

# 轴矢介子的质量和混合角

吕健<sup>1)†</sup> 杨光<sup>2)</sup>

1) (华北水利水电学院数学与信息科学学院, 郑州 450011)

2) (焦作大学基础科学系, 焦作 454000)

(2011年4月15日收到; 2011年5月16日收到修改稿)

根据质量劈裂公式计算了轴矢介子多重态( $1^1P_1$ )中底偶素的质量, 然后利用粒子表上最新的实验数据, 在雷吉唯象的框架下计算轴矢介子多重态中双重介子  $B_{c1}$ 、奇异偶素 ( $ss\text{-bar}$  和奇异介子  $K_{1B}$ ) 的质量. 最后在介子-介子混合的框架下, 计算了  $K_{1A} - K_{1B}$  混合角和轴矢介子九重态中两个同位旋标量态的混合角. 我们建议实验上在 1478 MeV 能量附近进一步研究轴矢介子  $h_1(1380)$  的性质, 在 6774 MeV 能量附近寻找和研究轴矢介子  $B_{c1}(1P)$ . 本文的计算结果对于实验上寻找还没有观测到的双重介子态  $B_{c1}$  以及理解  $K_{1A} - K_{1B}$  混合和轴矢介子九重态的混合有一定的意义.

**关键词:** 介子谱, 雷吉轨迹, 介子-介子混合

**PACS:** 12.40.Yx, 11.55.Jy, 14.40.\_n

## 1. 引言

在粒子数据组 (Particle Data Group) 最新出版的“粒子物理评论”<sup>[1]</sup> 中, 相对于 PDG 2008 年的版

本<sup>[2]</sup>, 新增加了两个轴矢介子  $B_1(5721)$  和  $B_{s1}(5830)$ . 根据 PDG 的最新数据, 在表 2 中列出了  $1^1P_1$  轴矢介子多重态的成员和质量, 对这两个新增的轴矢介子质量数据加下划线.

表 1 目前实验上观测到的轴矢介子( $1^1P_1$ )的质量

$1^1P_1$ 共振态	$b_1(1235)$	$K_{1B}$	$h_1(1380)$	$h_1(1170)$	$h_c(1P)$	$h_b(1P)$	$D_1(2420)$	$D_{s1}(2536)$	$B_1(5721)$	$B_{s1}(5830)$	$B_{c1}$
质量 MeV	1229.5		$1440 \pm 60$ $1380 \pm 20$	1170	3525.4		2422.7	2535.3	<u>5723.4</u>	<u>5829.4</u>	

从表 2 中, 我们可以看出轴矢介子( $1^1P_1$ )多重态中, 底偶素  $h_b(1P)$ , 双重介子  $B_{c1}(1P)$  和奇异介子  $K_{1B}$  的质量都是未知的; 另外, 需要指出的是  $h_1(1380)$  介子态, 目前仅有的两个实验组给出了差别较大的质量数据——1988 年 Aston 等人在 LASS 上得到  $1380(20 \text{ MeV})$ <sup>[3]</sup>, 1997 年 Crystal Barrel 实验组在 LEAR 上得到  $1440(60 \text{ MeV})$ <sup>[4]</sup>. 这两个数据误差较大而且中心值差别较大, 这说明  $h_1(1380)$  的质量还不确定. 另外, 由于介子九重态中一般存在两个同位旋标量态的单态-八态混合, 需要知道奇异偶素  $ss\text{-bar}$  的质量以便更好的确定这个混合角. 因此, 理论上和实验上都有更多的研究工作需要做.

量子色动力学 (QCD) 被证实为目前描述短程

强相互作用的最好理论, 然而在描述长程强相互作用时, QCD 的应用仍然受限于尚未解决的禁闭问题. 目前, 强子性质中涉及到的非微扰效应的计算, 人们通常利用唯象模型来解决. 雷吉 (Regge) 唯象学起源于在复角动量空间分析散射振幅的性质<sup>[5]</sup>, 是唯象模型中最简单有效的模型之一. Regge 理论于 1959 年由意大利数学家 Regge 提出<sup>[5]</sup>, 1962 年邱将 Regge 理论应用于高能粒子物理<sup>[6]</sup>. 后来雷吉理论几乎涉及到强相互作用的各个方面, 包括强子谱、粒子间的作用力和散射振幅的高能现象<sup>[7,8]</sup>. Regge 理论的一个重要特点是联系着介子自旋和宇称的 Regge 轨迹, 以  $i, j$  表示介子的组分夸克, 介子由一个正夸夸和一个反夸克组成, 可以写成  $i\bar{j}$  ( $\bar{j}$  表

† 通讯联系人. E-mail: lj\_newu@sohu.com

示反夸克,  $j$  可以和  $i$  相同也可以不同), 人们常把 Regge 轨迹参数化为:

$$J = \alpha_{ij}(0) + \alpha'_{ij} M_{ij}^2, \quad (1)$$

$J$  和  $M_{ij}$  分别代表  $i\bar{j}$  介子的自旋和质量,  $\alpha_{ij}(0)$  和  $\alpha'_{ij}$  分别代表  $i\bar{j}$  介子所属的 Regge 轨迹的截距和斜率.

基于拓扑展开和  $q\bar{q}$ -弦图像的夸克-胶球弦模型 (Quark-Gluon String Model)<sup>[9]</sup>, Kaidalov 得到出: 对于同一个  $J^P$  介子多重态 (其中各介子的  $N^{2S+1}L_J$  量子数相同), 不同味道介子的雷吉轨迹的斜率可以由斜率倒数相加性关系联系起来

$$\frac{1}{\alpha'_{ii}} + \frac{1}{\alpha'_{jj}} = \frac{2}{\alpha'_{ij}}, \quad (2)$$

不同味道介子雷吉轨迹的截距存在截距相加性关系<sup>[10,11]</sup>

$$\alpha_{ii}(0) + \alpha_{jj}(0) = 2\alpha_{ij}(0), \quad (3)$$

(2), (3) 式提供了一个在夸克层次描述雷吉唯象<sup>[13-20]</sup> 研究表明(2), (3) 式结合(1) 式可以对强子谱可以给出一个很合理的描述. 以前, 由于实验上未观测到重的含有  $b$  夸克的轴矢介子, 而且轻的奇异轴矢  $K$  介子容易混合, 对于  $1^1P_1$  轴矢介子的讨论很不完备. 在文献[13, 20] 中没有计算轴矢介子的质量, 文献[18, 19] 计算了轴矢介子轻味介子和含粲夸克介子的质量, 没有计算含有  $b$  夸克的轴矢介子的质量. 在本文中, 利用最新的实验数据, 我们将运用雷吉唯象下(1), (2), (3) 式来计算轴矢介子多重态的质量. 然后在介子-介子混合的框架下来讨论混合角.

## 2. 轴矢介子的质量

在这一节中, 主要计算  $1^1P_1$  轴矢介子的质量, 我们将先后计算底偶素  $h_b(1P)$ 、双重介子  $B_{c1}(1P)$ 、奇异介子  $K_{1B}$  和奇异偶素  $ss$  的质量.

### 2.1. 轴矢底偶素 $h_b(1P)$ 的质量

首先计算轴矢底偶素 (bottomonium)  $h_b(1P)$  的质量, 在研究自旋单态和自旋三态之间的超精细劈

裂时, 对于轨道量子数  $L > 0$  的介子态, 通常认为存在关系式

$$E_{c.o.g.}(N^3L_J) = E_{c.o.g.}(N^1L_L), \quad (4)$$

在文献[21, 22, 23] 中, 探讨  $P$ -波介子的超精细结构, 得到关系式

$$9M_{N^1P_1} = M_{N^3P_0} + 3M_{N^3P_1} + 5M_{N^3P_2}, \quad (5)$$

实验上,  $1P$ -波粲偶素 ( $h_c(1P)$  和  $\chi_{c0}(1P)$ ,  $\chi_{c1}(1P)$ ,  $\chi_{c2}(1P)$ ) 的质量对于(5) 式符合得相当好. 根据(5) 式, 将介子  $\chi_{b0}(1P)$ ,  $\chi_{b1}(1P)$ ,  $\chi_{b2}(1P)$  的质量代入下式

$$9M_{h_b(1P)} = M_{\chi_{b0}(1P)} + 3M_{\chi_{b1}(1P)} + 5M_{\chi_{b2}(1P)}, \quad (6)$$

我们得到介子  $h_b(1P)$  的质量为  $9899.87 \pm 0.27$  MeV. 目前, 实验上只有 BABAR 实验组在今年 2 月精确测量了  $h_b(1P)$  介子的质量 ( $9902 \pm 4 \pm 1$  MeV<sup>[24]</sup>), 理论结果和实验结果符合的非常好. 因此, 在下面的计算中, 我们可以采用理论计算结果, 保留到 MeV 的量级, 取  $h_b(1P)$  介子的质量为 9900 MeV.

### 2.2. 双重介子 $B_{c1}(1P)$ 的质量

根据(1) 式, 对一个  $J^P$  介子多重态的  $i\bar{i}$ ,  $i\bar{j}$ ,  $j\bar{j}$  成员, 分别可得

$$J = \alpha_{ii}(0) + \alpha'_{ii} M_{ii}^2, \quad (7)$$

$$J = \alpha_{ij}(0) + \alpha'_{ij} M_{ij}^2, \quad (8)$$

$$J = \alpha_{jj}(0) + \alpha'_{jj} M_{jj}^2, \quad (9)$$

将(7), (8), (9) 式代入(3) 式, 可得

$$\alpha'_{ii} M_{ii}^2 + \alpha'_{jj} M_{jj}^2 = 2\alpha'_{ij} M_{ij}^2, \quad (10)$$

当夸克质量  $m_i < m_j$  时, 结合(2) 式和(10) 式, 可以得到介子质量和介子雷吉斜率比率之间的关系式 (舍去了不合理的解<sup>[25]</sup>)

$$\frac{\alpha'_{ij}}{\alpha'_{ii}} = \frac{1}{2M_{ij}^2} [ (4M_{ij}^2 - M_{ii}^2 - M_{jj}^2) + \sqrt{(4M_{ij}^2 - M_{ii}^2 - M_{jj}^2)^2 - 4M_{ii}^2 M_{jj}^2} ], \quad (11)$$

利用上式和恒等式

$$\frac{\alpha'_{ij}}{\alpha'_{ii}} \equiv \frac{\alpha'_{kk}}{\alpha'_{ii}} \times \frac{\alpha'_{ij}}{\alpha'_{kk}},$$

当  $m_i < m_j < m_k$ , 可以得到

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2M_{ij}^2} [ (4M_{ij}^2 - M_{ii}^2 - M_{jj}^2) + \sqrt{(4M_{ij}^2 - M_{ii}^2 - M_{jj}^2)^2 - 4M_{ii}^2 M_{jj}^2} ] \\ &= \frac{[ (4M_{ik}^2 - M_{ii}^2 - M_{kk}^2) + \sqrt{(4M_{ik}^2 - M_{ii}^2 - M_{kk}^2)^2 - 4M_{ii}^2 M_{kk}^2} ] / 2M_{kk}^2}{[ (4M_{jk}^2 - M_{jj}^2 - M_{kk}^2) + \sqrt{(4M_{jk}^2 - M_{jj}^2 - M_{kk}^2)^2 - 4M_{jj}^2 M_{kk}^2} ] / 2M_{kk}^2}, \end{aligned} \quad (12)$$

(12)式不含有雷吉轨迹的截距  $\alpha(0)$  和斜率  $\alpha'$ , 仅仅是关于六个介子的整系数质量关系式. 接下来从这个关系式出发, 我们可以计算一些实验上还未观测到的介子的质量.

对于轴矢介子( $1^1P_1$ )多重态, 当  $i = n, j = c, k = b$  时, (本文中  $n$  代表  $u$  夸克或者  $d$  夸克), 根据(12)式可得

$$\frac{1}{2M_{h_c(1P)}^2} [(4M_{D_1(2420)}^2 - M_{b_1(1235)}^2 - M_{h_c(1P)}^2) + \sqrt{(4M_{D_1(2420)}^2 - M_{b_1(1235)}^2 - M_{h_c(1P)}^2)^2 - 4M_{b_1(1235)}^2 M_{h_c(1P)}^2}]$$

$$= \frac{[(4M_{B_1(5721)}^2 - M_{b_1(1235)}^2 - M_{h_b(1P)}^2) + \sqrt{(4M_{B_1(5721)}^2 - M_{b_1(1235)}^2 - M_{h_b(1P)}^2)^2 - 4M_{b_1(1235)}^2 M_{h_b(1P)}^2}]/2M_{h_b(1P)}^2}{[(4M_{B_{c1}}^2 - M_{h_c(1P)}^2 - M_{h_b(1P)}^2) + \sqrt{(4M_{B_{c1}}^2 - M_{h_c(1P)}^2 - M_{h_b(1P)}^2)^2 - 4M_{h_c(1P)}^2 M_{h_b(1P)}^2}]/2M_{h_b(1P)}^2}, \quad (13)$$

将  $b_1(1235), h_c(1P), h_b(1P), D_1(2420), B_1(5721)$  五个介子的质量代入上式, 可以得到介子  $B_{c1}$  的质量为 6774 MeV, 结果列在表 2 中.

目前实验上还没有观测到轴矢介子  $B_{c1}$  的质量, 为了对比, 我们将其他文献的结果也列于表 2 中. 文献[26]运用 Bethe-Salpeter 方程, 文献[27, 28]运用格点 QCD, 文献[29, 30]运用相对论夸克模型, 文献[31, 32]运用势模型. 本文结果和这些方法得到的结果符合得比较好(处在这些结果之间且相差不大).

### 2.3. 奇异偶素(ss 和奇异介子 $K_{1B}$ 的质量)

由于九重态中的两个同位旋标量态通常会发生混合, 纯态的同位旋标量态(ss 不能被实验上直接测量. 但是对比纯态(ss 的计算值和观测得到的混合后的值, 可以帮助人们理解两个同位旋标量态的混合程度. 纯的同位旋标量态(ss 可以从(12)式计算出来, 对于轴矢介子( $1^1P_1$ )多重态, 当  $i = s, j = c, k = b$  时, 根据(12)式, 可得

表2 本文和其他文献给出的轴矢介子  $B_{c1}$  共振态的质量

	本文结果	[26]	[27]	[28]	[29]	[30]	[31]	[32]
$B_{c1}$ 质量 MeV	6774	6775	6796	6765	6749	6750	6763	6760

$$\frac{1}{2M_{h_c(1P)}^2} [(4M_{D_{s1}(2536)}^2 - M_{ss(1^1P_1)}^2 - M_{h_c(1P)}^2) + \sqrt{(4M_{D_{s1}(2536)}^2 - M_{ss(1^1P_1)}^2 - M_{h_c(1P)}^2)^2 - 4M_{ss(1^1P_1)}^2 M_{h_c(1P)}^2}]$$

$$= \frac{[(4M_{B_{s1}(5830)}^2 - M_{ss(1^1P_1)}^2 - M_{h_b(1P)}^2) + \sqrt{(4M_{B_{s1}(5830)}^2 - M_{ss(1^1P_1)}^2 - M_{h_b(1P)}^2)^2 - 4M_{ss(1^1P_1)}^2 M_{h_b(1P)}^2}]/2M_{h_b(1P)}^2}{[(4M_{B_{c1}}^2 - M_{h_c(1P)}^2 - M_{h_b(1P)}^2) + \sqrt{(4M_{B_{c1}}^2 - M_{h_c(1P)}^2 - M_{h_b(1P)}^2)^2 - 4M_{h_c(1P)}^2 M_{h_b(1P)}^2}]/2M_{h_b(1P)}^2}$$

将相应介子  $h_c(1P), h_b(1P), B_{c1}, D_{s1}(2536), B_{s1}(5830)$  的质量代入上式, 可以得到(ss 介子的质量为 1485 MeV. 这个数值符合可以帮助我们计算介子九重态的混合, 在计算完混合角后我们再详细讨论.

下面我们计算轴矢介子  $K_{1B}$  的质量, 当  $i = u, j = s, k = c$  时, 根据(12)式, 将相应的介子  $b_1(1235), \bar{ss}(1^1P_1), h_c(1P), D_1(2420), D_{s1}(2536)$  的质量代入下式

$$\frac{1}{M_{ss(1^1P_1)}^2} [(4M_{K_{1B}}^2 - M_{ss(1^1P_1)}^2 - M_{b_1(1235)}^2) + \sqrt{(4M_{K_{1B}}^2 - M_{ss(1^1P_1)}^2 - M_{b_1(1235)}^2)^2 - 4M_{ss(1^1P_1)}^2 M_{b_1(1235)}^2}]$$

$$= \frac{[(4M_{D_1(2420)}^2 - M_{b_1(1235)}^2 - M_{h_c(1P)}^2) + \sqrt{(4M_{D_1(2420)}^2 - M_{b_1(1235)}^2 - M_{h_c(1P)}^2)^2 - 4M_{b_1(1235)}^2 M_{h_c(1P)}^2}]/2M_{h_c(1P)}^2}{[(4M_{D_{s1}(2536)}^2 - M_{ss(1^1P_1)}^2 - M_{h_c(1P)}^2) + \sqrt{(4M_{D_{s1}(2536)}^2 - M_{ss(1^1P_1)}^2 - M_{h_c(1P)}^2)^2 - 4M_{ss(1^1P_1)}^2 M_{h_c(1P)}^2}]/2M_{h_c(1P)}^2}.$$

可以得到  $K_{1B}$  的质量为 1359 MeV. 这个数据对于下面计算  $K_{1A} - K_{1B}$  的混合角是有用的.

### 3. 轴矢介子九重态的混合角和 $K_{1A} - K_{1B}$ 混合角

#### 3.1. 轴矢介子九重态的混合角

众所周知,在介子九重态中,同位旋标量态纯的  $\bar{s}s$  和  $n\bar{n}$  态可以混合为物理的同位旋标量态  $h_1(M_1)$  和  $h_1(M_2)$ . 为了更好地理解同位旋标量态,以下我们将讨论  $n\bar{n}$  和  $\bar{s}s$  的混合

在  $|N\rangle = |u\bar{u} + d\bar{d}\rangle/\sqrt{2}$  和  $|S\rangle = |\bar{s}s\rangle/\sqrt{2}$  基下,描述  $h_1(M_1)$  和  $h_1(M_2)$  混合的质量平方矩阵可以写为<sup>[14,18,33,34]</sup>

$$M^2 = \begin{pmatrix} M_N^2 + 2\beta & \sqrt{2}\beta X \\ \sqrt{2}\beta X & M_S^2 + \beta X^2 \end{pmatrix}, \quad (14)$$

其中  $M_N$  和  $M_S$  分别为  $|N\rangle$  和  $|S\rangle$  的质量,  $\beta$  描述轻夸克偶素间的湮灭振幅,  $X$  描述  $SU(3)$  非奇异夸克和奇异夸克之间的破缺程度,用组分夸克质量的比值  $m_u/m_s$  表示,两个物理态  $h_1(M_1)$  和  $h_1(M_2)$  的质量平方是矩阵  $M^2$  的本征值,把  $M^2$  对角化可得

$$UM^2U^+ = \begin{pmatrix} M_1^2 & 0 \\ 0 & M_2^2 \end{pmatrix}, \quad (15)$$

其中运用的  $U$  为二维幺正矩阵,

$$U = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}, \quad (16)$$

则物理态  $h_1(M_1)$  和  $h_1(M_2)$  在  $|N\rangle$  和  $|S\rangle$  下表示为

$$\begin{pmatrix} h_1(M_1) \\ h_1(M_2) \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} |N\rangle \\ |S\rangle \end{pmatrix}, \quad (17)$$

组分夸克质量的比值  $m_u/m_s$  可以由非相对论组分夸克模型<sup>[35]</sup> (NRCQM) 求出,在文献[14]中,根据 NRCQM 拟合赝标介子和矢量介子的质量得到  $X = 0.6298$ .

由(14)(15)两式,可得

$$M_N^2 + 2\beta + M_S^2 + \beta X^2 = M_1^2 + M_2^2, \quad (18)$$

$$(M_N^2 + 2\beta) \times (M_S^2 + \beta X^2) = M_1^2 \times M_2^2, \quad (19)$$

对于轴矢介子九重态( $1^1P_1$ ),利用  $M_N = M_{b_1(1235)}$ ,  $M_2 = M_{h_1(1170)}$ <sup>[11]</sup> 和在第 2.3 小节中求出的  $M_S = M_{\bar{s}s}$ ,由(15)–(19)式得

$$M_1 = 1478 \text{ MeV}, \alpha = 85.7^\circ, \quad (20)$$

#### 3.2. $K_{1A}$ 和 $K_{1B}$ 混合角

$K_{1A}(1^1P_1)$  和  $K_{1B}(1^3P_1)$  混合形成目前测量到的两个奇异介子态  $K_1(1270)$  和  $K_1(1400)$ <sup>[1,36]</sup>,  $K_{1A}(1^1P_1)$  和  $K_{1B}(1^3P_1)$  的混合可以写成

$$S \begin{pmatrix} M_{K_{1A}}^2 & A \\ A & M_{K_{1B}}^2 \end{pmatrix} S^+ = \begin{pmatrix} M_{K_1(1400)}^2 & 0 \\ 0 & M_{K_1(1270)}^2 \end{pmatrix}, \quad (21)$$

其中

$$S = \begin{pmatrix} \cos\theta_K & -\sin\theta_K \\ \sin\theta_K & \cos\theta_K \end{pmatrix}, \quad (22)$$

通过与第 3.1 小节中相同的方法,可得

$$M_{K_{1A}} = 1319 \text{ MeV} \quad \theta_K = 54.0^\circ, \quad (23)$$

### 4. 讨论和结论

本文首先根据质量劈裂公式计算了轴矢介子多重态( $1^1P_1$ )中底偶素  $h_b(1P)$  的质量,然后利用 PDG 提供的最新的实验数据,在雷吉唯象的框架下计算轴矢介子多重态中双重介子  $B_{c1}$ , 奇异偶素和  $K_{1B}$  介子的质量. 最后在介子-介子混合的框架下,计算了奇异介子  $K_{1A}(1^1P_1)$  的质量和  $K_{1A} - K_{1B}$  混合角;计算了轴矢介子九重态中  $h_1(1380)$  的质量和两个同位旋标量态的混合角. 下面对本文的结果做简要讨论.

本文计算的轴矢介子多重态中底偶素  $h_b(1P)$  的质量为 9900 MeV,最近刚刚观测到的实验数据为  $9902 \pm 4 \pm 1 \text{ MeV}$ <sup>[24]</sup>,预言质量值和实验值符合的相当好. 含有一个  $c$  夸克和一个  $b$  夸克的双重介子态  $b\bar{c}$  (或  $c\bar{b}$ ) 是一个特别的系统,两个不同味道的重味夸克的出现对于该类介子态的产生、衰变、以及质量等性质都有影响,到目前为止,实验上仅仅观测到的该类介子态中的赝标介子态  $B_c^*$ ,轴矢的  $B_{c1}$  还没有观测到,我们只能将  $B_{c1}$  介子态的质量预测值与其它文献的数据作比较,在表 2 中,我们列出了本文的结果和其它文献的结果,文献[26]运用 Bethe-Salpeter 方程,文献[27,28]运用格点 QCD,文献[29,30]运用相对论夸克模型,文献[31,32]运用势模型. 本文得到的双重介子  $B_{c1}$  的质量与这些参考文献利用不同方法得到的结果相一致(处在这些结果之间且相差不大). 同时我们计算了奇异偶素  $\bar{s}s$  和奇异  $K_{1B}$  介子的质量,结果与非相对论组分夸克模型<sup>[37]</sup> 的预期一致. 本文的方法也可以运用于其它

介子多重态,比如当实验数据具备时讨论  $1^3P_0$  和  $1^3P_1$  介子多重态.

对于奇异介子  $K_{1A}(1^1P_1)$  和  $K_{1B}(1^3P_1)$  的混合,根据  $K_{1B}$  介子的质量,计算了  $K_{1A}$  的质量,进而计算了  $K_{1A} - K_{1B}$  混合角,结果是  $54.0^\circ$  (这说明  $K_{1B}$  和  $K_{1A}$  的混合程度很大<sup>[36,38]</sup>). 本文计算了轴矢介子九重态中两个同位旋量态的混合角,结果是  $85.7^\circ$ , 接近理想混合 ( $90^\circ$  时为理想混合). 同时还计算了  $h_1(1380)$  的质量,结果为  $1478 \text{ MeV}$ ; 实验上,这个质量数值在 Crystal Barrel 实验组的测量结果 ( $1440 \pm 60 \text{ MeV}$ ) 的误差范围内,高于 Aston 等人在 LASS 上得到  $1380 \pm 20 \text{ MeV}$ ; 理论上,本文的数值与文献 [19][39][40] 接近. 因此,我们认为 Crystal Barrel

实验组的数据是合理的, Aston 等人的数据偏小,实验上有必要进一步精确测量  $h_1(1380)$  的质量.

综上所述,本文首先计算了  $1^1P_1$  轴矢介子九重态中底偶素  $h_b(1P)$ 、双重介子  $B_{c1}(1P)$ 、奇异介子  $K_{1B}$ 、奇异偶素  $s\bar{s}$  和  $h_1(1380)$  的质量,然后计算轴矢介子九重态的混合角,本文还计算了奇异介子  $K_{1A} - K_{1B}$  的混合角,我们建议实验上在  $1478 \text{ MeV}$  附近进一步研究轴矢介子  $h_1(1380)$  的性质,在  $6774 \text{ MeV}$  附近寻找和研究轴矢介子  $B_{c1}(1P)$ . 本文的结果对于实验上寻找还没有观测到的双重介子态  $B_{c1}$  以及理解  $K_{1A} - K_{1B}$  混合和轴矢介子九重态的混合有一定的意义.

- [1] Nakamura K, Hagiwara K, Hikasa K (Particle Data Group) 2010 *J. Phys. G* **37** 075021
- [2] Amsler C, Doser M, Antonelli M (Particle Data Group) 2008 *Phys. Lett. B* **667** 1
- [3] Aston D, Awaji N, Bienz T, Bird F, Amore J D, Dunwoodie W, Endorf R, Fujii K, Hayashi H, Iwata S, Johnson W b, Kajikawa R, Kunz P, Leith D W G s, Levinson L, Matsui T, Meadows B T, Miyamoto A, Nussbaum M, Ozaki H, Pak C O, ratcliff B N, Schultz D, Shapiro S, Shimomura T, Sinervo P K, Sugiyama A, Suzuki S, Tarnopolsky G, Tauchi T, Toge N, Ukai K, Waite A, Williams S 1988 *Phys. Lett. B* **201** 573
- [4] Abele A, Adomeit J, Amsler C (Crystal Barrel Collaboration) 1997 *Phys. Lett. B* **415** 280
- [5] Regge, T 1959 *Nuovo Cim.* **14**, 951; Regge T, 1960 *Nuovo Cim.* **18** 947
- [6] Chew G F, Frantschi S C 1961 *Phys. Rev. Letters* **7** 394; Chew G F, Frantschi S C 1962 *Phys. Rev. Letters* **8** 41
- [7] Collins P D B, 1977, An introduction to Regge theory and high energy physics (1st ed), (Cambridge University Press) p102; Gribov V N, 2003, "The theory of complex angular momenta: Gribov lectures on theoretical physics" (1st ed), (Cambridge University Press) p32
- [8] Guo S H 1965 *Acta Phys. Sin.* **21** 1689 (in Chinese) [郭硕鸿 1965 物理学报 **21** 1689]
- [9] Kaidalov A B 1982 *Z. Phys. C* **12** 63
- [10] Brower R C, Ellis J, Schmidt M G, Weis J H 1977 *Nucl. Phys. B* **128** 175
- [11] Kawarabayashi K, Kitakado S, Yabuki H, 1969 *Phys. Lett. B* **28** 432
- [12] Cassing W, Kondratyuk L A, Lykasov G I, Rzjanin M V, 2001 *Phys. Lett. B* **513** 1
- [13] Guo X H, Wei K W, Wu X H 2008 *Phys. Rev. D* **78** 056005
- [14] Li D M, Wei K W, Yu H 2005 *Eur. Phys. J. A* **25** 263  
Feng X C, Wei K W and Zhang G J 2006 *Chin. Phys. J.* **15** 2906  
Liu Y H, Feng X C, Zhang J J, 2010 *Eur. Phys. J. A* **43** 379
- [15] Anisovich A V, Anisovich V V, Sarantsev A V 2000 *Phys. Rev. D* **62** 051502(R); Anisovich V V 2002 *AIP Conf. Proc.* **619**, 197; Anisovich V V 2004 *Phys. Usp.* **47** 45 [2004 *Usp. Fiz. Nauk* 47 49]; Anisovich V V, 2004 *AIP Conf. Proc.* **717** 441
- [16] Burakovsky L, Goldman T, Horwitz L P, 1997 *Phys. Rev. D* **56** 7119;  
Burakovsky L, Goldman T, Horwitz L P, 1998 *J. Phys. G* **24** 771
- [17] Zhang A, 2005 *Phys. Rev. D* **72** 017902
- [18] Li D M, Ma B, Li Y X, Yao Q K, Yu H, 2004 *Eur. Phys. J. C* **37** 323
- [19] Feng X C, Jiang F C, Chang T Q, Feng J L 2008 *Chinese Physics B* **17** 4472  
Feng X C, Li D M 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4084 (in Chinese)  
[冯学超,李德民 2005 物理学报 **54** 4084]
- [20] Liu Y H 2009 *Chinese Physics B* **18** 1828
- [21] Eichten E J, Quigg C 1994 *Phys. Rev. D* **49** 5845
- [22] Zhang A 2007 *Phys. Lett. B* **647** 140  
Kong Y M, Zhang A 2007 *Phys. Lett. B* **657** 192
- [23] Motyka L, Zalewski K 1998 *Eur. Phys. J. C* **4** 107
- [24] Lees J P, Poireau V, Principe E (The BABAR Collaboration) 2011 arXiv:1102.4565 [hep-ex]
- [25] Wei K W, Guo X H 2010 *Phys. Rev. D* **81** 076005
- [26] El-Hady Abd A, Spence J R, Vary J P 2005 *Phys. Rev. D* **71** 034006
- [27] Chiu T W, Hsieh T H, Huang C H, Ogawa K (TWQCD Collaboration), 2007 *Phys. Lett. B* **651** 171
- [28] Davies C T H, Hornbostel K, Lepage G P, Lidsey A J, Shigemitsu J, Sloan J H, 1996 *Phys. Lett. B* **382** 131

- [29] Ebert D, Faustov R N, Galkin V O, 2003 *Phys. Rev. D* **67** 014027
- [30] Godfrey S, 2004 *Phys. Rev. D* **70** 054017
- [31] Chen Y Q, Kuang Y P, 1992 *Phys. Rev. D* **46** 1165.
- [32] Fulcher L P, 1999 *Phys. Rev. D* **60** 074006
- [33] Delbourgo R, Scadron M D 1998 *Int. J. Mod. Phys. A* **13** 657  
Scadron M D *et al.*, 2004 *Phys. Rev. D* **69** 014010
- [34] Li D M, Yu H, Shen Q X 2001 *J. Phys. G* **27** 807
- [35] Chliapnikov P V 2000. *Phys. Lett. B* **496** 129. Burakovsky L, Goldman T 1998 *Phys. Rev. D* **57** 2879
- [36] Suzuki M, 1997 *Phys. Rev. D* **47** 1252
- [37] Vijande J, Fernandez F, Valcaroe A 2005 *J. Phys. G* **31** 481
- [38] Cheng H Y 2003 *Phys. Rev. D* **67** 094007
- [39] Li D M, Ma B, Yu H 2005 *Eur. Phys. J. A* **26** 141
- [40] Godfrey S, Isgur N 1985 *Phys. Rev. D* **32** 189

## Mass spectrum and mixing angle of axial-vector mesons

Lü Jian<sup>1)†</sup> Yang Guang<sup>2)</sup>

1) (College of Mathematics and Information Science, North China University of Water Resources and Electric Power, Zhengzhou 450011, China)

2) (Basic Teaching Department, Jiaozuo University, Jiaozuo 454000, China)

(Received 15 April 2011; revised manuscript received 16 May 2011)

### Abstract

In this work, using the formula for hyperfine splittings, we first calculate the mass of the bottomonium member for the axial-vector multiplet ( $1^1P_1$ ). Then, the masses of the axial-vector mesons  $B_{c1}$ , ( $ss$  and  $K_{1B}$  are extracted in Regge phenomenology. After that, we estimate the nonet mixing angle and the mixing angle for  $K_{1A} - K_{1B}$ . We suggest restudying  $h_1(1380)$  near 1478 MeV and searching  $B_{c1}(1P)$  near 6774 MeV. The predictions may be useful for the discovery of the unobserved doubly heavy meson  $B_{c1}$  and useful for understanding the  $K_{1A} - K_{1B}$  mixing and the axial-vector ( $1^1P_1$ ) nonet mixing.

**Keywords:** Meson spectrum, Regge trajectory, meson-meson mixing

**PACC:** 12.40.Yx, 11.55.Jy, 14.40.\_n

† E-mail: lj\_ncwu@sohu.com