{(\ln l_{V_i} - \mu_{\ln V})^2\} = \sum_{l_V=1}^{L_V} q(l_V) (\ln l_V - \mu_{\ln V})^2 = \sigma_{\ln V}^2. \quad (10)$$

二阶中心矩 σ_V 也即方差.

上述统计特征量 $\mu_V, \sigma_V, \mu_{\ln V}, \sigma_{\ln V}$ 作为随机信号集合整体特征定量描述的参数,形式简单,测量意义明确. 特别是,当测量二阶矩数值 $\sigma_V/\mu_V \rightarrow 0$ 条件时,测量值表现出很好的稳定性,用 μ_V 代替测量值 l_{V_i} 进行模型研究时不会引起远超出可接收程度的差异.

3.3. 随机信号特征参数测量值的相对独立性

随机脉冲信号产生的自然时序 i , 对应的信号参数顺序分别为 V_i, τ_i , 测量结果顺序为 l_{V_i}, l_{τ_i} . 脉冲信号随机特性表现为:以时序 i 为横向坐标绘制出点序图 l_{V_i}, l_{τ_i} , 外观形式上既没有整体单调变化特征、也没有明显周期特征;且在 l_V-l_τ 平面上,对应的 $l_{V_j}-l_{\tau_j}$ 点序图,外观形式上同样没有单调、周期这两种典型特征. 此外,在 l_V-l_τ 平面上,测量值的分布值域随测量精度提高而增大;但在 $V-\tau$ 平面上,测量值分布在有限值域内, V_i, τ_i 表现出相对独立的特征. 物理量值域有限性是信号产生环境局限性的反映;逻辑值域随测量精度提高而增大则是测量规则不同的表现,当度量单位趋于无限小条件下,逻辑值域趋于无限大.

4. 典型随机脉冲信号群基本参数统计分布函数的测定

本文使用 PCI-9812 数据采集卡以 2048 个通道记录随机脉冲信号基本参数的统计分布. 最高时间分辨率 $\Delta t \sim 0.05 \mu s$, 幅度精度 $\Delta V \sim 2.44 mV$.

实验系统噪声记录结果参见图 3 中的离散点, 测量时间 5 s, 测量数据约 10^7 . 容易看出, 图 3 具有较好的对称性, 图 4 是以峰为中心, 将统计曲线做镜像变换后的结果, 能够看出统计分布曲线的不对称性程度. 考虑到统计样本量很大, 可以断定统计函数具有不对称性. 基于此, 选用对数正态分布函数对实验数据进行拟合, 图 3 中实线给出的是拟合结果, 自变量为自然数序列, 计算公式如下:

$$q(l_V) \equiv \frac{1}{\Omega_{l_V} \sigma_{\ln l_V} l_V} e^{-\frac{(\ln l_V - \mu_{\ln l_V})^2}{2\sigma_{\ln l_V}^2}},$$

$$l_V \in (1, 2, \dots, L_M), \quad (11)$$

式中的统计特征量为: $\mu_{\ln l_V} = 6.21$, $\sigma_{\ln l_V} = 0.11$. 离散度 $\sigma_{\ln l_V} \ll 1$, 所以一般认为能够用正态分布代替 (11) 式. 式中归一化系数 Ω , 由于通道数足够多, 因此均选用 $\Omega = \sqrt{2\pi}$ 进行拟合^[13].

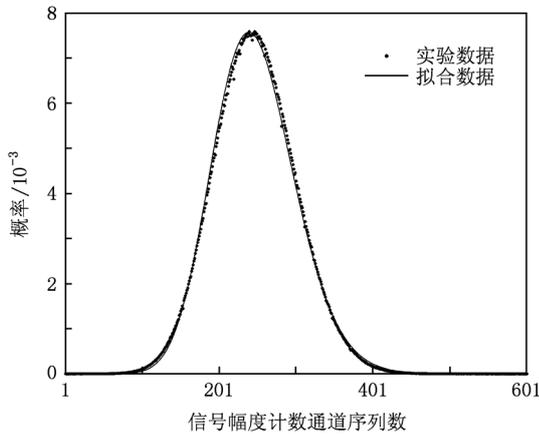


图 3 随机信号点幅度计数分布

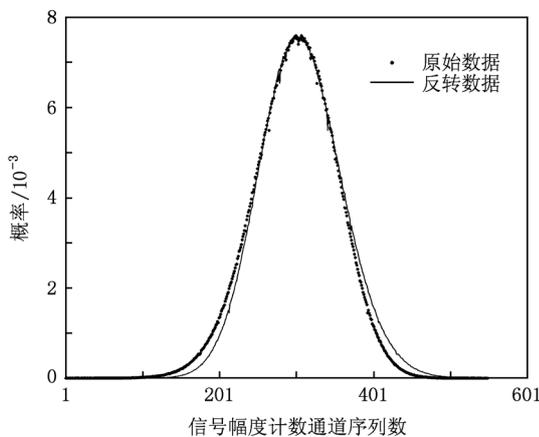


图 4 信号原始数据与反转数据的幅度分布对比图

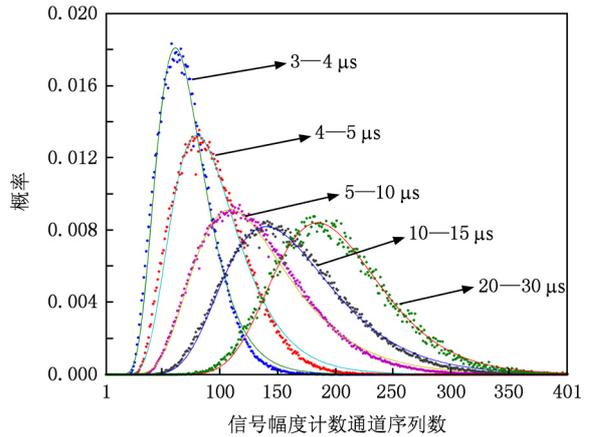


图 5 不同宽度下的随机噪声幅度计数分布

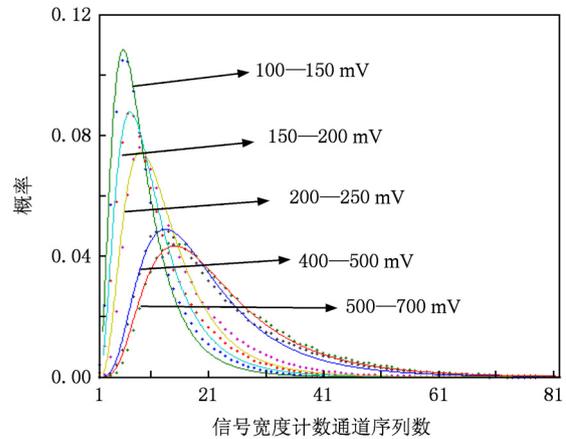


图 6 不同幅度下的随机噪声宽度计数分布

在信号幅度值内取参考电压 V_0 , 应用 (1) 式将本底噪声信号变换成随机脉冲信号群. 取不同条件——序列宽度范围 $\tau_{l_\tau} - \tau_{l_\tau} + \Delta t$, 其测量结果对应条件概率分布 $\varepsilon_{l_\tau}(l_V)$, 参见图 5 中的离散点; 同时取序列幅度范围 $V_{l_V} - V_{l_V} + \Delta V$, 其测量结果对应条件概率分布 $\delta_{l_V}(l_\tau)$, 参见图 6 中的离散点. 可以看出, 实验测量到的条件概率分布表现出不同程度的中心不对称性, 用对数正态分布函数拟合的效果参见图 5, 6 中的序列实线, 对应计算公式 (12), (13) 中的统计参数分别参见表 1, 2.

$$\varepsilon_{l_\tau}(l_V) = \frac{1}{\Omega_{l_\tau l_V} \sigma_{\ln l_V} l_V} e^{-\frac{(\ln l_V - \mu_{\ln l_V})^2}{2\sigma_{\ln l_V}^2}}, \quad (12)$$

$$\delta_{l_V}(l_\tau) = \frac{1}{\Omega_{l_V l_\tau} \sigma_{\ln l_\tau} l_\tau} e^{-\frac{(\ln l_\tau - \mu_{\ln l_\tau})^2}{2\sigma_{\ln l_\tau}^2}}. \quad (13)$$

用同一实验装置测定空气中悬浮颗粒群对应的随机脉冲信号特征参数统计分布, 对应的 $\varepsilon_{l_\tau}(l_V)$

函数实验数据参见图 8, 序列点为测量数据, 实线为对数正态分布函数的计算曲线(详见文献[14]).

表 1 不同宽度间隔内的随机噪声幅度计数分布拟合曲线的统计参数值

宽度区间 / μs	拟合参数	
	计数通道对数均值 $\mu_{\ln V}$	计数通道对数标准偏差 $\sigma_{\ln V}$
3—4	4.23	0.34
4—5	4.51	0.36
5—10	4.83	0.38
10—15	5.05	0.33
20—30	5.28	0.25

表 2 不同幅度间隔内的随机信号宽度计数分布拟合曲线的统计参数值

幅度区间 / mV	拟合参数	
	计数通道对数均值 $\mu_{\ln \tau}$	计数通道对数标准偏差 $\sigma_{\ln \tau}$
100—150	2.00	0.60
150—200	2.21	0.60
200—250	2.42	0.56
400—500	2.84	0.56
500—700	2.96	0.56

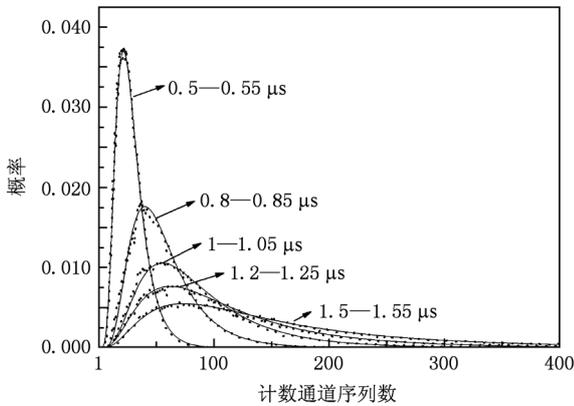


图 7 不同宽度间隔内的散射脉冲信号幅度分布

图 3—7 的序列表明, 脉冲信号群特征参数计数分布 $q(l_V)$ 及双参数下的不同脉冲信号子集特征参数计数分布 $\varepsilon_{l_\tau}(l_V), \delta_{l_V}(l_\tau)$ 均能够非常稳定地服从以自然数为自变量的对数正态分布.

5. 典型随机信号特征参数统计分布函数的分形特性

将图 7 中前四条 $\varepsilon_{l_\tau}(l_V)$ 曲线进行非线性缩放变换, 并且与最后一条线作对比, 计算见 (14) 式, 变

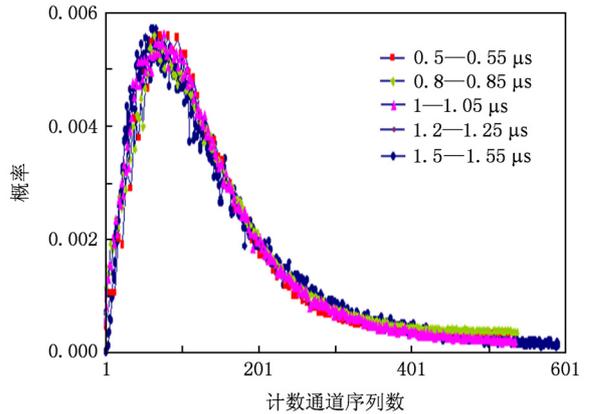


图 8 不同 $\varepsilon_{l_\tau}(l_V)$ 函数的非线性相似性

换后的结果参见图 8, 计算参数见表 3.

$$\varepsilon_{l_{\tau_i}}(l'_V) \sim \varepsilon_{l_{\tau_j}}[(b_{ij}l_V)^{\alpha_{ij}}]. \quad (14)$$

表 3 不同 $\varepsilon_{l_\tau}(l_V)$ 函数的非线性变换参数

曲线参数/ μs	缩放系数	
	b	α
0.50—0.55	3.56	0.56
0.80—0.85	3.27	0.68
1.00—1.05	2.89	0.76
1.20—1.25	1.82	0.86
1.50—1.55	1.00	1.00

显然, $\varepsilon_{l_\tau}(l_V)$ 函数之间表现出很高程度的非线性相似性, 并且能够推定, 随机脉冲信号特征参数分布函数 $q(l_V), p(l_\tau), \varepsilon_{l_\tau}(l_V), \delta_{l_V}(l_\tau)$ 都存在这种非线性相似性.

从逻辑形式上考虑, 随测量精度的提高 $\Delta V, \Delta t \rightarrow 0$, 总分档数趋于无限 $L_V, L_\tau \rightarrow \infty$, 概率分布函数归一化系数趋于常数. 令上述概率分布 $q(l_V)dl_V, p(l_\tau)dl_\tau$ 相等, 即可推导非线性变换关系 $l_V = (bl_\tau)^\alpha$, 且有 $\alpha = \sigma_{\ln V}/\sigma_{\ln \tau}, b = e^{\mu_{\ln V}/\alpha - \mu_{\ln \tau}}$ [13]:

$$\begin{aligned} p(l_V)dl_V &= \frac{dl_V}{\Omega\sigma_{\ln V}l_V} e^{-\frac{(\ln l_V - \mu_{\ln V})^2}{2\sigma_{\ln V}^2}} \\ &= \frac{dl_\tau}{\Omega(\sigma_{\ln V}/\alpha)l_\tau} e^{-\frac{(\ln l_\tau + \ln b - \mu_{\ln V}/\alpha)^2}{2\sigma_{\ln V}^2/\alpha^2}} \\ &= \frac{dl_\tau}{\Omega\sigma_{\ln \tau}l_\tau} e^{-\frac{(\ln l_\tau - \mu_{\ln \tau})^2}{2\sigma_{\ln \tau}^2}} \\ &= p(l_\tau)dl_\tau, \end{aligned} \quad (15)$$

用对应的物理量表示则有

$$\begin{aligned} \frac{V}{\Delta V} &= \left[\left(\frac{\tau}{\Delta t} - 1 \right) b \right]^\alpha \\ &= \left[\left(\frac{\tau}{\Delta t} - 1 \right) e^{\frac{\sigma_{\ln \tau}}{\sigma_{\ln V}} \mu_{\ln V} - \mu_{\ln \tau}} \right]^{\frac{\sigma_{\ln V}}{\sigma_{\ln \tau}}}. \end{aligned} \quad (16)$$

(15)式表明,对于随机脉冲信号群而言,若用特征参数统计分布形式描述整体上的结构,幅度参数与宽度参数具有等价性. 不计信号细节,就统计性而言,随机脉冲信号群的结构等效于一种简单形式的“理想脉冲信号群”. 这种理想脉冲信号的总数

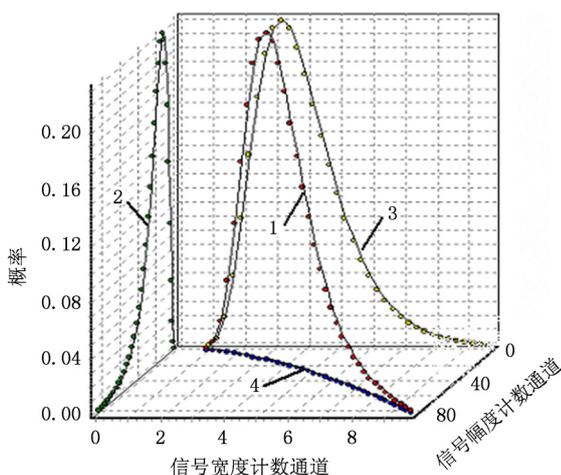


图9 随机脉冲信号特征参数计数分布对应关系图

仍然为 N , 信号特征参数分布参见图 9 中的曲线 1. “理想脉冲信号群”中信号幅度、宽度的关系与(16)式一致,参见图 9 中的曲线 4. 曲线 1 在幅度“方向”上的投影为曲线 2;在宽度方向上的投影为曲线 1.

(16)式中 V, τ 属于脉冲信号“个体”特征参数,而 $\mu_V, \mu_{\ln V}, \sigma_{\ln V}, \sigma_{\ln \tau}$ 属于脉冲信号群随机性整体特征参数,因此(16)式是随机信号整体属性与内部个体特征参数之间内在约束性的反映,这种约束性形式上被称为分形特性.

6. 结 论

用双参数脉冲信号统计模型能够描述随机信号结构的基本特征. 在此模型中,随机信号具有不同层次的以序列自然数为自变量的对数正态分布,且计数分布的统计特征量与信号的特征参数之间存在内在联系,这种联系的形式即随机信号分形特性的表现,从而揭示了随机信号在此处理方式下具有的分形特性.

- [1] Mandelbrot B B 1982 *The Fractal Geometry of Nature* (San Francisco: W. H. Freeman)
- [2] Tasdemir A 2009 *Minerals Engineering* **22** 156
- [3] Ren X C, Guo L X 2008 *Chin. Phys. B* **17** 2956
- [4] Zhao J, Lei L, Pu X Q 2008 *Fractal Theory and Its Application in Signal Processing* (Beijing: Tsinghua University Press) p3 (in Chinese) [赵健、雷蕾、蒲小勤 2008 分形理论及其在信号处理中的应用(北京:清华大学出版社) 第3页]
- [5] Ma Q L, Bian C H, Wang J 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 4480 (in Chinese) [马千里、卞春华、王俊 2010 物理学报 **59** 4480]
- [6] Han J J, Fu W J 2010 *Chin. Phys. B* **19** 010205
- [7] Kiss L B, Soderlund J, Granqvist C G 1999 *NanoStructured Materials* **12** 327
- [8] Park D, An M, Hwang J 2007 *Aerosol Science* **38** 420
- [9] Millan H, Gonzalez-Posada M, Aguilar M, Dominguez J, Cespedes L 2003 *Geoderma* **117** 117
- [10] Kim Y, Sievering H, Boatman J, Wellman D, Pszeny A 1995 *J. Geophys. Res.* **100** 23027
- [11] Michael D H 2006 *Journal of Volcanology and Geothermal Research* **154** 8
- [12] Tijana B, Aleksandra V, Aleksandar K 2010 *Journal of Theoretical Biology* **262** 214
- [13] Yang J, Bian B B, Peng G, Yan Z G, Li Z H 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 7713 (in Chinese) [杨娟、卞保民、彭刚、闫振纲、李振华 2010 物理学报 **59** 7713]
- [14] Peng G, Lai X M, Yan Z G, Bian B B, Lu J 2009 *Acta Optica Sinica* **30** 1693 (in Chinese) [彭刚、赖小明、闫振纲、卞保民、陆建 2009 光学学报 **30** 1693]

Fractal characteristics of characteristic parameter statistical distributions of typical random signals*

Yang Juan[†] Bian Bao-Min Yan Zhen-Gang Wang Chun-Yong Li Zhen-Hua

(Department of Information Physics and Engineer, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

(Received 29 December 2010; revised manuscript received 22 January 2011)

Abstract

A two-parameter statistical model of the pulsed signals which can be used to describe the basic structural characteristics of the random signals is established in this paper. As a result, the random signal counting distributions of amplitude $q(l_V)$ and width $p(l_\tau)$, as well as the different signal subset counting distributions under given width $\varepsilon_i(l_V)$ and amplitude $\delta_i(l_\tau)$, all match well with the form of the lognormal distribution with a natural number used as an independent variable. Besides, it is also found that there are internal relations between the counting distribution statistical characteristic parameters $\mu_{\ln V}$, $\mu_{\ln \tau}$, $\sigma_{\ln V}$, $\sigma_{\ln \tau}$ and the corresponding signal characteristic parameters l_V and l_τ . In essence, these relations are the representations of random signal fractal characteristics. In a word, two characteristic parameter statistical distributions of the random signals each have a non-integral dimensional fractal feature.

Keywords: fractal, random signal, two-parameter, statistical

PACS: 05. 45. Df; 02. 50. - r

* Project supported by the Jiangsu Planned Projects for Postdoctoral Research Funds of China (Grant No. 0902017C) and NUST Research Funding, China (Grant No. 2010GJPY028).

[†] E-mail: yang76811@yahoo. cn